

Haute Ecole Pédagogique - BEJUNE



Septembre 2007

MATHÉMATIQUES

UF25B Objectifs catégorie I

Durée : 2 périodes de 45 minutes

Corrigé

Attention !

- *Aucun dictionnaire (papier ou électronique), aucune calculatrice. Seul le fascicule distribué est autorisé.*
- *Ce cahier comporte trois pages de brouillon **non détachables** que vous pouvez utiliser à l'exclusion de tout autre papier.*

MODE D'EMPLOI

RÉPONSES AUX QUESTIONS

Le test comprend deux parties :

- **A) Partie QCM**
8 questions.
Pour chacune des questions répondez en entourant la (ou les) case(s) A- B- C- D ou E correspondant à la réponse (ou aux réponses) que vous estimez exacte(s).
- **B) Partie « Traces » de calcul et développement**
12 questions.
Pour chacune des questions, la résolution doit être visible.

NOM

PRÉNOM

CLASSE : HEP

MATHÉMATIQUES - Partie QCM

Rappel : Pour chacune des 8 questions suivantes, des propositions de réponses sont formulées. Chaque question appelle une ou deux réponses exactes.

1. 1137522 est divisible par :

2pts

- (A) 3 on a $1+1+3+7+5+2+2 = 21$ multiple de 3 \rightarrow oui
- B 5 non, car ne se termine pas par 0 ou 5
- C 8 il faudrait que 522 se divise par 8, ce qui n'est pas le cas ($522:8 = 65,25$)
- D 15 non, car le nb ne se divise pas par 5.

2. Le produit d'un multiple de 4 et d'un multiple de 18 est toujours

2pts

- (A) un multiple de 8 multiple de 4 = $4n$
multiple de 18 = $18m$ } m et n nb entier naturels
- B divisible par 22 On a $4n \cdot 18m = 4 \cdot 18nm = 72nm$.
- (C) divisible par 12 72 est multiple de 8 et 12, mais pas de 22 et 100.
- D plus grand que 100 Ainsi le produit est toujours multiple de 8 et 12, mais pas forcément multiple de 22 et 100.

3. Une durée de 1 million de secondes correspond environ à :

2pts

- A 1 jour
- (B) 11 jours
- C 1 mois
- D 1 an
- 1 million de secondes = $1'000'000$ secondes =
 $= 1'000'000 : 60$ minutes = $16'667, \overline{6}$ minutes =
 $= 16'667, \overline{6} : 60$ heures = $277, \overline{7}$ heures =
 $= 277, \overline{7} : 24$ jours $\approx 11,57$ jours.

4. 3,52 heures correspondent à :

2pts

- A ~~3h52~~
- (B) 3h 31 min 12 s
- C 126720 secondes
- D 3h ~~50~~ min 2 s
- $3,52h = 3h + 0,52h$
 $= 3h + 0,52 \cdot 60 \text{ min} = 3h + 31,2 \text{ min} =$
 $= 3h + 31 \text{ min} + 0,2 \text{ min} =$
 $= 3h + 31 \text{ min} + 0,2 \cdot 60 \text{ s} =$
 $= 3h + 31 \text{ min} + 12 \text{ s} = 3h 31 \text{ min} 12 \text{ s}$
- $3,52h = 3,52 \cdot 60 \text{ min} = 211,2 \text{ min} =$
 $= 211,2 \cdot 60 \text{ s} = 12'672 \text{ s} \neq 126'720 \text{ s}$

5. Quatre ouvriers mettent deux jours pour creuser 80 mètres. Combien de jours mettent deux ouvriers pour creuser 20 mètres ? 2pts

	ouvriers	jours	mètres
A	1/2 jour		
B	1 jour		
C	2 jours		
D	4 jours		

$\left(\begin{array}{c} 4 \\ 2 \\ 2 \end{array} \right) : 2$ $\left(\begin{array}{c} 2 \\ 2 \\ 1 \end{array} \right) : 2$ $\left(\begin{array}{c} 80 \\ 40 \\ 20 \end{array} \right) : 2$

Il leur faut donc 1 jour.

