

EXERCICE 1

Les propositions ci-dessous sont-elles vraies ?

$$a \in \{a\}$$

$$a \in \{a; b\}$$

$$\{a; d\} \subset \{a; b; c\}$$

$$b \in \{a; c\}$$

$$-5 \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt{2} \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{-4} \in \mathbb{R}$$

$$\{a; b; c\} \setminus \{a; c\} = \emptyset$$

$$\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}$$

EXERCICE 2

Les éléments 0 ; 2 ; 5 ; 7 ; 1/7 appartiennent-ils aux ensembles S, T et U ?

$$S = \{x \mid x^2 - 12x + 35 = 0\}$$

$$T = \{x \mid 7x = 1\}$$

$$U = \{x \mid x^2 - 2x = 0\}$$

EXERCICE 3

Décrire les ensembles suivants à l'aide d'intervalles :

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } -3 < x < 5\} \quad E = \mathbb{R}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x > 3 \text{ ou } x \leq -1\} \quad F = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } |x| \leq 8\}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x < 1\} \quad G = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x^2 < 5\}$$

$$D = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x \geq 10\} \quad H = \{x \mid |x| > 4, x \in \mathbb{R}\}$$

Représenter ces intervalles sur la droite réelle puis donner une expression du complémentaire des intervalles A à H.

EXERCICE 4

On donne les ensembles :

$$A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 11\} \quad B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}^* \text{ et } n \leq 5\}$$

Décrire les ensembles suivants :

$$D = A \setminus (B \cup C)$$

$$E = (A \cup C) \setminus (A \cup B)$$

$$F = (B \cup C) \setminus (B \cup C)$$

$$G = (A \setminus C) \cap (A \setminus B)$$

EXERCICE 5

Déterminer les éléments des sous-ensembles A, B de E sachant que

$$E \setminus A = \{f, g, h, i\} \quad A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\} \quad A \cap B = \{d, e\}$$

EXERCICE 6

Justifier la propriété suivante : $n^2 + n$ est un nombre pair pour tout n ,

$$n \in \mathbb{N}$$

EXERCICE 7

- Calculer habilement $1 + 2 + 3 + \dots + 50$
- Généraliser à $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$

EXERCICE 8

Prouver que le nombre $n^3 - n$ est un multiple de 6.

EXERCICE 9

Calculer la somme des n premiers naturels pairs non nuls

$$2 + 4 + 6 + \dots + (2n - 2) + 2n. \text{ En déduire la valeur de la somme}$$

$$1 + 3 + 5 + (2n - 3) + (2n - 1)$$

EXERCICE 10

- Prouver que $\sqrt{5}$ est irrationnel.
- Prouver que $0.\overline{18} \in \mathbb{Q}$

EXERCICE 11 SANS CALCULATRICE

Evaluer:

$$\text{a) } 2 - 5 \cdot 4 + 18 \div 6 =$$

$$\text{b) } 2 \cdot (5 \cdot 9) + (-4) - 18 \div 2 =$$

$$\text{c) } (\sqrt{25} - 3)^0 - 28 : 4 + 4(2 + 3 \cdot (-4))^2 =$$

EXERCICE 12

Calculer les expressions suivantes pour $x = 2$ et $x = -3$

$$A(x) = (((x + 5)x + 3)x - 8)x + 3$$

$$B(x) = [(x + 5)x + 3](x - 8)x + 3$$

$$C(x) = x(1 - x[1 - x(1 - x)])$$

$$D(x) = (40 - [30 - (20 + x)x]x)x$$

EXERCICE 13

Effectuer les produits

$$A = (3a + 2b)(2a + 3b)$$

$$B = (5x + 4)(9 - 11x)$$

$$C = (a + 2b + 3c)(3a + 2b + c)$$

$$D = (x - 5y + 2)(2x + y - 2)$$

EXERCICE 14

Vérifier les identités remarquables suivantes :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Développer à l'aide des identités établies ci-dessus

