



Nom et prénom

Comité

ARITHMÉTIQUE/ MATHÉMATIQUES

Filière DB (2 périodes) : exercices 1 à 8

Filière MG (3 périodes) : exercices 1 à 12

Remarques :

- * Chaque élève a droit à une calculatrice non programmable.
- * Durant l'épreuve, aucun matériel ne circule entre les élèves.
- * Les solutions sont rédigées proprement et à l'encre sur les pages des données, les dos des pages sont réservés au brouillon.
- * Il sera tenu compte dans la correction de l'épreuve de la clarté et de la rigueur de vos développements, ainsi que de la qualité de votre présentation.

- * **Toute réponse doit être justifiée**

Exercice 1 (sans calculatrice)

Calculez les expressions suivantes en donnant les détails de vos calculs :

a) $20 - 3 \cdot 3^2 = 20 - 3 \cdot 9 = 20 - 27 = \underline{\underline{-7}}$

b) $-2^3 - 3^2 + 4^1 - 4^0 = -8 - 9 + 4 - 1 = \underline{\underline{-14}}$

c) $(737 - 1) \cdot (24 - 24) \cdot 2^{10} = 736 \cdot 0 \cdot 2^{10} = \underline{\underline{0}}$

d) $0.1 + 0.01 \cdot 7 + 0.001 \cdot 8 = 0,1 + 0,07 + 0,008 = \underline{\underline{0,178}}$

Exercice 2 (sans calculatrice)

Calculez les expressions suivantes en donnant les détails de vos calculs (les réponses sont à donner sous forme de fractions irréductibles !):

a) $\frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{4}} \cdot \underset{3}{\cancel{9}}} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

b) $\frac{7}{6} - \frac{5}{12} + \frac{3}{4} = \frac{14}{12} - \frac{5}{12} + \frac{9}{12} = \frac{18}{12} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$

c) $\left(\frac{2}{9} - \frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{9} - \frac{6}{9}\right)^3 = \left(\frac{-4}{9}\right)^3 = \underline{\underline{-\frac{64}{729}}}$

d) $\frac{11}{5} \cdot \frac{4}{25} = \frac{11}{\cancel{5}} \cdot \frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{4} = \underline{\underline{\frac{55}{4}}}$

Exercice 3

Ecrivez chacune des deux suites de nombres ci-dessous dans l'ordre croissant :

a) ~~0,02~~, ~~5,20~~, ~~2,50~~, ~~-0,05~~, ~~0,25~~, ~~-0,52~~

$$-0,52 < -0,05 < 0,02 < 0,25 < 2,5 < 5,2$$

b)

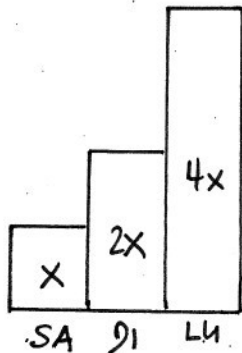
| | | | | | |
|-------------------|------------------|------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| $\frac{1}{3}$ | $\frac{5}{51}$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{10}{3}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{5}{6}$ |
| " | " | " | " | " | " |
| $\frac{170}{510}$ | $\frac{50}{510}$ | $\frac{51}{510}$ | $\frac{1700}{510}$ | $\frac{153}{510}$ | $\frac{425}{510}$ |

$$\frac{5}{51} < \frac{1}{10} < \frac{3}{10} < \frac{1}{3} < \frac{5}{6} < \frac{10}{3}$$

Exercice 4

Un samedi matin, Julie part en randonnée pédestre avec quelques amis. L'étape du dimanche est deux fois plus longue que celle du samedi. L'étape du lundi est deux fois plus longue que celle du dimanche.

Calculer la longueur de chaque étape sachant que la distance totale de la randonnée est 84 km.



$$\begin{aligned} x &= \text{longueur de l'étape du samedi} \\ 2x &= \text{" " " " dimanche} \\ 4x &= \text{" " " " lundi} \\ \Rightarrow 7x \text{ au total} &\Rightarrow 7x = 84 \Rightarrow x = 12 \text{ km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{étape du samedi:} & \underline{12 \text{ km}} \\ \text{" " dimanche:} & \underline{24 \text{ km}} \quad (2 \cdot 12) \\ \text{" " lundi:} & \underline{48 \text{ km}} \quad (2 \cdot 12) \end{aligned}$$

Exercice 5

Un homme vient de mourir en laissant un troupeau de 17 chevaux, qui doivent être répartis entre ses trois héritiers dans la proportion $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$.

Comment peuvent-ils procéder au partage ?

- Emprunter un cheval à quelqu'un \rightarrow 18 chevaux au total
- Faire la distribution:

| | | |
|-------------------------|---|------------------|
| $\frac{1}{2}$ de 18 = 9 | } | total 17 chevaux |
| $\frac{1}{3}$ de 18 = 6 | | |
| $\frac{1}{9}$ de 18 = 2 | | |
- Rendre le cheval restant.

Exercice 6

Marc achète 5 tablettes de chocolat à 0.90 euros pièce, 1 bouteille de jus d'orange et 6 paquets de gâteaux à 1 euro pièce. Cela lui coûte 11.60 euros.

