Exercice 6

1.

$2(2x-3)=5(8x+2)-1$	Distributivité
$4x-6=40x+10-1$	Réduction
$4x-6=40x+9$	$-40x$
$-36x-6=9$	$+6$
$-36x=15$	$:(-36)$
$x=\frac{15}{-36}=\underline{\underline{-\frac{5}{12}}}$	

2.

$2x-x(1-3x)=5+3(x+2)(x-2)$	Distributivité
$2x-x+3x^2=5+3(x^2-4)$	Distributivité
$2x-x+3x^2=5+3x^2-12$	Réduction
$x+3x^2=3x^2-7$	$-3x^2$
$\underline{\underline{x=-7}}$	

3.

$\frac{x+4}{10}-\frac{2x}{5}=\frac{2x+7}{10}$	$\cdot 10$
$x+4-4x=2x+7$	Réduction
$4-3x=2x+7$	$-2x$
$4-5x=7$	-4
$-5x=3$	$:(-5)$
$\underline{\underline{x=-\frac{3}{5}}}$	

4.

$\frac{x}{2}-1-\frac{2x}{4}+\frac{x}{3}=7$	$\cdot 12$
$6x-12-6x+4x=84$	Réduction
$4x-12=84$	$+12$
$4x=96$	$:4$
$\underline{\underline{x=24}}$	

5.

$\frac{4(x-6)}{5}-8x=2(1+4x)$	Distributivité
$\frac{4x-24}{5}-8x=2+8x$	$\cdot 5$
$4x-24-40x=10+40x$	Réduction
$-36x-24=10+40x$	$-40x$
$-76x-24=10$	$+24$
$-76x=34$	$:(-76)$
$x=\frac{34}{-76}=\underline{\underline{-\frac{17}{38}}}$	

6.

$\frac{2x}{5}-3(3x+2)+\frac{1}{2}x=x-\frac{11x-3}{10}$	Distributivité
$\frac{2x}{5}-9x-6+\frac{1}{2}x=x-\frac{11x-3}{10}$	$\cdot 10$
$4x-90x-60+5x=10x-(11x-3)$	Distributivité
$4x-90x-60+5x=10x-11x+3$	Réduction
$-81x-60=-x+3$	$+x$
$-80x-60=3$	$+60$
$-80x=63$	$:(-80)$
$\underline{\underline{x=-\frac{63}{80}}}$	

7.

$\frac{3x-2}{5}=4-\frac{1}{2}x$	$\cdot 10$
$6x-4=40-5x$	$+5x$
$11x-4=40$	$+4$
$11x=44$	$:11$
$\underline{\underline{x=4}}$	

8.

$x-\frac{1}{2}(3x-2)=-3\frac{x}{7}$	Distributivité
$x-\frac{3}{2}x+1=-\frac{3}{7}x$	$\cdot 14$
$14x-21x+14=-6x$	Réduction
$-7x+14=-6x$	$+7x$
$14=x \Rightarrow \underline{\underline{x=14}}$	

9. $\frac{30}{x+5} - \frac{15}{3} + \frac{5+4x}{x+5} = 0$ | Simplification

$\frac{30}{x+5} - 5 + \frac{5+4x}{x+5} = 0$ | $\cdot (x+5)$

$30 - 5(x+5) + 5 + 4x = 0$ | Distributivité

$30 - 5x - 25 + 5 + 4x = 0$ | Réduction

$-x + 10 = 0$ | $+x$

$10 = x \Rightarrow \underline{\underline{x = 10}}$

Exercice 7

1.

$3(2x-5)-(4x+7)=5(2x-1)-(3x+1)$	Distributivité
$6x-15-4x-7=10x-5-3x-1$	Réduction
$2x-22=7x-6$	$-7x$
$-5x-22=-6$	$+22$
$-5x=16$	$:(-5)$
$\underline{\underline{x=-\frac{16}{5}}}$	

2.

$4(2x-5)-3(3x+1)=-6(x-2)+5x$	Distributivité
$8x-20-9x-3=-6x+12+5x$	Réduction
$-x-23=-x+12$	$+x$
$-23=12$ impossible	
$\Rightarrow$ pas de solution	

3.

$2(x-5)-5x=-3x-10$	Distributivité
$2x-10-5x=-3x-10$	Réduction
$-3x-10=-3x-10$	$+3x$
$-10=-10$ toujours vrai	
$\Rightarrow$ tous les nombres sont solutions	

4. $(2x+1)(x-4)=0 \Rightarrow$

soit $2x+1=0$	-1	soit $x-4=0$	$+4$
$2x=-1$	$:2$	$\underline{\underline{x=4}}$	
$\underline{\underline{x=-\frac{1}{2}}}$			

5. $x(2x-3)(-x+4)=0 \Rightarrow$ soit $\underline{\underline{x=0}}$,

soit $2x-3=0$	$+3$	soit $-x+4=0$	$+x$
$2x=3$	$:2$	$\underline{\underline{x=4}}$	
$\underline{\underline{x=\frac{3}{2}}}$			

6.

$\frac{3x-2}{5}-\frac{2x-1}{7}=\frac{x+3}{5}$	$\cdot 5$
$3x-2-\frac{10x-5}{7}=x+3$	$\cdot 7$
$21x-14-(10x-5)=7x+21$	Distributivité
$21x-14-10x+5=7x+21$	Réduction
$11x-9=7x+21$	$-7x$
$4x-9=21$	$+9$
$4x=30$	$:4$
$x=\frac{30}{4}=\frac{15}{2}.$	

7. $\frac{1}{4}x+\frac{2}{5}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}$	$\cdot 4$
$x+\frac{8}{5}=2x-3$	$\cdot 5$
$5x+8=10x-15$	$-10x$
$-5x+8=-15$	-8
$-5x=-23$	$:(-5)$
$\underline{\underline{x=\frac{23}{5}}}$	

8. $3x+8=2(x+4)$	Distributivité
$3x+8=2x+8$	$-2x$
$x+8=8$	-8
$\underline{\underline{x=0}}$	

9. $2x+5=\frac{1}{2}(7-4x)$	$\cdot 2$
$4x+10=7-4x$	$+4x$
$8x+10=7$	-10
$8x=-3$	$:8$
$\underline{\underline{x=-\frac{3}{8}}}$	

10. $\frac{1}{2}(8+2x)=x+4$	$\cdot 2$
$8+2x=2x+8$	$-2x$
$8=8$ toujours vrai	

$\Rightarrow$ tous les nombres sont solutions

11. $\frac{t-5}{3}=\frac{2-t}{2}$	$\cdot 3$
$t-5=\frac{6-3t}{2}$	$\cdot 2$
$2t-10=6-3t$	$+3t$
$5t-10=6$	$+10$
$5t=16$	$:5$
$\underline{\underline{t=\frac{16}{5}}}$	

12. $\sqrt{2}x=1+x$	$-x$
$\sqrt{2}x-x=1$	mise en évidence
$(\sqrt{2}-1)x=1$	$:(\sqrt{2}-1)$
$\underline{\underline{x=\frac{1}{\sqrt{2}-1}}}$	

On peut enlever la racine au dénominateur:

$$x=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{1\cdot(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{1}=\underline{\underline{\sqrt{2}+1}}.$$

13. $\sqrt{6}=\sqrt{2}u+\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$
$\sqrt{2}u=\sqrt{6}-\sqrt{3}$	$:\sqrt{2}$
$\underline{\underline{u=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}}$	

On peut enlever la racine au dénominateur:

$$u=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{3})\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{6}\sqrt{2}-\sqrt{3}\sqrt{2}}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{4\cdot 3}-\sqrt{3}\sqrt{2}}{2}=$$

$$=\frac{\sqrt{4}\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{2}}{2}=$$

$$=\underline{\underline{\frac{(2-\sqrt{2})\sqrt{3}}{2}}}.$$

14. $3x-\frac{4-x}{2}=x-\frac{1}{3}$	$\cdot 2$
$6x-(4-x)=2x-\frac{2}{3}$	Distributivité
$6x-4+x=2x-\frac{2}{3}$	$\cdot 3$
$18x-12+3x=6x-2$	Réduction
$21x-12=6x-2$	$-6x$
$15x-12=-2$	$+12$
$15x=10$	$:15$
$x=\frac{10}{15}=\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$	

Exercice 8

a)
$$\begin{array}{l|l} 6F-4=3F+11 & -3F \\ 3F-4=11 & +4 \\ 3F=15 & :3 \\ \underline{\underline{F=5}} & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l|l} D+D=2D-5 & \text{Réduction} \\ 2D=2D-5 & -2D \\ 0=-5 \text{ impossible} & \\ \Rightarrow \underline{\underline{\text{pas de solution}}} & \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{l|l} 3M+7=6M+7 & -6M \\ -3M+7=7 & -3 \\ -3M=0 & :(-3) \\ \underline{\underline{M=0}} & \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{l|l} 2E-1=4E-13 & -4E \\ -2E-1=-13 & +1 \\ -2E=-12 & :(-2) \\ \underline{\underline{E=6}} & \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{l|l} 4B-2=3B+1 & -3B \\ B-2=1 & +2 \\ \underline{\underline{B=3}} & \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{l|l} 5N+1=12N-6 & -12N \\ -7N+1=-6 & -1 \\ -7N=-7 & :(-7) \\ \underline{\underline{N=1}} & \end{array}$$

g)
$$\begin{array}{l|l} 2R+4=3R & -2R \\ 4=R & \\ \Rightarrow \underline{\underline{R=4}} & \end{array}$$

h)
$$\begin{array}{l|l} 3L-7=L+11 & -L \\ 2L-7=11 & +7 \\ 2L=18 & :2 \\ \underline{\underline{L=9}} & \end{array}$$

i)
$$\begin{array}{l|l} A+7=3A-7 & -3A \\ -2A+7=-7 & -7 \\ -2A=-14 & :(-2) \\ \underline{\underline{A=7}} & \end{array}$$

j)
$$\begin{array}{l|l} 3-4T=T-7 & -T \\ 3-5T=-7 & -3 \\ -5T=-10 & :(-5) \\ \underline{\underline{T=2}} & \end{array}$$

Exercice 9

1) $2(x-7) = x-4$ | Distributivité
$2x-14 = x-4$ | $+14$
$2x = x+10$ | $-x$
$x = 10$ $\Rightarrow$ réponse C.

2) $x^2=25 \Rightarrow x=5$ ou -5
$0\cdot x=-2 \Rightarrow$ impossible
$0\cdot x=0 \Rightarrow$ tous les nombres sont solutions
$2x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{2}$
$x^2=-25 \Rightarrow$ impossible car $x^2 \geqslant 0$ $\Rightarrow$ réponses B et E.