$$A = (3x + 2y)^2$$

$$F = [3(x + y)]^2$$

$$B = 3(x + y)^2$$

$$G = (a + b + c)(a + b - c)$$

$$C = (4x - \sqrt{6}y)^2$$

$$H = (x + \frac{1}{x})(x - \frac{1}{x})$$

$$D = (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$$

$$I = (x - 3y)^3$$

$$E = (3x - y)(3x + y)$$

$$J = (2a + 3b)^4$$

EXERCICE 15

Compléter

$$A = 4x^2 + \dots + \dots = (\dots + 5)^2$$

$$E = \dots + 14x + \dots = (x + \dots)^2$$

$$B = x^2 - \dots + 100 = (\dots - \dots)^2$$

$$F = (3x + \dots)^2 = \dots + \dots + 25$$

$$C = 64 + \dots + 9x^4 = (\dots + \dots)^2$$

$$G = \dots - 12x + 4 = (\dots - \dots)^2$$

$$D = x^2 - 16 = (\dots + \dots)(\dots - \dots)$$

$$H = \dots - 24x + \dots = (2x - \dots)^2$$

EXERCICE 16

Simplifier l'expression $(x + 1)^2 - (x - 1)^2$ puis calculer $10001^2 - 9999^2$.

EXERCICE 17

Factoriser (écrire sous forme de produit) les expressions suivantes et déduire des valeurs de x pour lesquelles elles s'annulent.

$$A(x) = x^2 + 6x + 9$$

$$F(x) = 4x^2 - 4x + 1$$

$$B(x) = x^2 - 121$$

$$G(x) = x^2 - 10x + 25$$

$$C(x) = 16x^4 - 1$$

$$H(x) = 9x^2 + 12x + 4$$

$$D(x) = 2x^3 - 18x$$

$$I(x) = (2x + 1)(x - 2) + x(2x + 1)$$

$$E(x) = (x^2 + 1)(x - 5) + 2x(x - 5)$$

$$J(x) = (x^2 - 5)(x^2 - 1) - 4(x^2 - 1)$$

EXERCICE 18

Calculer

$$A = \frac{5}{6} + \frac{6}{7} - \frac{7}{8}$$

$$B = \frac{13}{24} \cdot \frac{36}{7}$$

$$C = \frac{85}{49} : \frac{34}{21}$$

$$D = \frac{2}{3 - \frac{5}{4}}$$

EXERCICE 19

Donner le résultat des opérations suivantes sous forme de fraction irréductible

$$A = \frac{1}{4} + \left[\frac{1}{3} + \left[\frac{2}{3} - \left[\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \right] \right] \right]$$

$$B = \frac{1}{4} - \left[\frac{1}{3} - \left[\frac{2}{3} - \left[\frac{1}{6} - \frac{1}{2} \right] \right] \right]$$

$$C = \frac{1}{2} - \left[\frac{2}{3} - \left[\frac{3}{4} + \left[\frac{4}{5} - \frac{5}{6} \right] \right] \right]$$

$$D = \frac{1}{2} - \left[\frac{2}{3} + \left[\frac{3}{4} - \left[\frac{4}{5} - \frac{5}{6} \right] \right] \right]$$

EXERCICE 20

a) Effectuer et simplifier au maximum

$$A = 1 - \left(\frac{7}{5} - \frac{3}{4} \right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right)$$

$$B = 3 - \left(\frac{13}{2} - \frac{5}{3} \right) : \left(\frac{7}{3} + \frac{5}{6} \right)$$

$$C = \left(2 + \frac{1}{a}\right) : \left(1 + \frac{2}{a}\right)$$

$$E = \frac{\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac}}{\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc}}$$

$$D = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$$

$$F = \frac{\frac{3}{x} - \frac{8}{x}}{\frac{x}{2} + \frac{2}{x}}$$

b) Effectuer et simplifier au maximum

$$A = \frac{1}{b} - \frac{1}{bc}$$

$$B = \frac{x-y}{2x} - (1-y)$$

$$C = \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-x}$$

$$D = \frac{1}{2-x} \cdot \frac{x-2}{4}$$

$$E = \frac{m^4-1}{(m+1)^2}$$

$$F = \frac{2t}{4-t^2} + \frac{1}{2-t}$$

EXERCICE 21 TROUVER L'ERREUR

Soient a et b deux nombres non nuls et égaux, alors :