Quel est le prix d'une bouteille de jus d'orange? $x =$ prix de la bouteille de jus d'orange.

$$\begin{aligned} \text{On doit avoir: } & 5 \cdot 0,9 + x + 6 \cdot 1 = 11,6 \\ & 4,5 + x + 6 = 11,6 \\ & 10,5 + x = 11,6 \\ & x = 1,1 \end{aligned}$$

calculs
réduction
-10,5

\Rightarrow la bouteille de jus d'orange coûte 1,10 euros

Exercice 7

Quelle doit être la longueur d'un rectangle dont la largeur mesure 5 cm pour que son aire soit le double de l'aire d'un carré de 6 cm de côté?

$x =$ longueur d'un rectangle

$$\text{aire du rectangle} = 5x$$

$$\text{aire du carré} = 6^2 = 36$$

aire du rectangle = double de aire du carré

$$5x = 2 \cdot 36$$

$$5x = 72$$

$$x = 14,4$$

\Rightarrow la longueur doit être de 14,4 cm

Exercice 8

Un article subit une hausse de 5%. Son prix est alors de 147 frs.

Calculer son prix initial.

| | % | prix |
|-------------|-----|--------------|
| | 105 | 147 |
| $\div 105$ | 1 | 1,4 |
| $\cdot 100$ | 100 | <u>140.-</u> |

(105 = 100 + 5 d'augmentation, 100 étant le % du prix de départ)

Exercice 9

1) Quelle est la valeur de $-2ab^2c^3$ si $a = \frac{1}{4}$, $b = -\frac{1}{2}$ et $c = -2$?

$$-2ab^2c^3 = -2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (-2)^3 = -2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot (-8) = \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{1} = \frac{16}{16} = \underline{\underline{1}}$$

2) Réduisez le plus possible l'expression $(-x-1)^2 - (2x+3)^2 + x$

$$\begin{aligned} (-x-1)^2 - (2x+3)^2 + x &= x^2 + 2x + 1 - (4x^2 + 12x + 9) + x = \\ &= x^2 + 2x + 1 - 4x^2 - 12x - 9 + x = \underline{\underline{-3x^2 - 9x - 8}} \end{aligned}$$

3) Simplifiez le plus possible la fraction $\frac{3z-15z^2}{1-25z^2} = \frac{3z(1-5z)}{(1-5z)(1+5z)} = \underline{\underline{\frac{3z}{1+5z}}}$

(identité remarquable:
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$)

Exercice 10

Résolvez chacune des deux équations suivantes (disposez vos résolutions en colonne) :

1) $7 - (2x - 3) = -4x + 10$

$$7 - 2x + 3 = -4x + 10$$

$$10 - 2x = -4x + 10$$

$$10 + 2x = 10$$

$$2x = 0$$

$$\underline{\underline{x = 0}}$$

distributivité

réduction

+4x

-10

: 2

2) $x - \frac{x+2}{3} = 6 + 2x$

$$3x - (x+2) = 18 + 6x$$

$$3x - x - 2 = 18 + 6x$$

$$2x - 2 = 18 + 6x$$

$$-4x - 2 = 18$$

$$-4x = 20$$

$$\underline{\underline{x = -5}}$$

. 3

distributivité

réduction

-6x

+2

: (-4)

Exercice 11

Posez les deux équations correspondant à la situation donnée ci-dessous (on ne vous demande pas de résoudre) :

Situation :

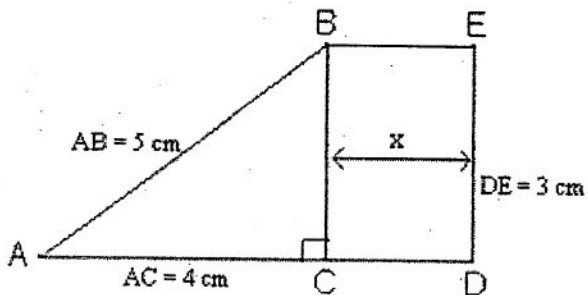
On considère deux nombres entiers positifs x et y .
En divisant y par x on obtient 27 pour quotient et 13 pour reste.
La différence des deux nombres vaut 975.

$$\begin{array}{l} y \\ \text{reste } 13 \end{array} \left| \begin{array}{l} x \\ 27 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} 27x + 13 = y \\ y - x = 975 \end{cases} \quad (y \text{ est forcément supérieur à } x)$$

Exercice 12

Montrer que $DE = 3$ cm.

Déterminer x pour que l'aire du triangle ABC soit le double de l'aire du rectangle $BCDE$.



On applique le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC :

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$5^2 = BC^2 + 4^2$$

$$25 = BC^2 + 16$$

$$\Rightarrow BC^2 = 9 \Rightarrow BC = \underline{\underline{3 \text{ cm}}}$$

$$\text{aire du triangle } ABC = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$\text{aire du rectangle } BCDE = x \cdot 3 = 3x$$

aire du triangle ABC = double de aire du rectangle $BCDE$

$$6 = 2 \cdot 3x$$

$$6 = 6x$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$