3) Il doit y avoir une égalité entre deux écritures dont au moins une est littérale $\Rightarrow$ réponses C, D et E.

4) Avec $x=2$: $\frac{x-2}{x+2} = \frac{2-2}{2+2} = \frac{0}{4} = 0$ ✓
$\frac{x-2}{x-2} = \frac{1}{1}$ (par simplification par $x-2$) $= 1$ ✓
$\frac{x+2}{x+2} = \frac{1}{1}$ (par simplification par $x+2$) $= 1$ ✓
$\frac{2x+2}{x+4} = \frac{2\cdot2+2}{2+4} = \frac{4+2}{6} = \frac{6}{6} = 1$ ✓
$\frac{2x-2}{x-4} = \frac{2\cdot2-2}{2-4} = \frac{4-2}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$ ✗ $\Rightarrow$ réponses A, B, C et D.

5) Avec $(0;-3)$, i.e. $x=0$ et $y=-3$, on a $2x-y = 2\cdot0-(-3) = 0+3 = 3$ ✗
Avec $(0;3)$, i.e. $x=0$ et $y=3$, on a $2x-y = 2\cdot0-3 = 0-3 = -3$ ✓
Avec $(1;-1)$, i.e. $x=1$ et $y=-1$, on a $2x-y = 2\cdot1-(-1) = 2+1 = 3$ ✗
Avec $(-1;1)$, i.e. $x=-1$ et $y=1$, on a $2x-y = 2\cdot(-1)-1 = -2-1 = -3$ ✓
Avec $(5;7)$, i.e. $x=5$ et $y=7$, on a $2x-y = 2\cdot5-7 = 10-7 = 3$ ✗ $\Rightarrow$ réponses B et D.

6) $\begin{cases} x^2 = x \\ x+y+5=0 \end{cases}$ $\Rightarrow x^2-x=0 \Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow$ soit $x=0$, soit $x-1=0$, i.e. $x=1$.

Avec $x=0$, $x+y+5=0 \Rightarrow y+5=0 \Rightarrow y=-5$ et la solution est $(0;-5)$.
Avec $x=1$, $x+y+5=0 \Rightarrow 1+y+5=0 \Rightarrow y+6=0 \Rightarrow y=-6$ et la solution est $(1;-6)$.
$\Rightarrow$ réponses C et D.

Exercice 10

1.

$x+\frac{2}{3}=\frac{5}{6}$	$\cdot 6$
$6x+4=5$	-4
$6x=1$	$:6$
$x=\frac{1}{6}$	

2.

$\frac{2x}{5}-\frac{3}{4}=\frac{7}{2}$	$\cdot 5$
$2x-\frac{15}{4}=\frac{35}{2}$	$\cdot 4$
$8x-15=70$	$+15$
$8x=85$	$:8$
$x=\frac{85}{8}$	

3.

$\frac{x+2}{3}-\frac{2x}{5}=\frac{3-x}{15}$	$\cdot 15$
$5(x+2)-3\cdot 2x=3-x$	Distributivité
$5x+10-6x=3-x$	Réduction
$10-x=3-x$	$+x$
$10=3$ impossible	
$\Rightarrow$ pas de solution	

4.

$x+5=\frac{2x-3}{4}$	$\cdot 4$
$4x+20=2x-3$	$-2x$
$2x+20=-3$	-20
$2x=-23$	$:2$
$x=-\frac{23}{2}$	

5.

$\frac{3x+1}{4}=\frac{2-3x}{3}$	$\cdot 12$
$3(3x+1)=4(2-3x)$	Distributivité
$9x+3=8-12x$	$+12x$
$21x+3=8$	-3
$21x=5$	$:21$
$x=\frac{5}{21}$	

6.

$\frac{2x-4}{3}-\frac{x+5}{5}-\frac{2x+3}{4}=1$	$\cdot 3$
$2x-4-\frac{3x+15}{5}-\frac{6x+9}{4}=3$	$\cdot 5$
$10x-20-(3x+15)-\frac{30x+45}{4}=15$	Distributivité
$10x-20-3x-15-\frac{30x+45}{4}=15$	$\cdot 4$
$40x-80-12x-60-(30x+45)=60$	Distributivité
$40x-80-12x-60-30x-45=60$	Réduction
$-2x-185=60$	$+185$
$-2x=245$	$:(-2)$
$x=-\frac{245}{2}$	

7.

$\frac{x+7}{5}-\frac{3x+1}{6}=3-\frac{x+7}{15}$	$\cdot 5$
$x+7-\frac{15x+5}{6}=15-\frac{x+7}{3}$	$\cdot 6$
$6x+42-(15x+5)=90-2(x+7)$	Distributivité
$6x+42-15x-5=90-2x-14$	Réduction
$-9x+37=76-2x$	$+2x$
$-7x+37=76$	-37
$-7x=39$	$:(-7)$
$x=-\frac{39}{7}$	

8.

$\frac{x-1}{2}+\frac{x+1}{3}=5$	$\cdot 2$
$x-1+\frac{2x+2}{3}=10$	$\cdot 3$
$3x-3+2x+2=30$	Réduction
$5x-1=30$	$+1$
$5x=31$	$:5$
$x=\frac{31}{5}$	

9. $\frac{2x+2}{3} - \frac{-7x}{2} = \frac{-9x+6}{6}$ | $\cdot 6$

$2(2x+2) - 3(-7x) = -9x+6$ | Distributivité

$4x+4+21x = -9x+6$ | Réduction

$25x+4 = -9x+6$ | $+9x$

$34x+4 = 6$ | -4

$34x = 2$ | $:34$

$x = \frac{2}{34} = \underline{\underline{\frac{1}{17}}}$

10. $\frac{3x-10}{6} - \frac{-10x-8}{2} = \frac{10x-2}{3}$ | $\cdot 6$

$3x-10-3(-10x-8) = 2(10x-2)$ | Distributivité

$3x-10+30x+24 = 20x-4$ | Réduction

$33x+14 = 20x-4$ | $-20x$

$13x+14 = -4$ | -18

$13x = -18$ | $:13$

$\underline{\underline{x = \frac{-18}{13}}}$

Exercice 11

1.

$3(x+5) = \frac{x-1}{4}$	Distributivité
$3x+15 = \frac{x-1}{4}$	$\cdot 4$
$12x+60 = x-1$	$-x$
$11x+60 = -1$	-60
$11x = -61$	$:11$
$\underline{\underline{x = -\frac{61}{11}}}$	

2.

$\frac{2(5-2x)}{3} - \frac{x+2}{4} = 4(x+1)$	Distributivité
$\frac{10-4x}{3} - \frac{x+2}{4} = 4x+4$	$\cdot 3$
$10-4x - \frac{3x+6}{4} = 12x+12$	$\cdot 4$
$40-16x-(3x+6) = 48x+48$	Distributivité
$40-16x-3x-6 = 48x+48$	Réduction
$34-19x = 48x+48$	$-48x$
$34-67x = 48$	-34
$-67x = 14$	$:(-67)$
$\underline{\underline{x = -\frac{14}{67}}}$	

3.

$3x - \frac{1}{2}(x+5) = 5 - \frac{x-3}{6}$	$\cdot 6$
$18x-3(x+5) = 30-(x-3)$	Distributivité
$18x-3x-15 = 30-x+3$	Réduction
$15x-15 = -x+33$	$+x$
$16x-15 = 33$	$+15$
$16x = 48$	$:16$
$\underline{\underline{x = 3}}$	

4.

$60 = \left(\frac{x-3}{3}\right)\cdot 4$	$:4$
$15 = \frac{x-3}{3}$	$\cdot 3$
$45 = x-3$	$+3$
$48 = x \Rightarrow \underline{\underline{x = 48}}$	

5.

$\frac{2}{3}(x-8) = 3\cdot\frac{x}{5}$	Distributivité
$\frac{2x}{3} - \frac{16}{3} = \frac{3x}{5}$	$\cdot 3$
$2x-16 = \frac{9x}{5}$	$\cdot 5$
$10x-80 = 9x$	$-9x$
$x-80 = 0$	$+80$
$\underline{\underline{x = 80}}$	

6.

$\frac{x}{5} - 3(2x-2) + \frac{2}{3}x = \frac{x-4}{3}$	Distributivité
$\frac{x}{5} - 6x + 6 + \frac{2x}{3} = \frac{x-4}{3}$	$\cdot 5$
$x - 30x + 30 + \frac{10x}{3} = \frac{5x-20}{3}$	$\cdot 3$
$3x-90x+90+10x = 5x-20$	Réduction
$-77x = 5x-20$	$-5x$
$-82x = -20$	$:(-82)$
$x = \frac{20}{82} = \underline{\underline{\frac{10}{41}}}$	

7.

$\frac{1}{7} - \frac{2x-5}{4} = \frac{3(2x-4)}{2}$	Distributivité
$\frac{1}{7} - \frac{2x-5}{4} = \frac{6x-12}{2}$	$\cdot 7$
$1 - \frac{14x-35}{4} = \frac{42x-84}{2}$	$\cdot 4$
$4-(14x-35) = 2(42x-84)$	Distributivité
$4-14x+35 = 84x-168$	Réduction
$-14x+39 = 84x-168$	$-84x$
$-98x+39 = -168$	-39
$-98x = -207$	$:(-98)$
$\underline{\underline{x = \frac{207}{98}}}$	

Exercice 12

1) $I = C \cdot t \cdot n \quad \Big| \; :(t \cdot n)$

$\frac{I}{tn} = C$

$\Rightarrow \underline{\underline{C = \frac{I}{tn}}}$

2) $I = C \cdot t \cdot n \quad \Big| \; :(C \cdot n)$

$\frac{I}{Cn} = t$

$\Rightarrow \underline{\underline{t = \frac{I}{Cn}}}$

3) $I = C \cdot t \cdot n \quad \Big| \; :(C \cdot t)$

$\frac{I}{Ct} = n$

$\Rightarrow \underline{\underline{n = \frac{I}{Ct}}}$

Exercice 13

1) $I = \frac{U}{R}$ $\quad | \cdot R$

$IR = U$

$\Rightarrow \underline{\underline{U = RI}}$

2) $I = \frac{U}{R}$ $\quad | \cdot R$

$IR = U$ $\quad | : I$

$\underline{\underline{R = \frac{U}{I}}}$

Exercice 14

1) $P = \frac{F}{S}$ $\quad | \cdot S$

$PS = F$

$\Rightarrow \underline{\underline{F = PS}}$

2) $P = \frac{F}{S}$ $\quad | \cdot S$

$PS = F$ $\quad | : P$

$\underline{\underline{S = \frac{F}{P}}}$

Exercice 15

1) $F \cdot L = F' \cdot L' \quad | :L$

$F = \dfrac{F' \cdot L'}{L}$

2) $F \cdot L = F' \cdot L' \quad | :F'$

$\dfrac{F \cdot L}{L'} = F'$

$\Rightarrow F' = \dfrac{F \cdot L}{L'}$

Exercice 16

1) $A = b \cdot h \quad | :h$

$\frac{A}{h} = b$

$\Rightarrow \underline{\underline{b = \frac{A}{h}}}$

2) $A = b \cdot h \quad | :b$

$\frac{A}{b} = h$

$\Rightarrow \underline{\underline{h = \frac{A}{b}}}$

3) a) $b = ?$, $h = 8{,}1$, $A = 45{,}36$

$1) \Rightarrow b = \frac{A}{h} \Rightarrow b = \frac{45{,}36}{8{,}1} = 5{,}6$

$\Rightarrow$ La base du parallélogramme est 5,6 cm.

b) $h = ?$, $b = 0{,}72$, $A = 133{,}128$

$2) \Rightarrow h = \frac{A}{b} \Rightarrow h = \frac{133{,}128}{0{,}72} = 184{,}9$

$\Rightarrow$ la hauteur du parallélogramme est 184,9 cm.