6. Un appareil de photo coûte Fr 170.- après un rabais de 15%. Quel est le prix de départ ? 2pts

		%	Fr
A	185		
B	195.5		
C	200		
D	207.5		

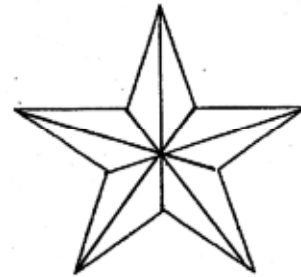
Le prix de départ correspond aux 100%.
Après le rabais de 15%, le prix baissé (170.-) correspond au $100 - 15 = 85\%$.

Ainsi: $\left(\begin{array}{c} 85 \\ 1 \\ 100 \end{array} \right) : 85$ $\left(\begin{array}{c} 170 \\ 2 \\ 200 \end{array} \right) : 85$

Le prix de départ est donc 200.-

7 Cette figure 2pts

- A est un polygone convexe → non
- B** est un polygone étoilé
- C ne possède pas d'axes de symétrie → non, il en a 5
- D est un pentagone → non, il a 10 côtés
- E possède un centre de symétrie → non, l'intersection des axes de symétrie n'est pas ici un centre de symétrie (voir schéma).



8. Un trapèze 2pts

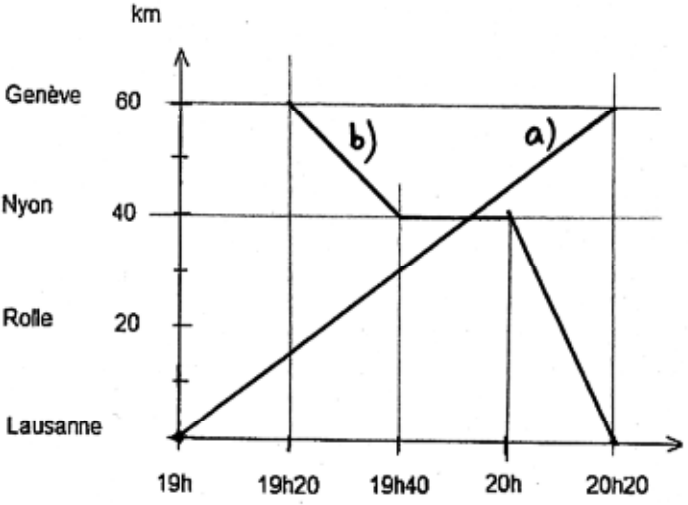
- A peut posséder trois côtés isométriques → non, il ne peut posséder que 2 ou 4 côtés isométriques (c'est un carré dans le dernier cas)
- B peut posséder un seul angle droit → non, il ne peut posséder que 0 (trapèze quelconque ou iso cote), 2 (trapèze rectangle) ou 4 (rectangle) angles droit.
- C** peut posséder deux diagonales perpendiculaires → oui:
- D possède toujours un axe de symétrie → non, seuls les trapèzes isocèles ont un axe de symétrie.



MATHÉMATIQUES

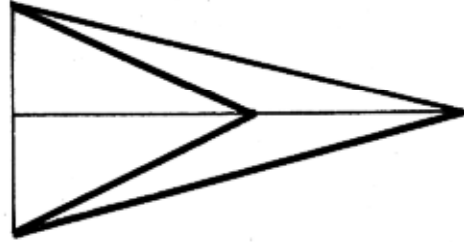
Partie « Traces » de calculs et développements

Rappel : Pour chacune des 12 questions suivantes, les réponses doivent être développées par des calculs, des dessins ou des explications.

	Données	Solutions 8pts
1.	<p>Dans ce diagramme, représenter les deux situations suivantes :</p> <p>a) Un train quitte Lausanne à 19h. Il arrive à Genève à 20h20 sans s'être arrêté.</p> <p>b) Un train quitte Genève à 19h20. Il arrive à Nyon à 19h40 et s'y arrête 20 min. Il arrive à Lausanne à 20h20.</p> <p>1) A quelle distance de Lausanne les trains se croisent-ils ?</p> <p>2) Quelle est la vitesse du train b) entre Nyon et Lausanne ?</p>	 <p>1) Les trains se croisent à Nyon, donc à 40 km de Lausanne.</p> <p>2) La vitesse est donnée par $\frac{\text{distance effectuée en km}}{\text{temps de parcours en h}}$. La distance effectuée entre Nyon et Lausanne est 40 km. Le temps de parcours entre Nyon et Lausanne est de 20 min (entre 20h et 20h20), soit $\frac{1}{3}$ d'heure. La vitesse est donc $\frac{40}{\frac{1}{3}} = 40 : \frac{1}{3} = 40 \cdot \frac{3}{1} = 40 \cdot 3 = 120 \text{ km/h}$.</p>

