

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes dans les ensembles \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et \mathbb{R} .

a) $2x = 6$

d) $5x = -10$

g) $x^2 = 5$

b) $3x = 5$

e) $x^2 = 4$

h) $9x^2 = 25$

c) $4x = -3$

f) $x^2 = -9$

i) $x^3 = -8$

Exercice 2

Résoudre les systèmes d'équations suivants :

a)
$$\begin{cases} 3x - 7y = 1 \\ 6x + y = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + 9y = 3 \\ -x + 5y = 8 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = -4 \\ 3x - y + z = 4 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} -2x + 3y - 5z = 11 \\ 7x + y - 2z = -3 \\ x - 6y + 3z = 2 \end{cases}$$

Exercice 3

Dans un même système d'axes, représenter les graphes des fonctions $f(x) = -2x + 3$ et $g(x) = 3x - 7$. Lire le point d'intersection de ces graphes et vérifier le résultat par calcul.

Exercice 4

Dessiner les paraboles dont les équations sont données ci-dessous, trouver leur sommet et préciser s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum.

a) $y = x^2$

b) $y = -x^2 + 4$

c) $y = (x + 3)^2$

d) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

e) $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 - 4$

Exercice 5

Trouver le sommet des paraboles dont les équations sont données ci-dessous et préciser s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum.

a) $y = x^2 - 4x + 8$

d) $y = -2x^2 + 8x - 5$

g) $y = -\frac{1}{2}x^2 + x$

b) $y = x^2 - 10x + 25$

e) $y = 3x^2 - 12x + 9$

h) $y = -x^2 + x$

c) $y = x^2 + 6x$

f) $y = -x^2 + 4$

i) $y = x^2 + 2bx + c$

Exercice 6

Trouver pour chaque cas ci-dessous le sommet de la parabole p , calculer les coordonnées des éventuels points d'intersection de la parabole p et de la droite d et effectuer finalement une vérification graphique du résultat obtenu.

a) $p: y = x^2 + 2x - 2$ $d: y = 1$

b) $p: y = -x^2 + x + 3$ $d: y = 3$

c) $p: y = 2x^2 - 12x + 17$ $d: y = -2$

Exercice 7

Pour quelles valeurs du paramètre b la parabole d'équation $y = x^2 + bx - 3$ atteint-elle son minimum à la hauteur -4 ?

Exercice 8

On donne la parabole d'équation $y = x^2 + 4x + c$ où c est un nombre réel.

- Quelle est l'ordonnée (en fonction de c) du minimum de cette parabole ?
- Pour quelles valeurs de c , la parabole
 - Coupe-t-elle l'axe des abscisses en deux points distincts ?
 - Coupe-t-elle l'axe des abscisses en un seul point ?
 - Ne coupe-t-elle pas l'axe des abscisses ?

Exercice 9

Trouver les équations des paraboles suivantes, donner les réponses sous la forme $y = a(x - m)^2 + p$.

- La parabole p_1 a son sommet en $S(2; -3)$ et elle coupe l'axe des ordonnées à la hauteur 9.
- La parabole p_2 passe par le point $A(-1; -1)$, elle a comme axe de symétrie la droite $x = -3$ et son sommet est à la hauteur 7.
- La parabole p_3 passe par les points $A(4; 32)$, $B(-2; 32)$ et $C(3; 12)$.

Exercice 10

Trouver le sommet des paraboles suivantes et calculer leurs éventuels points d'intersection avec l'axe des abscisses.

a) $y = (x - 3)^2 - 16$

b) $y = -3(x - 2)^2 + 75$

c) $y = x^2 - 16x + 39$

d) $y = x^2 - x + 1$

e) $y = x^2 + bx + c$

f) $y = ax^2 + bx + c$

Exercice 11

Résoudre les équations suivantes où x est l'inconnue.

- a) $x^2 + 19x + 18 = 0$ d) $x^2 + x + 5 = 0$ g) $x^2 + 2ux + u^2 - v^2 = 0$
 b) $x^2 - 4x + 4 = 0$ e) $x - \frac{1}{x} = 1$ h) $x^2 - (u + v)x + uv = 0$
 c) $15x^2 + x - 6 = 0$ f) $m^2x^2 - 3mx + 2 = 0$ i) $ax^2 - (a^2 + 1)x + a = 0$

Exercice 12

Trouver les points d'intersection de la parabole $p : y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{4}{3}$ et de la droite $d : 4x + 3y - 10 = 0$.

Exercice 13

Trouver les points d'intersection des paraboles $p_1 : y = \frac{1}{2}(x^2 + x)$ et $p_2 : y = x^2 - 3$.

Exercice 14

Pour quelles valeurs du paramètre m l'équation $x^2 + mx + m - 0.75 = 0$ admet-elle deux solutions confondues ? Quelles sont alors ces solutions ?

Exercice 15

Résoudre les inéquations suivantes :

- a) $3x + 2 < -x + 4$ b) $-2x + 2 > x - 5$ c) $x - 5 < 4x + 9$ d) $x - 1 > 3x - 1$

Exercice 16

Résoudre les inéquations quadratiques suivantes :

- a) $x^2 - 8x + 15 < 0$ d) $x^2 - 12x + 20 < 0$ g) $x^2 + x + 1 < 0$
 b) $5x^2 - 4x > 0$ e) $-x^2 - 4x + 60 > 0$ h) $-x^2 + 10x - 21 > 0$
 c) $x^2 > 4$ f) $-x^2 + 3x - 4 < 0$ i) $x^2 - 2 > x$

Exercice 17

On considère l'équation $(p - 2)x^2 + (5p - 1)x + 14p + 7 = 0$ où x est l'inconnue. Pour quelles valeurs du paramètre p cette équation admet-elle deux solutions réelles distinctes ?

Exercice 18

Pour quelles valeurs du paramètre m l'équation $(m-3)x^2 - 2(3m-2)x + 7m = 0$ n'admet-elle aucune solution réelle ?

Exercice 19

Résoudre les équations suivantes :

- | | | |
|----------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ | e) $x^4 + x^2 + 1 = 0$ | i) $x^4 - 16x^2 = 0$ |
| b) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$ | f) $9x^4 = 0$ | j) $3x^4 - 13x^3 - 10x^2 = 0$ |
| c) $x^4 - 14x^2 - 32 = 0$ | g) $x^4 - 81 = 0$ | k) $x^4 - 6x^3 + 8x^2 = 0$ |
| d) $6x^4 + 7x^2 + 2 = 0$ | h) $x^2 \cdot (x^2 - 9) = 0$ | l) $x^3 - 13x^2 + 36x = 0$ |

Exercice 20

- Dessiner la parabole d'équation $y = x^2 - 3x + 1$.
- On considère la droite d'équation $y = x + b$ où b est un paramètre réel. Trouver la valeur de b pour laquelle la droite est tangente à la parabole.
- Calculer les coordonnées du point de tangence et vérifier graphiquement le résultat obtenu.

Exercice 21

On donne les paraboles $p_1 : y = x^2 - 6x + 5$ et

$$p_2 : y = -x^2 + 10x - 19.$$

Déterminer sur chaque parabole le point en lequel la tangente est parallèle à la droite AB , A et B étant les points d'intersection des deux paraboles.