Exercice 17

1) $ax = a-1 \quad | \; :a \; (a\neq 0)$

$$\underline{\underline{x = \frac{a-1}{a} \quad (a\neq 0)}}$$

Si $a=0$, l'équation devient $0=-1$, ce qui est impossible ; l'équation n'a pas de solution.

2) $(a-b)\cdot x = a \quad | \; :(a-b) \; (a\neq b)$

$$\underline{\underline{x = \frac{a}{a-b}}}$$

Si $a=b$, l'équation devient $0=a$;
si $a=b=0$, l'équation admet tous les nombres comme solution ;
si $a=b\neq 0$, l'équation n'a pas de solution.

3) $ax-bx=c \quad | \;$ factorisation

$(a-b)x=c \quad | \; :(a-b) \; (a\neq b)$

$$\underline{\underline{x = \frac{c}{a-b}}}$$

Si $a=b$, l'équation devient $0=c$;
si $a=b$ et $c=0$, l'équation admet tous les nombres comme solution ;
si $a=b$ et $c\neq 0$, l'équation n'a pas de solution.

4) $ax+b=c \quad | \; -b$

$ax=c-b \quad | \; :a \; (a\neq 0)$

$$\underline{\underline{x = \frac{c-b}{a}}}$$

Si $a=0$, l'équation devient $b=c$;
si $a=0$ et $b=c$, l'équation admet tous les nombres comme solution ;
si $a=0$ et $b\neq c$, l'équation n'a pas de solution.

5) $bx-a=cx+b \quad | \; -cx$

$bx-cx-a=b \quad | \; +a$

$bx-cx=a+b \quad | \;$ factorisation

$(b-c)x=a+b \quad | \; :(b-c) \; (b\neq c)$

$$\underline{\underline{x = \frac{a+b}{b-c}}}$$

Si $b=c$, l'équation devient $bx-a=bx+b$ $\Rightarrow -a=b$;
si $b=c=-a$, l'équation admet tous les nombres comme solution ;
si $b=c\neq -a$, l'équation n'a pas de solution.

6) $a(x-a)=x-2 \quad | \;$ Distributivité

$ax-a^2=x-2 \quad | \; -x$

$ax-x-a^2=-2 \quad | \; +a^2$

$ax-x=a^2-2 \quad | \;$ factorisation

$(a-1)x=a^2-2 \quad | \; :(a-1) \; (a\neq 1)$

$$\underline{\underline{x = \frac{a^2-2}{a-1}}}$$

Si $a=1$, l'équation s'écrit $x-1=x-2$ $\Rightarrow -1=-2$, ce qui est impossible ;
l'équation n'a pas de solution.

7) $bx=a+b \quad | \; :b \; (b\neq 0)$

$$\underline{\underline{x = \frac{a+b}{b}}}$$

Si $b=0$, l'équation s'écrit $0=a$;
si $a=b=0$, l'équation admet tous les nombres comme solution ;
si $a\neq b=0$, l'équation n'a pas de solution

8) $a+bx=b \quad | \; -a$

$bx=b-a \quad | \; :b \; (b\neq 0)$

$$\underline{\underline{x = \frac{b-a}{b}}}$$

Si $b=0$, l'équation s'écrit $a=0$;

Si $a=b=0$, l'équation admet tous les nombres comme solution;

Si $a\neq b=0$, l'équation n'a pas de solution.

9)

$(a+b)\cdot x=b$	$:(a+b)\ (a+b\neq 0)$
$\underline{\underline{x=\frac{b}{a+b}}}$	

Si $a+b=0$, l'équation s'écrit $0=b$;

Si $a+b=0$ et $b=0$, i.e. si $a=b=0$, l'équation admet tous les nombres comme solution;

Si $a+b=0$ et $b\neq 0$, l'équation n'a pas de solution

10)

$ax-b=bx+a$	$-bx$
$ax-bx-b=a$	$+b$
$ax-bx=a+b$	factorisation
$(a-b)x=a+b$	$:(a-b)\ (a\neq b)$
$\underline{\underline{x=\frac{a+b}{a-b}}}$	

Si $a=b$, l'équation s'écrit $ax-a=ax+a$ $\Rightarrow -a=a \Rightarrow 0=2a \Rightarrow a=0$;

Si $a=b=0$, l'équation admet tous les nombres comme solution;

Si $a=b\neq 0$, l'équation n'a pas de solution.

11)

$ax-x=a$	factorisation
$(a-1)x=a$	$:(a-1)\ (a\neq 1)$
$\underline{\underline{x=\frac{a}{a-1}}}$	

Si $a=1$, l'équation s'écrit $x-x=1$, i.e. $0=1$, ce qui est impossible; l'équation n'a pas de solution.

12)

$x-b=(x+a)\cdot a$	distributivité
$x-b=ax+a^2$	$-ax$
$x-ax-b=a^2$	$+b$
$x-ax=a^2+b$	factorisation
$(1-a)x=a^2+b$	$:(1-a)\ (a\neq 1)$
$\underline{\underline{x=\frac{a^2+b}{1-a}}}$	

Si $a=1$, l'équation devient $x-b=x+1$ $\Rightarrow -b=1 \Rightarrow b=-1$;

Si $a=1$ et $b=-1$, l'équation admet tous les nombres comme solution;

Si $a=1$ et $b\neq -1$, l'équation n'a pas de solution.

13)

$ax+b=cx+d$	$-cx$
$ax-cx+b=d$	$-b$
$ax-cx=d-b$	factorisation
$(a-c)x=d-b$	$:(a-c)\ (a\neq c)$
$\underline{\underline{x=\frac{d-b}{a-c}}}$	

Si $a=c$, l'équation s'écrit $ax+b=ax+d$ $\Rightarrow b=d$;

Si $a=c$ et $b=d$, l'équation admet tous les nombres comme solution;

Si $a=c$ et $b\neq d$, l'équation n'a pas de solution.

14)

$ax-a=x-1$	$-x$
$ax-x-a=-1$	$+a$
$ax-x=a-1$	factorisation
$(a-1)x=a-1$	$:(a-1)\ (a\neq 1)$
$\underline{\underline{x=1}}$	

Si $a=0$, l'équation s'écrit $0=x-1$ et on a aussi $x=1$.

15) $ax-b=bx-a \qquad \vert\; -bx$

$ax-bx-b=-a \qquad \vert\; +b$

$ax-bx=b-a \qquad \vert\;$ factorisation

$(a-b)x=b-a \qquad \vert\; :(a-b)\ (a\neq b)$

$x=\dfrac{b-a}{a-b}=\dfrac{-(a-b)}{a-b}=\underline{\underline{-1}}$

Si $a=b$, l'équation s'écrit $ax-a=ax-a$; l'équation admet tous les nombres comme solution.

16) $ax+1=a^2+x \qquad \vert\; -x$

$ax-x+1=a^2 \qquad \vert\; -1$

$ax-x=a^2-1 \qquad \vert\;$ factorisation

$(a-1)x=a^2-1 \qquad \vert\; :(a-1)\ (a\neq 1)$

$x=\dfrac{a^2-1}{a-1}$

Comme $a^2-1=(a+1)(a-1)$ par une des identités remarquables, on obtient

$x=\dfrac{a^2-1}{a-1}=\dfrac{(a+1)(a-1)}{a-1}=\underline{\underline{a+1}}.$

Si $a=1$, l'équation s'écrit $x+1=1+x$; l'équation admet tous les nombres comme solution.

17) $a^2x-a=x-1 \qquad \vert\; -x$

$a^2x-x-a=-1 \qquad \vert\; +a$

$a^2x-x=a-1 \qquad \vert\;$ factorisation

$(a^2-1)x=a-1 \qquad \vert\; :(a^2-1)\ (a^2\neq 1)$

$x=\dfrac{a-1}{a^2-1}$

Comme ci-dessus, on a $a^2-1=(a+1)(a-1)$.

On obtient $x=\dfrac{a-1}{a^2-1}=\dfrac{a-1}{(a+1)(a-1)}=\underline{\underline{\dfrac{1}{a+1}}}.$

Si $a^2=1$, on a soit $a=1$, soit $a=-1$.

Si $a=1$, l'équation s'écrit $x-1=x-1$; l'équation admet tous les nombres comme solution.

Si $a=-1$, l'équation devient $x+1=x-1$

$\Rightarrow 1=-1$, ce qui est impossible; l'équation n'a pas de solution.

18) $a(x-a)+ab=b(x+b)-ab \qquad \vert\;$ distributivité

$ax-a^2+ab=bx+b^2-ab \qquad \vert\; -bx$

$ax-bx-a^2+ab=b^2-ab \qquad \vert\; +a^2$

$ax-bx+ab=a^2-ab+b^2 \qquad \vert\; -ab$

$ax-bx=a^2-2ab+b^2 \qquad \vert\;$ factorisation

$(a-b)x=a^2-2ab+b^2 \qquad \vert\; :(a-b)\ (a\neq b)$

$x=\dfrac{a^2-2ab+b^2}{a-b}$

Comme $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ par une des identités remarquables, on obtient

$x=\dfrac{a^2-2ab+b^2}{a-b}=\dfrac{(a-b)^2}{a-b}=\underline{\underline{a-b}}.$

Si $a=b$, l'équation s'écrit

$a(x-a)+a^2=a(x+a)-a^2 \qquad \vert\;$ distributivité

$ax-a^2+a^2=ax+a^2-a^2 \qquad \vert\;$ réduction

$ax=ax$

$\Rightarrow$ l'équation admet tous les nombres comme solution.