2. Dessiner un quadrilatère non convexe qui possède un axe de symétrie.

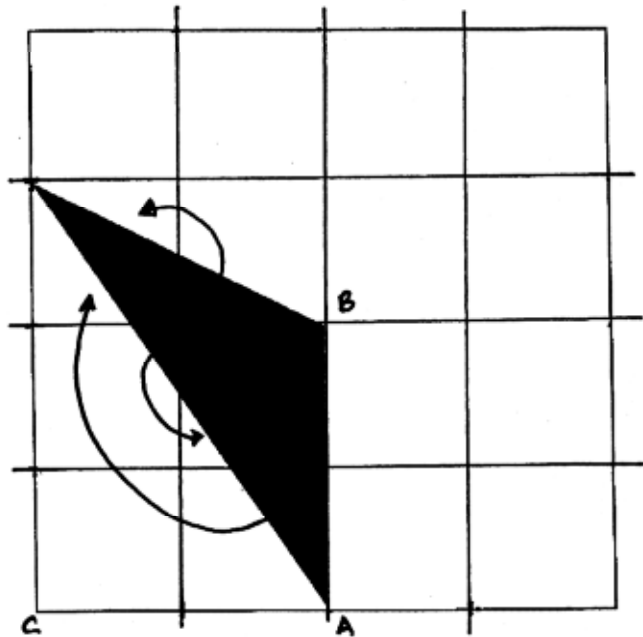
Un quadrilatère non convexe qui possède un axe de symétrie est un fer de lance: 3pts



3. Ce triangle est inscrit dans un carré de côté 20.

Calculer l'aire du triangle

6pts



Le triangle, après déplacement de certaines de ses parties correspond exactement à 2 carrés du quadrillage. Comme il y a $4 \cdot 4 = 16$ carrés dans le quadrillage, le triangle représente $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ du carré entier.

L'aire du carré entier est $20 \cdot 20 = 400$.

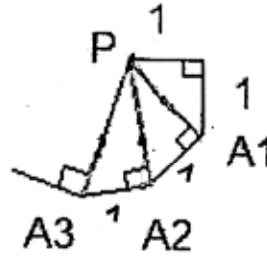
L'aire du triangle vaut donc $\frac{1}{8}$ de 400, ce qui fait 50 cm^2 .

On aura pu aussi calculer AB ($20:2=10$), AC ($20:2=10$), et calculer l'aire du triangle par $\frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ cm}^2$.

4pts

4. Dans cette spirale, chaque nouveau côté mesure 1 et est perpendiculaire à l'hypoténuse PA_i .

Trouver pour quelle prochaine valeur de i la mesure du segment PA_i sera un nombre entier.



On utilise le théorème de Pythagore:

$$PA_1^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2 \Rightarrow PA_1 = \sqrt{2}$$

$$PA_2^2 = PA_1^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3 \Rightarrow PA_2 = \sqrt{3}$$

$$PA_3^2 = PA_2^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4 \Rightarrow PA_3 = \sqrt{4} = 2.$$

La valeur de i cherchée est donc 3.

5. Effectuer la division suivante :

$$32,63 : 6,5$$

$$32,63 : 6,5 = \frac{32,63}{6,5} = \frac{3263}{650} = 3263 : 650 \quad 3pts$$

$$\begin{array}{r} 3263,00 \\ - 3250 \\ \hline 130 \\ - 0 \\ \hline 1300 \\ - 1300 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 650 \\ \hline 5,02 \end{array}$$

Ainsi $32,63 : 6,5 = 5,02$.

6. De quel nombre s'agit-il ?

Il est formé de trois chiffres consécutifs. Son chiffre des centaines est la moitié de celui des unités. Il est formé de deux chiffres pairs et d'un chiffre impair.