$$a = b$$

multiplication par b

$$a \cdot b = b \cdot b$$

$$ab = b^2$$

- a^2

$$ab - a^2 = b^2 - a^2$$

factorisation

$$a(b-a) = (b-a)(b+a)$$

simplification par $(b-a)$

$$a = b + a$$

$$a = b$$

$$a = 2a$$

$$: a$$

$$1 = 2$$

EXERCICE 22

a) Simplifier les expressions suivantes :

$$A = a^4 \cdot a^{28}$$

$$B = x^{-25} \cdot x^{14}$$

$$C = u^{x-4} \cdot u^{6-x}$$

$$D = b^{4n-7} \cdot b^{-n+7}$$

$$E = \frac{h^4}{h^2}$$

$$F = \frac{n^0}{n^{-5}}$$

$$G = \frac{z^5}{z^{3-6n}}$$

$$H = \frac{e^x}{e^{-x}}$$

$$I = (-a)^5$$

$$J = (-x^6)^4$$

$$K = (a^5 b^{-8} x)^4$$

$$L = (-3x^4)^3$$

$$M = (x^{-3}y^5)^3 \quad N = (ab^0c^{-3})^{-n} \quad O = \frac{(-a)^6}{(-a)^3} \quad P = \frac{(-a)^{4n+3}}{(-a^n)^4}$$

b) Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \left(\frac{a^5}{b^6}\right)^{-4} \left(\frac{a^4b^{-4}}{c^7}\right)^3$$

$$B = \left(\frac{x^3}{y^4}\right)^6 \left(\frac{x^2z^{-2}}{y^{-1}}\right)^{-3}$$

$$C = \frac{(x^4y^3)^n}{(x^2y^4)^{2n-1}}$$

$$D = \frac{(a^{n-1}b^n)^2}{(a^2b^2)^{n-1}}$$

$$E = \frac{a^{-2}b^{-10}}{a^7b^{-8}} \cdot \frac{a^4b^{-3}}{(a^{-3}b)^2}$$

$$F = \frac{(16x^4y^2)^n}{(4x^2y)^{2n-1}}$$

$$G = \frac{\sqrt{\left(2^6 \cdot x^{-12} \cdot y^{24}\right)^{\frac{1}{3}}}}{(x^{-2} \cdot y)^{-4}}$$

$$H = \left(81^{-\frac{1}{2}} \cdot (3x)^3\right)^2 \cdot (y^{-5}xy)^2$$

EXERCICE 23

a) Extraire les carrés parfaits sous les racines suivantes :

$$A = \sqrt{12}$$

$$B = \sqrt{72}$$

$$C = \sqrt{216}$$

b) Donner des fractions équivalentes avec dénominateurs entiers

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$B = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{15}}$$

$$C = \frac{12}{\sqrt{3}} - \sqrt{27}$$

$$D = \sqrt{63} - \sqrt{28}$$

$$E = \frac{3\sqrt{20} - 5\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$$

$$F = \frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}}{\sqrt{12}}$$

c) Simplifier les expressions suivantes

$$A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

$$B = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$C = \frac{7\sqrt{5} - 5\sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$$

$$D = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{5}}$$

$$E = \frac{7 + 2\sqrt{10}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} - \frac{7 - 2\sqrt{10}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$$

EXERCICE 24

Calculer

- a) $\sqrt{5 - 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}$
- b) $\sqrt{5 + \sqrt{21}} + \sqrt{5 - \sqrt{21}}$
- c) $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$

EXERCICE 25

Prouver que $\sqrt{6} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

EXERCICE 26

Simplifier les expressions suivantes :

$(2e^2f^{-3})^4 =$	$\left(\sqrt[5]{\frac{p^2}{w^{-3}}}\right)^0 =$	$(100r^3s^{-1}) : (4r^{-2}s^5t) =$
$\sqrt[4]{c^3} \cdot c =$	$\left(125^{\frac{2}{3}}x^{-1}y^2\right)^{-\frac{1}{2}} =$	$(a^{-3}b^7)^{\frac{1}{2}} : \left(a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{3}{2}}\right)^{-2} =$
$\frac{\sqrt{x}\sqrt{y}}{\sqrt{y}\sqrt{x}} =$	$\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}}{64}} =$	$\sqrt{\frac{2}{a^3}} \cdot \left(\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}} =$