20) $bx-2ax=2a-bx \qquad \vert\; +bx$

$2bx-2ax=2a \qquad \vert\;$ factorisation

$2(b-a)x=2a \qquad \vert\; :2$

$(b-a)x=a \qquad \vert\; :(b-1)\ (b\neq a)$

$\underline{\underline{x=\dfrac{a}{b-a}}}$

Si $b=a$, l'équation s'écrit

$ax-2ax=2a-ax \qquad \vert\; +ax$

$2ax-2ax=2a \qquad \vert\;$ réduction

$0=2a$

Si $b=a=0$, l'équation admet tous les nombres comme solution;

Si $b=a\neq 0$, l'équation n'a pas de solution.

21)
$$ax - a^2 = b^2 - bx \qquad \Big|\ +bx$$
$$ax + bx - a^2 = b^2 \qquad \Big|\ +a^2$$
$$ax + bx = a^2 + b^2 \qquad \Big|\ \text{factorisation}$$
$$(a+b)x = a^2 + b^2 \qquad \Big|\ :(a+b)\ (a+b \neq 0)$$
$$\underline{\underline{x = \frac{a^2+b^2}{a+b}}}$$

Si $a+b=0$, i.e. $b=-a$, l'équation s'écrit $ax - a^2 = a^2 + ax \Rightarrow -a^2 = a^2 \Rightarrow 0 = 2a^2 \Rightarrow a^2 = 0 \Rightarrow a = 0$;
Si $a+b=0$ et $a=0$, i.e. $a=b=0$, l'équation admet tous les nombres comme solution;
Si $a+b=0$ et $a \neq 0$, l'équation n'a pas de solution.

22)
$$x - 1 = b + b^2x \qquad \Big|\ -b^2x$$
$$x - b^2x - 1 = b \qquad \Big|\ +1$$
$$x - b^2x = b + 1 \qquad \Big|\ \text{factorisation}$$
$$(1-b^2)x = b+1 \qquad \Big|\ :(1-b^2)\ (b^2 \neq 1)$$
$$\underline{\underline{x = \frac{b+1}{1-b^2}}}$$

Si $b^2 = 1$, on a soit $b=1$, soit $b=-1$.
Si $b=1$, l'équation s'écrit $x-1 = 1+x \Rightarrow -1 = 1$, ce qui est impossible; l'équation n'a pas de solution;
Si $b=-1$, l'équation s'écrit $x-1 = -1+x \Rightarrow -1 = -1$; l'équation admet tous les nombres comme solution.

23)
$$a(ax-1) - b^2x = b(1-2ax) - 2b^2x \qquad \text{distributivité}$$
$$a^2x - a - b^2x = b - 2abx - 2b^2x \qquad +2abx$$
$$a^2x + 2abx - b^2x - a = b - 2b^2x \qquad +2b^2x$$
$$a^2x + 2abx + b^2x - a = b \qquad +a$$
$$a^2x + 2abx + b^2x = a + b \qquad \text{factorisation}$$
$$(a^2 + 2ab + b^2)x = a+b \qquad \text{factorisation}$$
$$(a+b)^2x = a+b \qquad :(a+b)\ (a+b \neq 0)$$
$$(a+b)x = 1 \qquad :(a+b)$$
$$\underline{\underline{x = \frac{1}{a+b}}}.$$

Si $a+b=0$, i.e. $b=-a$, l'équation s'écrit
$$a(ax-1) - a^2x = -a(1-2ax) - 2a^2x \qquad \Big|\ \text{D}$$
$$a^2x - a - a^2x = -a + 2a^2x - 2a^2x \qquad \Big|\ \text{R}$$
$$-a = -a$$
$\Rightarrow$ l'équation admet tous les nombres comme solution.

24)
$$a^2x - a = a^2 - ax \qquad \Big|\ +ax$$
$$a^2x + ax - a = a^2 \qquad \Big|\ +a$$
$$a^2x + ax = a^2 + a \qquad \Big|\ \text{factorisation}$$
$$(a^2+a)x = a^2 + a \qquad \Big|\ :(a^2+a)\ (a^2+a \neq 0)$$
$$\underline{\underline{x = 1}}$$

Si $a^2 + a = 0$, i.e. $a(a+1) = 0$, soit $a = 0$, soit $a+1 = 0$, i.e. $a = -1$;
Si $a=0$, l'équation s'écrit $0=0$; l'équation admet tous les nombres comme solution;
Si $a=-1$, l'équation s'écrit $x+1 = 1+x$; l'équation admet tous les nombres comme solution.

25)
$$a^2x + 1 = a^2 - x \qquad \Big|\ +x$$
$$a^2x + x + 1 = a^2 \qquad \Big|\ -1$$
$$a^2x + x = a^2 - 1 \qquad \Big|\ \text{factorisation}$$
$$(a^2+1)x = a^2 - 1 \qquad \Big|\ :(a^2+1) \text{ qui est toujours } > 0$$
$$\underline{\underline{x = \frac{a^2-1}{a^2+1}}}$$

26)
$$4x - a^2 = ax - 16 \qquad -ax$$
$$4x - ax - a^2 = -16 \qquad +a^2$$
$$4x - ax = a^2 - 16 \qquad \text{factorisation}$$
$$(4-a)x = a^2 - 16 \qquad :(4-a)\ (a \neq 4)$$
$$x = \frac{a^2-16}{4-a}$$
On a $a^2 - 16 = (a+4)(a-4)$ par une

identité remarquable ; on obtient

$x = \dfrac{a^2-16}{4-a} = \dfrac{(a+4)(a-4)}{-(a-4)} = \dfrac{a+4}{-1} = \underline{\underline{-a-4.}}$

Si $a=4$, l'équation s'écrit

$4x-16=4x-16$; l'équation admet

tous les nombres comme solution.

27)

$4a^2-x=4ax$	$+x$
$4a^2=4ax+x$	factorisation
$4a^2=(4a+1)x$	$:(4a+1)$ $(4a+1)\neq 0$
$\underline{\underline{x=\dfrac{4a^2}{4a+1}}}$	

Si $4a+1=0$, i.e. $4a=-1$, i.e. $a=-\frac{1}{4}$,

l'équation s'écrit $4\left(-\frac{1}{4}\right)^2-x=4\left(-\frac{1}{4}\right)x$

$\Rightarrow 4\cdot\frac{1}{16}-x=-x \Rightarrow \frac{1}{4}-x=-x$

$\Rightarrow \frac{1}{4}=0$, ce qui est impossible ;

l'équation n'a pas de solution.

28)

$abx+ab=b+a^2bx$	$-a^2bx$
$abx-a^2bx+ab=b$	$-ab$
$abx-a^2bx=b-ab$	factorisation
$(ab-a^2b)x=b-ab$	factorisation
$ab(1-a)x=b(1-a)$	$:b$ $(b\neq 0)$
$a(1-a)x=1-a$	$:(1-a)$ $(a\neq 1)$
$ax=1$	$:a$ $(a\neq 0)$
$\underline{\underline{x=\dfrac{1}{a}}}$	

Si $b=0$, l'équation s'écrit $0=0$;

l'équation admet tous les nombres comme

solution ;

Si $a=1$, l'équation s'écrit $bx+b=b+bx$;

l'équation admet tous les nombres comme

solution ;

Si $a=0$, l'équation s'écrit $0=b$; comme

$b\neq 0$, c'est impossible et l'équation n'a

pas de solution.

29.

$bx(a-b)+a^2x=a(1-bx)+b(1-2bx)$	D
$abx-b^2x+a^2x=a-abx+b-2b^2x$	$+abx$
$2abx-b^2x+a^2x=a+b-2b^2x$	$+2b^2x$
$2abx+b^2x+a^2x=a+b$	F
$(a^2+2ab+b^2)x=a+b$	F
$(a+b)^2x=a+b$	$:(a+b)$ $(a+b\neq 0)$
$(a+b)x=1$	
$\underline{\underline{x=\dfrac{1}{a+b}}}$	

Si $a+b=0$, i.e. $b=-a$, l'équation s'écrit

$-ax(a+a)+a^2x=a(1+ax)-a(1+2ax)$	D
$-2a^2x+a^2x=a+a^2x-a-2a^2x$	R
$-a^2x=-a^2x$	

$\Rightarrow$ l'équation admet tous les nombres

comme solution.

Exercice 18

1)

$a(x-b)=b(x+a)$	Distributivité
$ax-ab=bx+ab$	$-bx$
$ax-bx-ab=ab$	$+ab$
$ax-bx=2ab$	Factorisation
$(a-b)x=2ab$	$:(a-b)$ $(a\neq b)$
$\underline{\underline{x=\frac{2ab}{a-b}}}$	

Si $a=b$, l'équation s'écrit

$a(x-a)=a(x+a)$	Distributivité
$ax-a^2=ax+a^2$	$-ax$
$-a^2=a^2$	$+a^2$
$0=2a^2$	$:2$
$a^2=0$	$\sqrt{\ }$
$a=0$	

Si $a=0$, l'équation admet tous les nombres comme solution;

Si $a\neq 0$, l'équation n'a pas de solution.

2)

$2a(x-1)=a(x-1)+b(x+1)$	Distributivité
$2ax-2a=ax-a+bx+b$	$-ax$
$ax-2a=-a+bx+b$	$-bx$
$ax-bx-2a=-a+b$	$+2a$
$ax-bx=a+b$	Factorisation
$(a-b)x=a+b$	$:(a-b)$ $(a\neq b)$
$\underline{\underline{x=\frac{a+b}{a-b}}}$	

Si $a=b$, l'équation s'écrit

$2a(x-1)=a(x-1)+a(x+1)$	Distributivité
$2ax-2a=ax-a+ax+a$	Réduction
$2ax-2a=2ax$	$-2ax$
$-2a=0$	$:(-2)$
$a=0$	

Si $a=0$, l'équation admet tous les nombres comme solution;

Si $a\neq 0$, l'équation n'a pas de solution.