Les 3 chiffres se suivent (par exemple 345 ou 543). Comme le chiffre des centaines est la moitié du chiffre des unités, les chiffres se suivent de manière croissante :

$$\begin{array}{ccc} \overline{\quad} & \overline{\quad} & \overline{\quad} \\ \nearrow & \nearrow & \nearrow \\ n & n+1 & n+2 \end{array}$$

avec n un nb naturel entre 1 et 7.

$$\begin{aligned} \text{On doit avoir } n &= \frac{1}{2}(n+2) \Rightarrow n = \frac{1}{2}n + 1 \\ \Rightarrow \frac{1}{2}n &= 1 \Rightarrow n = 2. \end{aligned}$$

Le nombre est donc 234.

<p>7. Calculer le ppmc et le pgdc de 105 et 231</p>	<p style="text-align: right;">4pts</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: top; margin-right: 20px;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">105</td><td style="padding: 5px;">5</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">21</td><td style="padding: 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">7</td><td style="padding: 5px;">7</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;"></td></tr> </table> <table style="display: inline-table; vertical-align: top;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">231</td><td style="padding: 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">77</td><td style="padding: 5px;">7</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">11</td><td style="padding: 5px;">11</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;"></td></tr> </table> <p>Ainsi $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ et $231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$, ce qui peut s'écrire : $105 = 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1 \cdot 11^0$ $231 = 3^1 \cdot 5^0 \cdot 7^1 \cdot 11^1$.</p> <p>En prenant les exposants les plus grands, on a le ppmc : $\text{ppmc} = 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1 \cdot 11^1 = 1155$.</p> <p>En prenant les exposants les plus petits, on a le pgdc : $\text{pgdc} = 3^1 \cdot 5^0 \cdot 7^1 \cdot 11^0 = 21$.</p>	105	5	21	3	7	7	1		231	3	77	7	11	11	1	
105	5																
21	3																
7	7																
1																	
231	3																
77	7																
11	11																
1																	
<p>8. Calculer la somme de $\frac{3}{8}$ et $\frac{11}{6}$ (réponses en code irréductible)</p>	<p style="text-align: right;">3pts</p> $\frac{3}{8} + \frac{11}{6} = \frac{18 + 88}{48} = \frac{106}{48} = \frac{53}{24}$																
<p>9. Cette grille est formée de quatre nombres croisés A, B, C, D. Ces nombres sont donc formés de deux chiffres (premier chiffre différent de zéro et un chiffre par case) et sont définis ainsi:</p> <p>A est un multiple de 2 B est un multiple de 3 C est un multiple de 4 D est un multiple de 5</p> <p>Compléter la grille</p>	<p style="text-align: right;">4pts</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">C</td> <td style="text-align: center;">D</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">B</td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px;"></td> </tr> </table> <p>Il peut prendre les valeurs 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95.</p> <p>Comme A est un multiple de 2, il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8. Cela exclut par conséquent les nombres commençant par des chiffres impairs.</p> <p>Les possibilités restantes pour A sont alors 20, 25, 40, 45, 60, 65, 80, 85.</p> <p>A se termine par 0 ou 5.</p> <p>Examinons les multiples de 3 se terminant par 0 ou 5 : 15, 30, 45, 60, 75, 90.</p> <p>Ainsi B peut prendre les valeurs 15, 30, 45, 60, 75, 90.</p> <p>C doit être un multiple de 4, ce qui exclut toutes les valeurs de B commençant par un nombre impair.</p> <p>Restent les valeurs restantes pour B : 45 et 60.</p> <p>On peut alors éliminer toutes les possibilités (il y en a 36) : voir feuille annexe.</p>		C	D	A			B									
	C	D															
A																	
B																	