EXERCICE 27

Factoriser (écrire sous forme de produit) les expressions suivantes

$$A(x) = 4x^2 + 4xy + y^2 =$$

$$B(x) = x^2 + 8x + 16 =$$

$$C(x) = x^2 - 4y^2 =$$

$$D(x) = 5xy^3 - 10xy^2 + 5xy =$$

$$E(x) = 3(x^2 - 1)^2 - (x^2 - 1) =$$

EXERCICE 28

a) Effectuer et simplifier au maximum

$$A = \frac{3a}{4b} - \frac{4b}{3a} =$$

$$B = \frac{x - \frac{4}{x}}{1 - \frac{2}{x}} =$$

$$C = \frac{a+2}{2a-6} - \frac{a-2}{2a+6} =$$

b) Simplifier les fractions suivantes :

$$A = a\sqrt{a}\sqrt{a}\sqrt{a} =$$

$$B = \frac{(a^2)^{3n}}{\sqrt[3]{a^{6n-3}}} =$$

$$C = \left(\frac{4a^{-2}}{9x^2}\right)^{-\frac{1}{2}} =$$

$$D = \frac{(a^{-2})^3}{\sqrt{b} \cdot a^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{\sqrt{b^{-5}}}{\sqrt[3]{a}} =$$

EXERCICE 29

Simplifier et rationaliser les expressions ci-dessous (plus petit nombre possible sous la racine, pas de racine au dénominateur et fractions réduites)

$$A = \frac{5\sqrt{72}}{\sqrt{18}} =$$

$$B = \frac{12}{2\sqrt{27} + \sqrt{3}} =$$

$$C = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2} + \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+2} =$$

$$D = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}+\sqrt{5}} =$$

$$E = \sqrt{5+3\sqrt{2}} \cdot \sqrt{5-3\sqrt{2}} =$$

$$F = \frac{2+\sqrt{16x}}{\sqrt{x}-\sqrt{16}} - \frac{2-\sqrt{16x}}{\sqrt{x}+\sqrt{16}} =$$

EXERCICE 30

Chercher tous les zéros entiers des polynômes $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ et $Q(x) = x^3 + x^2 - 3x + 9$ parmi les diviseurs de leur terme constant respectif.

EXERCICE 31

En utilisant le résultat dû à Gauss, trouver toutes les racines rationnelles des polynômes $P(x) = 4x^2 + 3x - 1$ et $Q(x) = 6x^2 - x - 2$

EXERCICE 32

Effectuer les divisions euclidiennes suivantes :

$$A = \frac{x^4 + 2x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

$$B = \frac{7x^4 - 3x^2 + 2x - 4}{x^2 - 4}$$

$$C = \frac{x^6 - 3x^5 + 2}{x^3 + 3x}$$

$$D = \frac{2x^3 - 11x^2 + 23x - 26}{2x - 5}$$

EXERCICE 33

Sans effectuer de division, dire si le polynôme $P(x) = x^3 + 2x^2 - 2x - 12$ est divisible par

a) $x - 3$

b) $x + 1$

c) $x - 2$

EXERCICE 34

a. Trouver la valeur de m pour que le polynôme

$$P(x) = 2x^3 + mx^2 - 3x - 2 \text{ soit divisible par } x+2.$$

b. Soit $Q(x) = kx^3 + k^2x^2 + kx - 4k^2 + 6$. Trouver la(les) valeur(s) de k afin que $Q(x)$ soit divisible par $x - 2$

EXERCICE 35

Effectuer les divisions suivantes et vérifier la validité des restes obtenus.

$$A = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$$

$$B = \frac{2x^2 + 3x + 4}{x + 1}$$

$$C = \frac{3x^2 + 2x + 5}{x + 3}$$

$$D = \frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 4}{x + 2}$$

EXERCICE 36

Confirmer les résultats de l'exercice précédent avec la méthode de Horner.