3)

$2b^2(x-1)-a^2=x(3b^2-a^2)-b^2$	Distributivité
$2b^2x-2b^2-a^2=3b^2x-a^2x-b^2$	$-3b^2x$
$-b^2x-2b^2-a^2=-a^2x-b^2$	$+a^2x$
$a^2x-b^2x-2b^2-a^2=-b^2$	$+2b^2$
$a^2x-b^2x-a^2=b^2$	$+a^2$
$a^2x-b^2x=a^2+b^2$	Factorisation
$(a^2-b^2)x=a^2+b^2$	$:(a^2-b^2)$ $(a^2\neq b^2)$
$\underline{\underline{x=\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}}}$	

Si $a^2=b^2$, l'équation s'écrit

$2a^2(x-1)-a^2=x(3a^2-a^2)-a^2$	Réduction
$2a^2(x-1)-a^2=2a^2x-a^2$	Distributivité
$2a^2x-2a^2-a^2=2a^2x-a^2$	Réduction
$2a^2x-3a^2=2a^2x-a^2$	$-2a^2x$
$-3a^2=-a^2$	$+a^2$
$-2a^2=0$	$:(-2)$
$a^2=0$	$\sqrt{\ }$
$a=0$	

Si $a=0$ (et donc $b=0$ aussi), l'équation admet tous les nombres comme solution;

Si $a\neq 0$ (et donc $b\neq 0$ aussi), l'équation n'a pas de solution.

4)

$a(b-3a)+abx=b(2a-bx)-2a^2$	Distributivité
$ab-3a^2+abx=2ab-b^2x-2a^2$	$+b^2x$
$b^2x+ab-3a^2+abx=2ab-2a^2$	$-ab$
$b^2x-3a^2+abx=ab-2a^2$	$+3a^2$
$b^2x+abx=ab+a^2$	Factorisation
$(b^2+ab)x=a(b+a)$	Factorisation
$b(a+b)x=a(b+a)$	$:(b+a)$ $(b+a\neq 0)$
$bx=a$	$:b$ $(b\neq 0)$
$\underline{\underline{x=\frac{a}{b}}}$	

Si $a+b=0$, i.e. $b=-a$, l'équation s'écrit

$a(-a-3a)+a(-a)x=-a(2a+ax)-2a^2$	Réduction
$-4a^2-a^2x=-a(2a+ax)-2a^2$	Distributivité
$-4a^2-a^2x=-2a^2-a^2x-2a^2$	Réduction
$-4a^2-a^2x=-4a^2-a^2x$	$+a^2x$
$-4a^2=-4a^2$	

$\Rightarrow$ L'équation admet tous les nombres comme solution.

Si $b=0$, l'équation s'écrit

$a(-3a)=-2a^2$	Réduction
$-3a^2=-2a^2$	$+2a^2$
$-a^2=0$	$\cdot(-1)$
$a^2=0$	$\sqrt{}$
$a=0$	

Dans ce cas ($a=b=0$), on a $a+b=0$ et on retombe dans le cas ci-dessus.

Si $a\neq 0$ (avec $b=0$), l'équation n'a pas de solution.

5)

$3b^2x-b(1+4bx)=4a-a(ax+3)$	Distributivité
$3b^2x-b-4b^2x=4a-a^2x-3a$	Réduction
$-b^2x-b=a-a^2x$	$+a^2x$
$a^2x-b^2x-b=a$	$+b$
$a^2x-b^2x=a+b$	Factorisation
$(a^2-b^2)x=a+b$	$:(a^2-b^2)$ $(a^2\neq b^2)$
$x=\frac{a+b}{a^2-b^2}$	

On a $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ par une identité remarquable.

On obtient $x=\frac{a+b}{a^2-b^2}=\frac{a+b}{(a+b)(a-b)}=\underline{\underline{\frac{1}{a-b}}}$.

Si $a^2=b^2$, on a $a=b$ ou $a=-b$.

Si $a=b$, l'équation s'écrit

$3b^2x-b(1+4bx)=4b-b(bx+3)$	Distributivité
$3b^2x-b-4b^2x=4b-b^2x-3b$	Réduction
$-b^2x-b=b-b^2x$	$+b^2x$
$-b=b$	$-b$
$-2b=0$	$:(-2)$
$b=0$	

Si $b=0$ (et donc $a=0$), l'équation admet tous les nombres comme solution.
Si $b\neq 0$ (et donc $a\neq 0$), l'équation n'a pas de solution.

Si $a=-b$, l'équation s'écrit

$3b^2x-b(1+4bx)=-4b+b(-bx+3)$	Distributivité
$3b^2x-b-4b^2x=-4b-b^2x+3b$	Réduction
$-b^2x-b=-b^2x-b$	$+b^2x$
$-b=-b$	

$\Rightarrow$ l'équation admet tous les nombres comme solution.

6)

$-3x(a+b)-a^2=-2ax-b(b+4x)$	Distributivité
$-3ax-3bx-a^2=-2ax-b^2-4bx$	$+2ax$
$-ax-3bx-a^2=-b^2-4bx$	$+4bx$
$-ax+bx-a^2=-b^2$	$+a^2$
$-ax+bx=a^2-b^2$	Factorisation
$(-a+b)x=a^2-b^2$	$:(-a+b)$ $(a\neq b)$
$x=\dfrac{a^2-b^2}{-a+b}$.	

On a $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ par une identité remarquable.
Ainsi, on a $x=\dfrac{a^2-b^2}{-a+b}=\dfrac{(a+b)(a-b)}{-a+b}=\dfrac{(a+b)(a-b)}{-(a-b)}=\dfrac{a+b}{-1}=\underline{\underline{-a-b.}}$

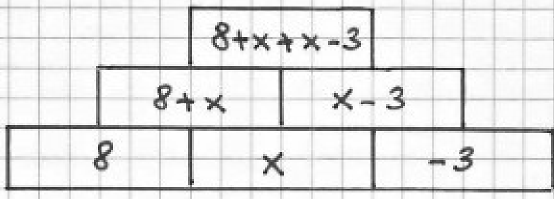
Si $a=b$, l'équation s'écrit

$-3x(a+a)-a^2=-2ax-a(a+4x)$	Réduction
$-6ax-a^2=-2ax-a(a+4x)$	Distributivité
$-6ax-a^2=-2ax-a^2-4ax$	Réduction
$-6ax-a^2=-6ax-a^2$	$+6ax$
$-a^2=-a^2$	

$\Rightarrow$ l'équation admet tous les nombres comme solution.

Exercice 19

1) Les briques de la pyramide se présentent comme suit

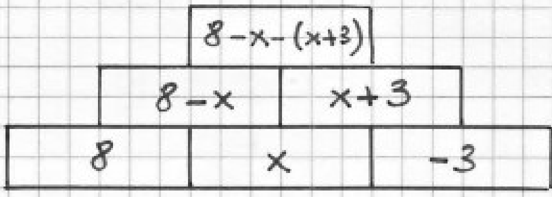


Comme la brique du haut doit valoir 1, on obtient l'équation $8+x+x-3=1$.

Résolution:		
	$8+x+x-3=1$	Réduction
	$2x+5=1$	-5
	$2x=-4$	$:2$
	$x=-2$	

La valeur de x est -2.

2) Les briques de la pyramide se présentent comme suit:



Comme la brique du haut doit valoir 1, on obtient l'équation $8-x-(x+3)=1$.

Résolution:		
	$8-x-(x+3)=1$	Distributivité
	$8-x-x-3=1$	Réduction
	$-2x+5=1$	-5
	$-2x=-4$	$:(-2)$
	$x=2$	

La valeur de x est 2.

Exercice 20

1. x = âge actuel d'Henry.

Il y a 10 ans : $x-10$.

Il y a 10 ans, il était âgé de 23 ans : $x-10=23$.

Résolution : $x-10=23 \quad | +10$

$x=33$

$\Rightarrow$ L'âge actuel d'Henry est de 33 ans.

2. x = salaire horaire = salaire pour 1 heure.

Il travaille 5 heures : $5x$.

Il travaille 5 heures et reçoit 105.– : $5x=105$.

Résolution : $5x=105 \quad | :5$

$x=21$

$\Rightarrow$ Son salaire horaire est de 21.–

3. x = nb cherché.

On l'augmente de 15 : $x+15$.

On l'augmente de 15 et on trouve 79 : $x+15=79$.

Résolution : $x+15=79 \quad | -15$

$x=64$

$\Rightarrow$ Le nombre est 64.

4. x = nb cherché.

Le triple du nombre : $3x$.

Le triple du nombre, plus 14 : $3x+14$.

Le triple du nombre plus 14 donne 35 : $3x+14=35$.

Résolution : $3x+14=35 \quad | -14$

$3x=21 \quad | :3$

$x=7$

$\Rightarrow$ Le nombre est 7.

5. x = nb cherché.

Le double du nombre : $2x$.

Le double du nombre moins 4 : $2x-4$.

Le double du nombre moins 4 donne 14 : $2x-4=14$.

Résolution: $2x - 4 = 14 \quad | +4$

$2x = 18 \quad | :2$

$x = 9$

=> Le nombre est $\underline{\underline{9.}}$

Exercice 21

$x =$ part de A

$y =$ part de B

$z =$ part de C

A, B et C doivent se partager 185.– : $x+y+z=185$

A a 15.– de plus que B : $x = y+15$

B a 10.– de plus que C : $y = z+10$

On a donc un système de 3 équations à 3 inconnues:

$$\begin{cases} x+y+z=185 & (1) \\ x = y+15 & (2) \\ y = z+10 & (3) \end{cases}$$

On peut remplacer dans (1) x par $y+15$, puisque $x=y+15$ d'après (2).

On obtient : $y+15+y+z=185 \Rightarrow 2y+z+15=185$ (1').

On peut remplacer dans (1') y par $z+10$, puisque $y=z+10$ d'après (3).

On obtient: $2(z+10)+z+15=185$.

On résout cette équation à une inconnue:

$$\begin{array}{l|l} 2(z+10)+z+15=185 & \text{Distributivité} \\ 2z+20+z+15=185 & \text{Réduction} \\ 3z+35=185 & -35 \\ 3z=150 & :3 \\ z=50 & \end{array}$$

Avec $z=50$ dans (3), on obtient $y=z+10=50+10=60$.

Avec $y=60$ dans (2), on obtient $x=y+15=60+15=75$.

On vérifie que $x+y+z=185$: $75+60+50=185 \rightarrow$ OK.

Ainsi <u>A reçoit 75.–, B reçoit 60.– et C reçoit 50.–</u>.

Exercice 22

$x =$ part de la 1e personne

$y =$ part de la 2e personne

On doit partager 3123.– $\Rightarrow x + y = 3123$

La part du 2e surpasse de 100.– le triple de celle du 1er $\Rightarrow y = 100 + 3x$.