2	2
4	5

2	4
4	5

2	6
4	5

2	8
4	5

4	2
4	5

4	4
4	5

4	6
4	5

4	8
4	5

6	2
4	5

6	4
4	5

6	6
4	5

6	8
4	5

8	2
4	5

8	4
4	5

8	6
4	5

8	8
4	5

1	2
6	0

1	4
6	0

1	6
6	0

1	8
6	0

3	2
6	0

3	4
6	0

3	6
6	0

3	8
6	0

5	2
6	0

5	4
6	0

5	6
6	0

5	8
6	0

7	2
6	0

7	4
6	0

7	6
6	0

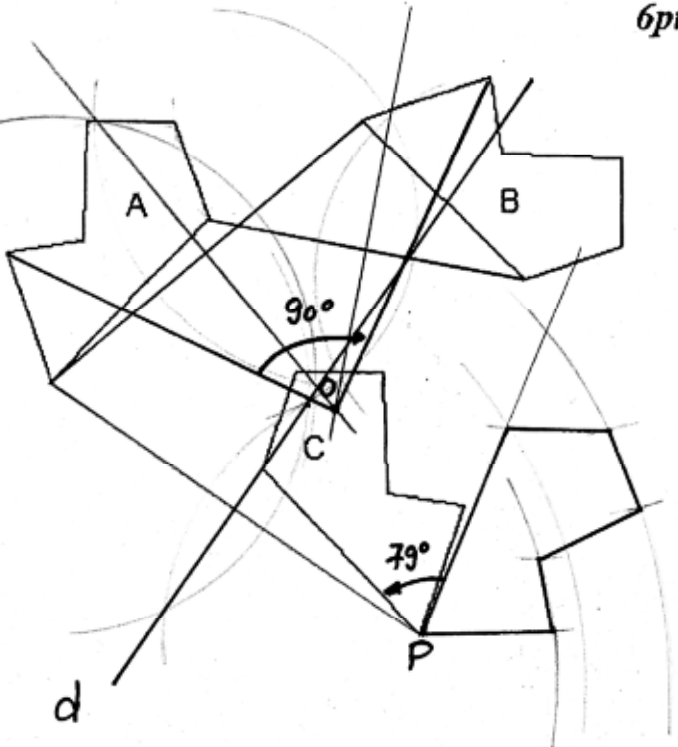
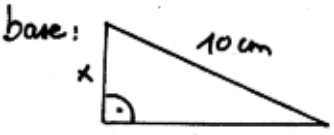
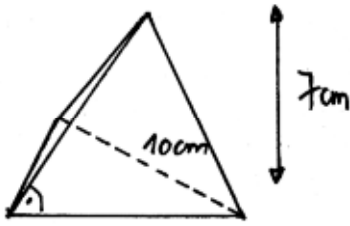
7	8
6	0

9	2
6	0

9	4
6	0

9	6
6	0

9	8
6	0

<p>10. Décrire précisément (nom, centre, axe, angle, vecteur...) la ou les transformations qui permettent de passer</p> <p>a) de A à B b) de A à C</p> <p>a) rotation de centre O et de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre: $R(O; -90^\circ)$.</p> <p>b) par exemple: symétrie d'axe et suivie d'une rotation de centre P et de 79° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.</p>	<p>6pts</p> 
<p>11. Ecrire chacun des nombres sous forme de code à virgule :</p> <p>a) Vingt-quatre centièmes</p> <p>b) $\frac{3}{7}$</p> <p>c) 4 : 12</p> <p>d) Pi</p> <p>e) $\frac{2+3^2}{25}$</p>	<p>5pts</p> <p>a) 0,24</p> <p>b) $0,\overline{428571}$</p> <p>c) $0,\overline{3}$</p> <p>d) $3,141592654 \approx 3,14$</p> <p>e) $\frac{2+9}{25} = \frac{11}{25} = 0,44$</p>
<p>12. Un triangle rectangle d'hypoténuse 10 cm possède un côté de l'angle droit de mesure 8 cm. Il sert de base à une pyramide de hauteur 7 cm. Esquisser cette pyramide. Calculer son volume</p> <p>base:</p>  <p>Par Pythagore, on a $10^2 = 8^2 + x^2$ $\Rightarrow 100 = 64 + x^2 \Rightarrow x^2 = 36$ $\Rightarrow x = 6 \text{ cm}$</p>	<p>5pts</p>  <p>Le volume de la pyramide est donné par <u>aire base . hauteur</u>.</p> <p>On a : aire de base = $\frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$ et hauteur = 7 cm.</p> <p>Ainsi le volume est $\frac{24 \cdot 7}{3} = 8 \cdot 7 = 56 \text{ cm}^3$.</p>