EXERCICE 37

Résoudre, en fonction de x , les équations suivantes :

1. $3x - 2 = \frac{1}{2}x + 1$

2. $\frac{8}{6 - 2x} = \frac{9}{4 - 3x}$

3. $\frac{3x - 12}{x - 4} = 2$

4. $(8x - 2)(3x + 4) = (4x + 3)(6x - 1)$

5. $ax + 1 = 2x - a$

6. $(x + 1)^2 - 16 = 0$

7. $(a - x)(b + x) = 0$

8. $\frac{x + 3}{x - 4} = 1$

9. $x^2 + 5 = 2$

10. $\frac{1 - x}{4} - \frac{2x + 3}{3} = \frac{x}{2}$

11. $\frac{-2x^2}{2x - 1} = -x - 1$

12. $5a + 2x = x - \frac{x}{a}$

EXERCICE 38

L'aire d'un trapèze est 360 cm^2 , sa hauteur mesure 24 cm . La petite base mesure les $\frac{2}{3}$ de la grande. Que vaut la grande base ?

EXERCICE 39

Résoudre les systèmes suivants :

a)
$$\begin{cases} -4x + 3y = 4 \\ x - \frac{3y}{4} = -1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y - \frac{13(x - 2)}{2} = 2x + 1 \\ 3x - \frac{2(y - 5)}{3} = 2y - 4 \end{cases}$$

EXERCICE 40

Compléter les blancs de sorte que...

1) ...les deux équations soient équivalentes :
$$\begin{cases} 3x + 5y = \text{---} \\ \text{---} - 10y = 4 \end{cases}$$

2) ...les deux équations soient incompatibles :
$$\begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ x - \text{---} y = \text{---} \end{cases}$$

EXERCICE 41

Résoudre :

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y + z = 8 \\ -x + 3y + 2z = 1 \\ 3x + y + 3z = 14 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -x + 7y + 2z = 2 \\ 9x - 5y - z = 4 \\ 8x + 3y = 2,5 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} -x + 3y = 1 \\ 5x - 2y - z = 0 \\ 3x + 4y - z = 2 \end{cases}$$

EXERCICE 42

Résoudre les équations :

1) $x^2 - 5 = 0$

2) $x^2 + 3x = 0$

3) $(x - 3)^2 - 3 = 0$

EXERCICE 43

On peut résoudre l'équation $x^2 - 2x - 3 = 0$ de la manière suivante : comme $x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$, l'équation devient $(x - 1)^2 - 4 = 0$, d'où :

$$(x - 1)^2 = 4 \Rightarrow x - 1 = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \Rightarrow x_1 = 3 \text{ et } x_2 = -1$$

Sur le même modèle, résoudre :

1) $x^2 + 3x - 4 = 0$

2) $x^2 + 3x + 4 = 0$

3) $x^2 + 4x + 4 = 0$

4) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

5) $ax^2 + bx + c = 0$

EXERCICE 44

Résoudre les équations:

a. $25x^2 + 10x + 2 = 1$

b. $2x^2 + 5x - 3 = 0$

c. $x^2 + kx - k^2 = 0$

d. $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$

e. $ax^2 + (1 - a^2)x - a = 0$

f. $x^4 - 16x^3 = 0$

EXERCICE 45

Un jardin rectangulaire a une aire de 567 m^2 . La clôture qui l'entoure a une longueur de

96 m. Quelles sont les dimensions du jardin ?

EXERCICE 46

Quelle valeur faut-il attribuer au nombre d pour que l'équation n'ait qu'une solution ?

a) $3x^2 + dx + d = 0$

c) $2x^2 + x + 2 = dx$

b) $x^2 + 2x + d = 3$

d) $\frac{1}{4}(x+1)^2 + 2 = dx$

EXERCICE 47

Résoudre les équations :

1. $4x^4 - x^2 - 60 = 0$

2. $2x^4 - 5x^3 + 3x^2 = 0$

3. $x^6 + 4x^3 + 3 = 0$

4. $x^5 + 2x^3 - 24x = 0$

5. $x^3 - \frac{6^3}{x^3} = 19$

EXERCICE 48

Déterminer la longueur des côtés d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse vaut $a = \sqrt{41}$ et l'aire 10.

EXERCICE 49

Résoudre les équations suivantes :

1) $\frac{5x}{x^2 + 9} = -1$

3) $\frac{5x}{x-3} + \frac{4}{x+3} = \frac{90}{x^2 - 9}$

2) $\frac{2x-4}{x} - \frac{1-x}{2x-1} = 9$

Remarque : en multipliant les deux membres d'une équation par un même polynôme, on risque d'introduire des « solutions parasites ». Il faut donc vérifier les solutions trouvées.