On a donc un système de 2 équations à 2 inconnues : $\begin{cases} x + y = 3123 & ① \\ y = 100 + 3x & ② \end{cases}$

En remplaçant dans ① y par $100 + 3x$ (puisque $y = 100 + 3x$ d'après ②), on obtient l'équation

	Réduction
$x + 100 + 3x = 3123$	
$4x + 100 = 3123$	-100
$4x = 3023$	$:4$
$x = 755,75$	

Avec $x = 755,75$, on a $y = 100 + 3x = 100 + 3 \cdot 755,75 = 2367,25$.

On vérifie que $x + y = 3123$: $x + y = 755,75 + 2367,25 = 3123$ ✓.

Ainsi <u>la 1e personne reçoit 755,75 frs et la 2e personne reçoit 2367,25 frs.</u>

Exercice 23

$x = 1^e$ nombre

$y = 2^e$ nombre

La somme des 2 nombres est 500 : $x+y=500$.

En divisant l'un par l'autre, on obtient un quotient de 12 et un reste de 6 :

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ -12y & \overline{12} \\ \hline x-12y & \end{array}$$

On doit avoir $x-12y=6 \Rightarrow x=12y+6$.

On obtient un système de 2 équations à 2 inconnues : $\begin{cases} x+y=500 & (1) \\ x=12y+6 & (2) \end{cases}$.

En remplaçant dans (1) x par $12y+6$ (puisque $x=12y+6$ d'après (2)), on obtient l'équation

	Réduction
$12y+6+y=500$	
$13y+6=500$	-6
$13y=494$	$:13$
$y=38$	

Avec $y=38$, on a $x=12y+6=12\cdot 38+6=462$.

On vérifie que $x+y=500$: $x+y=38+462=500$.

Ainsi les nombres sont 38 et 462.

Exercice 24

$x =$ dépense totale.

Ajoutons une 2^e inconnue : $y =$ prix du costume (au départ).

On achète 7 costumes : $7y = x$.

Si chacun avait coûté 50.- de moins : $y - 50$

Si chacun avait coûté 50.- de moins, on peut en acheté 9 : $9(y-50) = x$.

On a donc un système de 2 équations à 2 inconnues : $\begin{cases} 7y = x \\ 9(y-50) = x. \end{cases}$

Comme les membres de droite de ces 2 équations sont x, les membres de droite doivent être égaux.

On a donc l'équation:

$$\begin{array}{rl|l} 7y &= 9(y-50) & \text{Distributivité} \\ 7y &= 9y - 450 & -9y \\ -2y &= -450 & :(-2) \\ y &= 225 & \end{array}$$

Avec $y = 225$, on a $x = 7y = 7 \cdot 225 = 1575$.

On vérifie que $x = 9(y-50)$: $9(y-50) = 9 \cdot (225-50) = 9 \cdot 175 = 1575$ ✓.

Ainsi <u>on a dépensé 1575.-</u>.

Exercice 25

x = coût total.

On ajoute une 2^e inconnue : y = nb d'élèves au départ.

Coût par élève de 7 € : $7y = x$.

9 désistements : nb d'élèves $= y - 9$.

Coût par ces élèves de 10 € chacun : $10(y-9) = x$.

On obtient ainsi un système de 2 équations à 2 inconnues : $\begin{cases} 7y = x & (1) \\ 10(y-9) = x & (2) \end{cases}$.

Comme les membres de droite des 2 équations sont égaux, les membres de droite doivent aussi être égaux. On obtient l'équation :

$$\begin{array}{rcl|l} 7y &=& 10(y-9) & \text{Distributivité} \\ 7y &=& 10y - 90 & -10y \\ -3y &=& -90 & :(-3) \\ y &=& 30 & \end{array}$$

Avec (1), on a alors $x = 7y = 210.-$.

On vérifie (2) : $10(y-9) = 10 \cdot (30-9) = 10 \cdot 21 = 210 = x$ ✓.

Le coût total est donc de 210.-.

Exercice 26

x = nb d'élèves à la permanence.

Un tiers des élèves font des math : $\frac{x}{3}$.

Un quart apprennent leur leçon de géo : $\frac{x}{4}$.

Les autres : 10

Au total, on a x élèves.

On doit donc avoir $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 10 = x$.

Résolution de l'équation :

$$\begin{array}{l|l}
\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 10 = x & \cdot 3 \\
x + \frac{3x}{4} + 30 = 3x & \cdot 4 \\
4x + 3x + 120 = 12x & \text{Réduction} \\
7x + 120 = 12x & -7x \\
120 = 5x & :5 \\
24 = x. &
\end{array}$$

Le <u>nombre d'élèves à la permanence est donc de 24.</u>

Exercice 27

$x =$ prix de la rose

$y =$ prix de l'iris

$z =$ prix de la tulipe

5 roses + 4 iris + 6 tulipes = 25.– $\Longrightarrow$ $5x+4y+6z=25$.

Prix de l'iris = la moitié du prix de la rose $\Longrightarrow$ $y = \frac{x}{2}$.

Prix de la tulipe = le triple du prix d'une rose $\Longrightarrow$ $z = 3x$.

On obtient ainsi un système de 3 équations à 3 inconnues : $\begin{cases} 5x+4y+6z=25 & (1) \\ y = \frac{x}{2} & (2) \\ z = 3x & (3). \end{cases}$

On remplace dans (1) y par $\frac{x}{2}$ (puisque $y = \frac{x}{2}$ d'après (2)) et z par $3x$ (puisque $z = 3x$ d'après (3)).

On obtient l'équation:

$5x + 4 \cdot \frac{x}{2} + 6 \cdot 3x = 25$	Calculs
$5x + 2x + 18x = 25$	Réduction
$25x = 25$	$:5$
$x = 5$	

Avec $x=5$, on a, d'après (2), $y = \frac{x}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}50$.

Avec $x=5$, on a, d'après (3), $z = 3x = 3 \cdot 1 = 3$.

On vérifie que $5x+4y+6z=25$: $5x+4y+6z = 5 \cdot 1 + 4 \cdot 0{,}5 + 6 \cdot 3 = 5+2+18 = 25$ ✓.

Ainsi la rose coûte 1.–, l'iris 0,50 frs et la tulipe 3.–.

Exercice 28

x_1 = nb de Pierre

x_2 = nb de Paul

x_3 = nb de Matthieu

x_4 = nb de Jean

x_5 = nb de Luc

x_6 = nb de Jacques

Le total est 527 $\Rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=527$.

Pierre a 2x plus que Paul : $x_1 = 2x_2$.

Paul a 2x plus que Matthieu : $x_2 = 2x_3$.

Matthieu a 2x moins que Jean : $x_3 = \frac{x_4}{2}$.

Jean a 2x moins que Luc : $x_4 = \frac{x_5}{2}$

Luc en a autant que Jacques : $x_5 = x_6$.

On obtient donc un système de 6 équations à 6 inconnues :
$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 527 & (1) \\ x_1 = 2x_2 & (2) \\ x_2 = 2x_3 & (3) \\ x_3 = \frac{x_4}{2} & (4) \\ x_4 = \frac{x_5}{2} & (5) \\ x_5 = x_6 & (6) \end{cases}$$

Dans (1), on peut remplacer x_1 par $2x_2$, puisque, d'après (2), $x_1 = 2x_2$.

On obtient : $2x_2+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 = 527 \Rightarrow 3x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=527$.

On peut remplacer x_2 par $2x_3$, puisque $x_2 = 2x_3$ d'après (3).

On obtient : $3\cdot 2x_3+x_3+x_4+x_5+x_6 = 527 \Rightarrow 6x_3+x_3+x_4+x_5+x_6 = 527 \Rightarrow 7x_3+x_4+x_5+x_6=527$.

On peut remplacer x_3 par $\frac{x_4}{2}$, puisque $x_3 = \frac{x_4}{2}$ d'après (4).

On obtient : $7\cdot\frac{x_4}{2}+x_4+x_5+x_6 = 527 \Rightarrow \frac{7}{2}x_4+x_4+x_5+x_6 = 527 \Rightarrow \frac{9}{2}x_4+x_5+x_6 = 527$.

On peut remplacer x_4 par $\frac{x_5}{2}$, puisque $x_4 = \frac{x_5}{2}$ d'après (5).

On obtient : $\frac{9}{2}\cdot\frac{x_5}{2}+x_5+x_6 = 527 \Rightarrow \frac{9}{4}x_5+x_5+x_6 = 527 \Rightarrow \frac{13}{4}x_5+x_6=527$.

On peut remplacer x_5 par x_6, puisque $x_5 = x_6$ d'après (6).

On obtient : $\frac{13}{4}x_6+x_6 = 527 \Rightarrow \frac{17}{4}x_6 = 527 \Rightarrow 17x_6 = 2108 \Rightarrow x_6 = 124$.

Avec $x_6 = 124$, on a, avec (6), $x_5 = x_6 = 124$.

Avec $x_5 = 124$, on a, avec (5), $x_4 = \frac{x_5}{2} = \frac{124}{2} = 62$.

Avec $x_4 = 62$, on a, avec (4), $x_3 = \frac{x_4}{2} = \frac{62}{2} = 31$.

Avec $x_3 = 31$, on a, avec (3), $x_2 = 2x_3 = 2\cdot 31 = 62$.

Avec $x_2 = 62$, on a, avec ②, $x_1 = 2x_2 = 2 \cdot 62 = 124$.

On vérifie ①: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 124 + 62 + 31 + 62 + 124 + 124 = 527$ ✓.

Ainsi, Pierre en a 124, Paul en a 62, Matthieu en a 31, Jean en a 62, Luc en a 124 et Jacques en a 124.

Exercice 29

x = espacement entre les rosiers

On ajoute une 2^e inconnue : y = longueur de la plate bande.

Une plate bande est constituée de 32 rosiers : $32x = y$.

Si l'espacement est augmenté de 10 cm : $x+10$.

Si l'espacement est augmenté de 10 cm, il y a 12 rosiers en moins, i.e. $32-10=20$: $20(x+10)=y$.

On obtient un système de 2 équations à 2 inconnues : $\begin{cases} 32x = y \\ 20(x+10) = y \end{cases}$.

Comme les membres de droite de ces 2 équations sont identiques, les membres de gauche doivent être égaux. On obtient l'équation $32x = 20(x+10)$.

Résolution:

$32x = 20(x+10)$	Distributivité
$32x = 20x + 200$	$-20x$
$12x = 200$	$:12$
$x = \frac{200}{12} = \frac{50}{3} \cong 16{,}67$	

L'espacement entre les rosiers est donc de $\underline{\underline{16{,}67 \text{ cm}}}$.