EXERCICE 50

Prouver que l'équation $x^2 + px - 4 = 0$ a toujours deux solutions

EXERCICE 51

Si $\Delta \geq 0$, l'expression $ax^2 + bx + c$ peut s'écrire $a(x - x_1)(x - x_2)$ avec x_1 et x_2 les racines de $ax^2 + bx + c = 0$: Démontrer alors les relations de

Viète, c'est-à-dire $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ et $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

EXERCICE 52

a) Pour quel(s) p , l'équation $x^2 + (p - 2)x - 4 = 0$ a une solution.

b) Pour quel(s) p , l'équation $x^2 + (p + 2)x + \frac{9}{4} = 0$ a aucune solution

EXERCICE 53

L'équation $x^2 + b = b(x - 2)$ admet pour solution $x = 5$. Que vaut b ?

EXERCICE 54

Simplifie

a) $\frac{2x^2 - x - 3}{2x^2 - 7x + 6}$

b) $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x - 2}$

EXERCICE 55

Résoudre les équations irrationnelles suivantes :

1. $2x + \sqrt{x(x+6)} = 8$

2. $\sqrt{2+x} + 4 = \sqrt{10-3x}$

3. $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+1} = 5$

4. $\sqrt{x-3} - \sqrt{x+2} = \sqrt{x+18}$

EXERCICE 56

Résoudre les équations suivantes

1) $|x-3| = 4$

2) $|2x-1| = |x+3|$

3) $|x^2-4| = 21$

4) $x^2 - |2x| = 3$

EXERCICE 57

Encore des équations.

1) $\frac{8}{x+2} = 6$

8) $\frac{2x-1}{x+1} = \frac{2x+1}{x-1}$

2) $\frac{8}{6-2x} = \frac{9}{4-3x}$

9) $\frac{x-5}{3x-15} = \frac{2}{x}$

3) $\frac{3x-12}{x-4} = 2$

10) $\frac{2x-4}{x} - \frac{1-x}{2x-1} = 9$

4) $\sqrt{x^2+7} = 4$

11) $x + \sqrt{6-x} = 0$

5) $x + \sqrt{x+5} = 7$

12) $x + \sqrt{5x+10} = 8$

6) $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1$

13) $|x^2+3x-4| = |-x+5|$

7) $|-x+5| = |2x+3|$

14) $-3 + 2 \cdot |4x-6| = 11$

EXERCICE 58

Vérifier que la factorisation suivante est complète et indiquer les racines avec leur multiplicité:

$$P(x) = 2(x+1)^3(3x-5)^2(2x+3)(x^2-3x+5)(2x^2+2x+1)$$

EXERCICE 59

Factoriser complètement les polynômes suivants:

$$P_1(x) = 6x^3 - 19x^2 + x + 6$$

$$P_2(x) = x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 16x - 8$$

$$P_3(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x + 12$$

Dans chaque cas, indiquer les racines avec leurs multiplicités respectives.

Exercice 60

a) Deviner une solution de l'équation $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = 0$.

b) Trouver les autres solutions de l'équation ci-dessus.

c) Factoriser le polynôme $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$.

EXERCICE 61

Résoudre les inéquations ci-dessous :

1. $3x < -x + 4$

2. $x - 1 \leq 3x - 1$

3. $-2x + 2 < x - 5$

4. $x - 5 \geq 4x + 9$

5. $-3x + 4 < x^2$

6. $-x^2 + 4x \geq -5$

EXERCICE 62

Quelle valeur faut-il attribuer au nombre d pour que l'équation n'ait aucune solutions?

a) $3x^2 + dx + d = 0$

c) $2x^2 + x + 2 = dx$

b) $x^2 + 2x + d = 3$

d) $\frac{1}{4}(x+1)^2 + 2 = dx$

EXERCICE 63

Hachurer la partie du plan contenant les points satisfaisant les systèmes d'inéquations :

1) $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ x > 2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} -2x + y + 5 > 0 \\ 4x + 3y - 12 < 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + 3y \geq 0 \\ 2x + y > 5 \end{cases}$