Exercice 30

x = prix de 100g de chocolat au lait

y = prix de 100g de chocolat noir

z = prix de 100g de pralinés

w = prix de 100g de chocolat à la liqueur

200g de chocolat au lait $\longrightarrow 2x$

200g de chocolat noir $\longrightarrow 2y$

50g de praliné $\longrightarrow \frac{z}{2}$

50g de chocolat à la liqueur $\longrightarrow \frac{w}{2}$

Au total: 46.– $\Longrightarrow 2x+2y+\frac{z}{2}+\frac{w}{2}=46.$

Prix de 100g de chocolat noir = le double du chocolat au lait $\Longrightarrow y=2x.$

Prix du praliné = le tiers du chocolat au lait $\Longrightarrow z=\frac{x}{3}$

Prix du chocolat à la liqueur = le triple du chocolat au lait $\Longrightarrow w=3x.$

On obtient un système de 4 équations à 4 inconnues: $\begin{cases} 2x+2y+\frac{z}{2}+\frac{w}{2}=46 & (1) \\ y=2x & (2) \\ z=\frac{x}{3} & (3) \\ w=3x & (4) \end{cases}$

On remplace dans (1) y par $2x$ (puisque $y=2x$ d'après (2)), z par $\frac{x}{3}$ (puisque $z=\frac{x}{3}$ d'après (3) et w par $3x$ (puisque $w=3x$ d'après (4)). On obtient:

$2x+2\cdot 2x+\frac{1}{2}\cdot\frac{x}{3}+\frac{3x}{2}=46$	Calculs
$2x+4x+\frac{x}{6}+\frac{3x}{2}=46$	$\cdot 6$
$12x+24x+x+9x=276$	Réduction
$46x=276$	$:46$
$x=6$	

Avec $x=6$, on a, d'après (2), $y=2x=2\cdot 6=12.$

Avec $x=6$, on a, d'après (3), $z=\frac{x}{3}=\frac{6}{3}=2.$

Avec $x=6$, on a, d'après (4), $w=3x=3\cdot 6=18.$

On vérifie que $2x+2y+\frac{z}{2}+\frac{w}{2}=46$: $2x+2y+\frac{z}{2}+\frac{w}{2}=2\cdot 6+2\cdot 12+\frac{2}{2}+\frac{18}{2}=$

$=12+24+1+9=46$ ✓

Ainsi le prix de 100g de chocolat au lait est 6.–, le prix de 100g de chocolat noir est 12.–, le prix de 100g de pralinés est 2.– et le prix de 100g de chocolat à la liqueur est 18.–.

Exercice 31

x = taille des carreaux en mm

On ajoute une 2e inconnue : la longueur de la feuille $= y$.

La feuille a 56 carreaux sur sa longueur : $56x = y$.

Si la taille des carreaux est augmentée de 2mm : $x+2$.

Si la taille des carreaux est augmentée de 2mm, on pourrait supprimer 16 carreaux : on aurait alors $56-18=40$ carreaux et $40(x+2) = y$.

On obtient un système de 2 équations à 2 inconnues : $\begin{cases} 56x = y \\ 40(x+2) = y. \end{cases}$

Comme les membres de droite de ces 2 équations sont identiques, les membres de gauche doivent être égaux :

$56x = 40(x+2)$	Distributivité
$56x = 40x + 80$	$-40x$
$16x = 80$	$:16$
$x = 5$	

Ainsi la taille des carreaux est de 5 mm.

Exercice 32

a. x kg de pommes à 3.– le kg $\Rightarrow$ coût = $3x$.

y kg de poires à 4.– le kg $\Rightarrow$ coût = $4y$.

Coût total : 24.–

On obtient ainsi l'équation $\underline{\underline{3x+4y=24.}}$

b. $(4;3)$: on pose $x=4$ et $y=3$; on a $3x+4y=3\cdot4+4\cdot3=12+12=24$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{(4;3) \text{ est solution.}}}$

$(3;4)$: on pose $x=3$ et $y=4$; on a $3x+4y=3\cdot3+4\cdot4=9+16=25\neq24$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{(3;4) \text{ n'est pas solution.}}}$

$(2;4{,}5)$: on pose $x=2$ et $y=4{,}5$; on a $3\cdot2+4\cdot4{,}5=6+18=24$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{(2;4{,}5) \text{ est solution.}}}$

$(0;6)$: on pose $x=0$ et $y=6$; on a $3\cdot0+4\cdot6=24$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{(0;6) \text{ est solution.}}}$

$(6;0)$: on pose $x=6$ et $y=0$; on a $3\cdot6+4\cdot0=18\neq24$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{(6;0) \text{ n'est pas solution.}}}$

$(8;0)$: on pose $x=8$ et $y=0$; on a $3\cdot8+4\cdot0=24$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{(8;0) \text{ est solution.}}}$

$\left(\frac{2}{3};\frac{11}{2}\right)$: on pose $x=\frac{2}{3}$ et $y=\frac{11}{2}$; on a $3\cdot\frac{2}{3}+4\cdot\frac{11}{2}=2+22=24$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{\left(\frac{2}{3};\frac{11}{2}\right) \text{ est solution.}}}$

c. Si on pose $x=1$, on obtient $3\cdot1+4y=24 \Rightarrow 3+4y=24 \Rightarrow 4y=21 \Rightarrow y=\frac{21}{4}$

$\Rightarrow \left(1;\frac{21}{4}\right)$ est solution.

Si on pose $y=1$, on obtient $3x+4\cdot1=24 \Rightarrow 3x+4=24 \Rightarrow 3x=20 \Rightarrow x=\frac{20}{3}$

$\Rightarrow \left(\frac{20}{3};1\right)$ est solution.

Exercice 33

a. On a l'équation $x-2y=4$; on peut l'écrire $x=2y+4$.

Avec $y=0$, on a $x=2\cdot 0+4=4$.

Avec $y=1$, on a $x=2\cdot 1+4=2+4=6$.

Avec $y=2$, on a $x=2\cdot 2+4=4+4=8$.

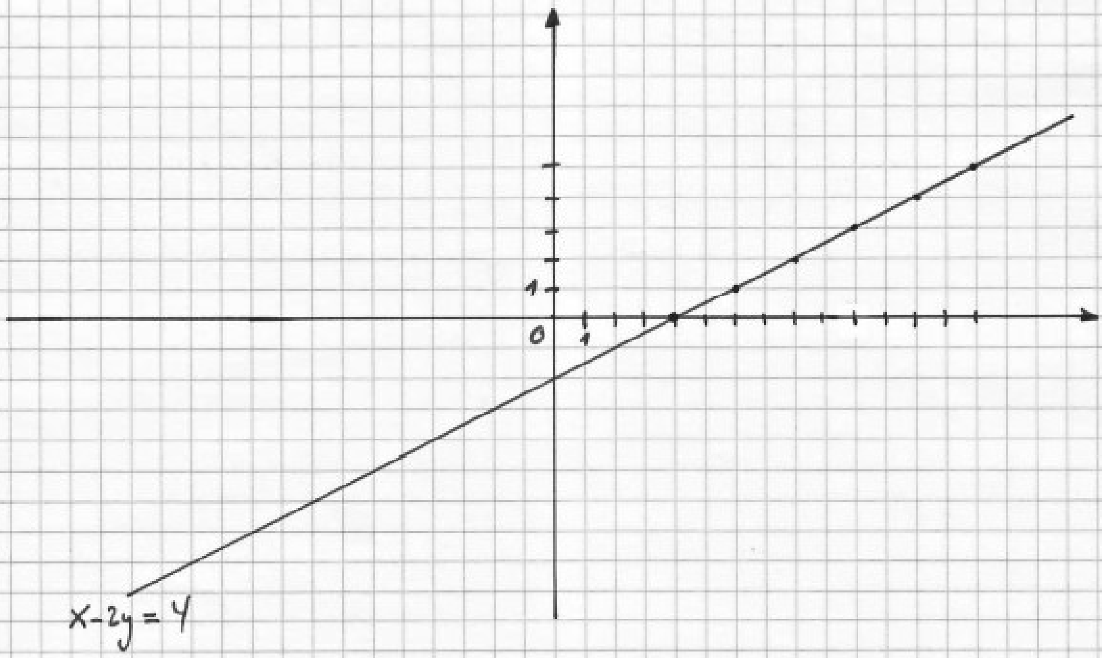
Avec $y=3$, on a $x=2\cdot 3+4=6+4=10$.

Avec $y=4$, on a $x=2\cdot 4+4=8+4=12$.

Avec $y=5$, on a $x=2\cdot 5+4=10+4=14$.

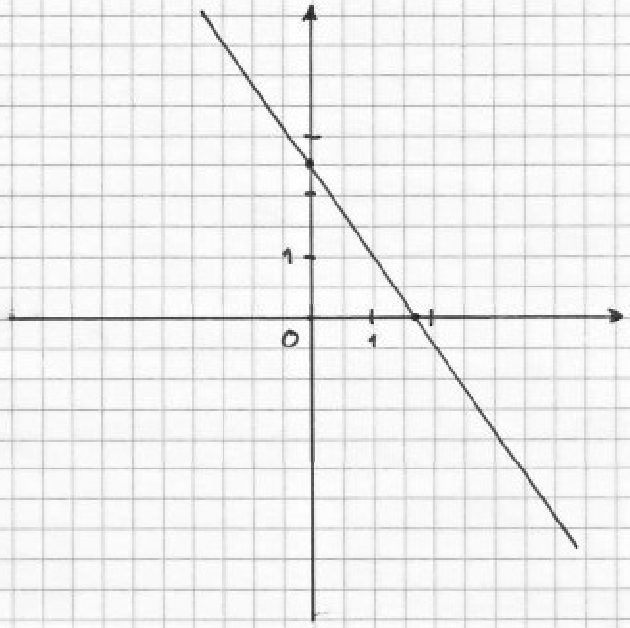
$\Rightarrow$ $(4;0)$, $(6;1)$, $(8;2)$, $(10;3)$, $(12;4)$ et $(14;5)$ sont solutions.

b.



Exercice 34

a)

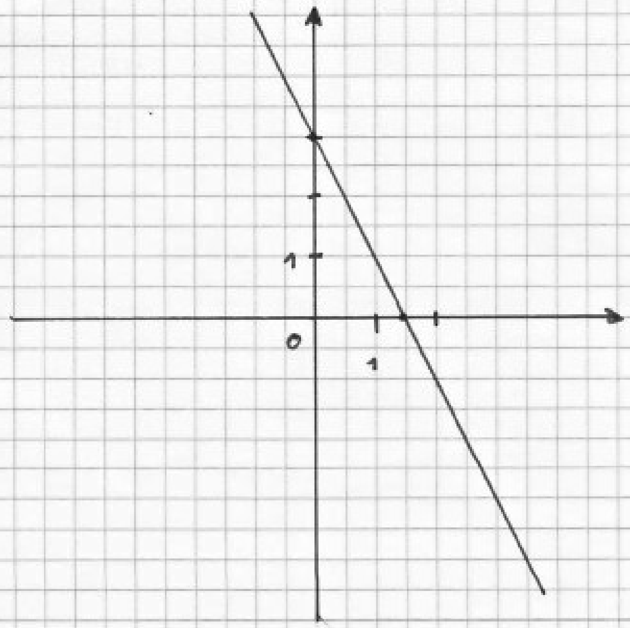


$3x+2y=5$:

$x=0 \Rightarrow 2y=5 \Rightarrow y=2{,}5$;

$y=0 \Rightarrow 3x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{3}=1{,}67$.

b)

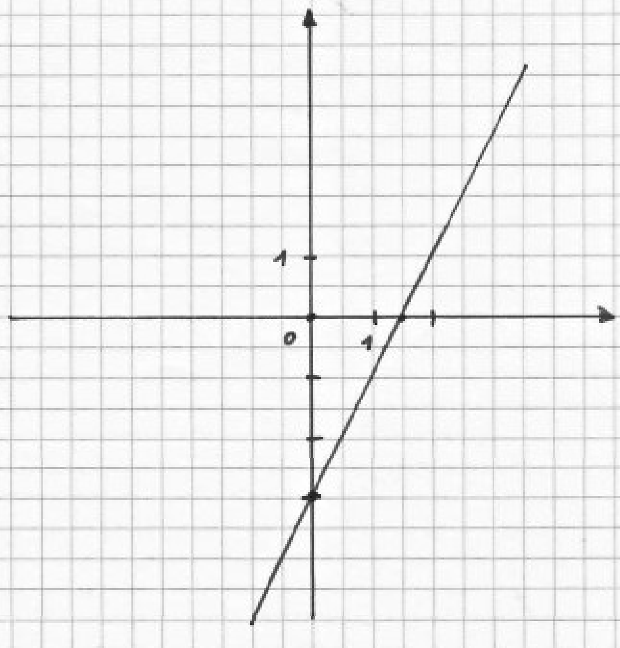


$6x+3y-9=0 \Rightarrow 2x+y-3=0$:

$x=0 \Rightarrow y-3=0 \Rightarrow y=3$;

$y=0 \Rightarrow 2x-3=0 \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow x=1{,}5$.

c)

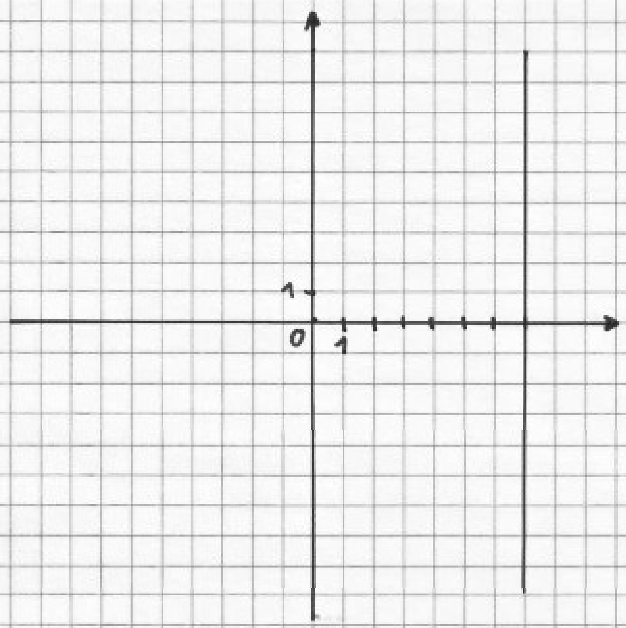


$y=2x-3$:

$x=0 \Rightarrow y=-3$;

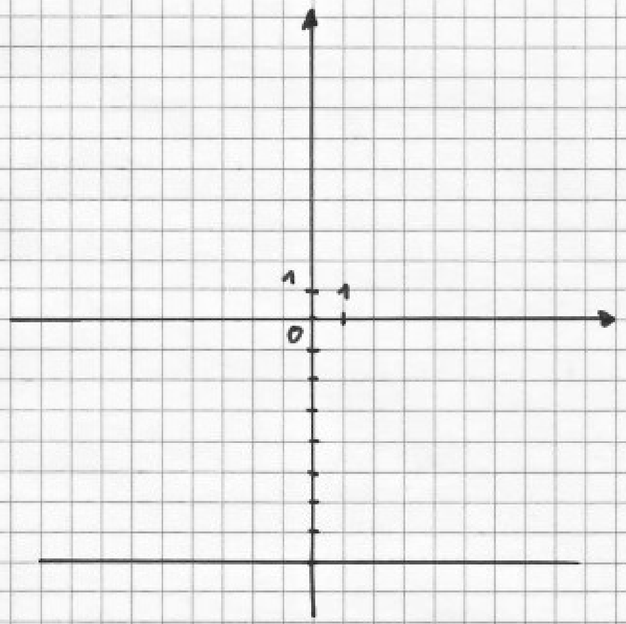
$y=0 \Rightarrow 2x-3=0 \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow x=1{,}5$

d)



$x-7=0 \Rightarrow x=7.$

e)



$y+8=0 \Rightarrow y=-8$

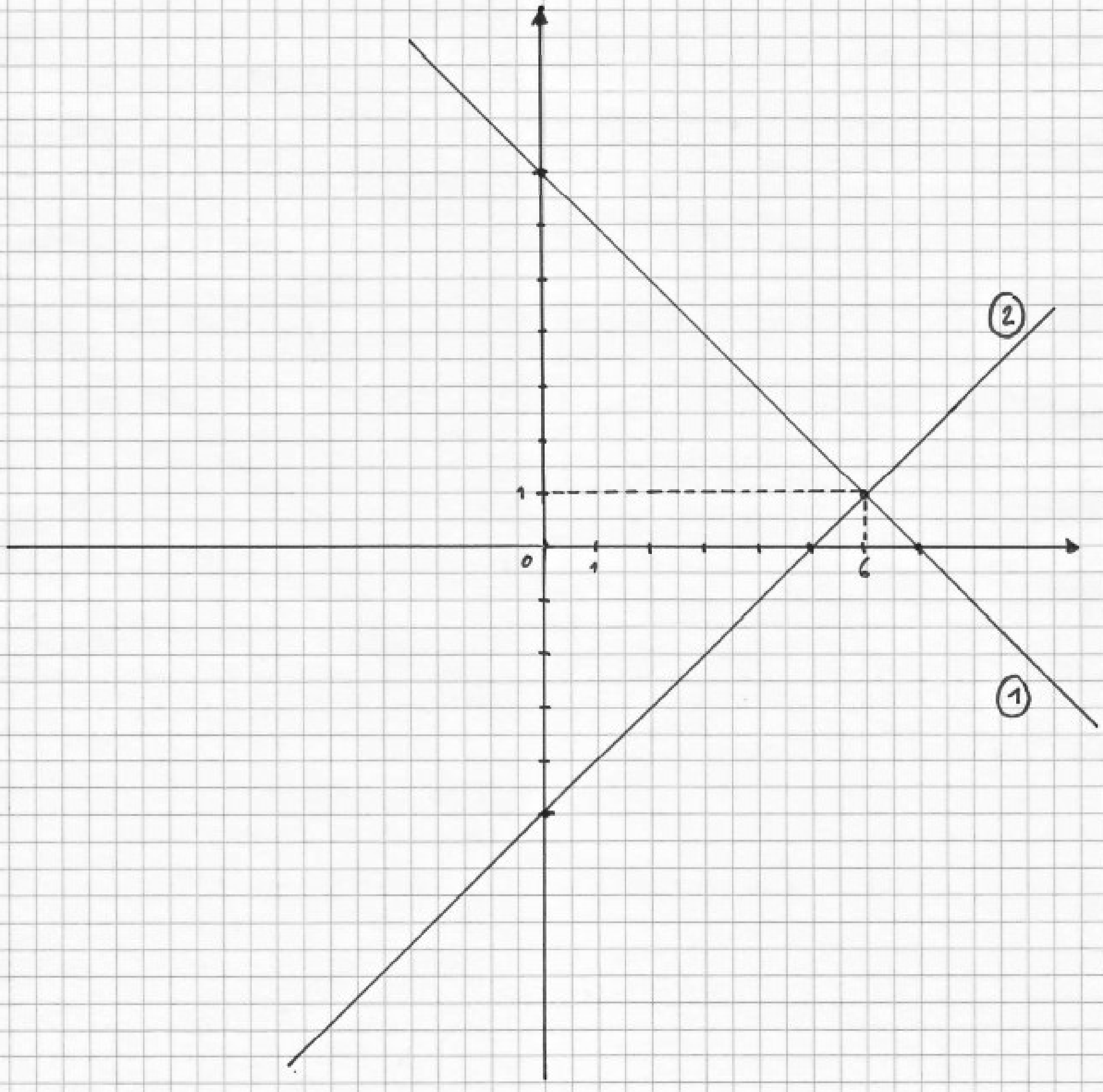
Exercice 35

① $x+y=7$: $x=0 \Rightarrow y=7$;

$y=0 \Rightarrow x=7$.

② $x-y=5$: $x=0 \Rightarrow -y=5 \Rightarrow y=-5$;

$y=0 \Rightarrow x=5$



D'après le graphique, la solution du système est donc $(6;1)$ $(x=6$ et $y=1)$.

Exercice 36

Système donné : $\begin{cases} 4x + 3y = -11 & (1) \\ 3x + 5y = 0 & (2) \end{cases}$

Multiplier (1) par 5 : $20x + 15y = -55$ (3)

Multiplier (2) par -3 : $-9x - 15y = 0$ (4)

Additionner (3) et (4) : $11x = -55$.

Et on a x : $x = -5$.

On trouve y en remplaçant x par -5 dans l'équation (1) ou (2) :

(2) $3.(-5) + 5y = 0 \Rightarrow -15 + 5y = 0 \Rightarrow 5y = 15 \Rightarrow y = 3.$

On conclut que la solution du système est $\underline{(-5 ; 3)}$.