EQUATIONS ET PARABOLES

TE - CORRIGE

Exercice 1

a) $\begin{array}{l} 2x+y-1=0 \\ x-2y-8=0 \end{array} \left| \begin{array}{l} \cdot 2 \Rightarrow 4x+2y-2=0 \\ \cdot 1 \Rightarrow x-2y-8=0 \end{array} \right| + \Rightarrow 5x-10=0 \Rightarrow 5x=10 \Rightarrow x=2.$

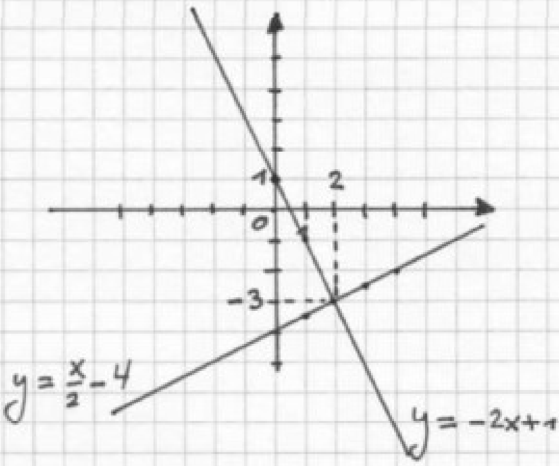
Avec $x=2$, on a $2\cdot 2+y-1=0 \Rightarrow 3+y=0 \Rightarrow y=-3$.

La solution est donc $x=2$ et $y=-3$.

b) $2x+y-1=0 \Rightarrow y=-2x+1$

$x-2y-8=0 \Rightarrow 2y=x-8 \Rightarrow y=\frac{x}{2}-4$.

Dessinons le graphe de ces deux fonctions:



La solution graphique est $x=2$ et $y=-3$.

Exercice 2

Pour une parabole $y=ax^2+bx+c$, le sommet est donné par $x_S=-\frac{b}{2a}$ et $y_S=ax_S^2+bx_S+c$. Le sommet est un minimum si $a>0$ et un maximum si $a<0$.

a) $y=3x^2+6x-7$: $a=3, b=6, c=-7$; $x_S=-\frac{b}{2a}=-\frac{6}{2\cdot 3}=-\frac{6}{6}=-1$;

$y_S=3(-1)^2+6(-1)+7=3-6+7=4$; $a=3>0$;

$\Rightarrow$ le sommet est $(-1; 4)$ et c'est un minimum.

b) $y=-\frac{1}{2}x^2+6x-3$: $a=-\frac{1}{2}, b=6, c=-3$; $x_S=-\frac{b}{2a}=-\frac{6}{2\cdot(-\frac{1}{2})}=-\frac{6}{-1}=6$;

$y_S=-\frac{1}{2}\cdot 6^2+6.6-3=-\frac{1}{2}.36+36-3=-18+33=15$;

$a=-\frac{1}{2}<0$;

$\Rightarrow$ le sommet est $(6;15)$ et c'est un maximum.

Exercice 3

a) $y=-x^2+4x-5$: $a=-1$, $b=4$, $c=-5$; $x_S=-\frac{b}{2a}=-\frac{4}{2\cdot(-1)}=-\frac{4}{-2}=2$;

$y_S=-2^2+4.2-5=-4+8-5=-1$.

$\Rightarrow$ le sommet de la parabole est $(2;-1)$.

b) $\left.\begin{array}{l} y=-x^2+4x-5 \\ y=-10 \end{array}\right\} \Rightarrow -x^2+4x-5=-10 \Rightarrow x^2-4x-5=0$.

On a : $a=1$, $b=-4$ et $c=-5$;

$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4.1.(-5)=16+20=36$; $\sqrt{\Delta}=6$;

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{4+6}{2.1}=\frac{10}{2}=5$;

$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{4-6}{2\cdot1}=\frac{-2}{2}=-1$.

$\Rightarrow$ les points d'intersection sont : $(5;-10)$ et $(-1;-10)$.

c) Le sommet de la parabole est $(2;-1)$. Comme le coefficient de x^2 est (-1), le sommet est le maximum pour la parabole.
Ainsi toute droite horizontale (parallèle à l'axe des abscisses) qui est au-dessus du sommet ne coupe pas la parabole.

$\Rightarrow$ la droite $y=a$, avec $a>0$, ne coupe pas la parabole.

Exercice 4

a) $y=x^2+2bx+9$: $A=1$, $B=2b$, $C=9$; $x_S=-\frac{B}{2A}=-\frac{2b}{2\cdot1}=-b$.

On veut $x_S=2$. Ainsi $-b=2$, i.e. $b=2$.

Avec $b=2$, on a $y_S=x_S^2+4x_S+9=2^2+4.2+9=4+8+9=21$.

$\Rightarrow$ l'ordonnée du sommet de la parabole est 21.

b) La parabole coupera l'axe des abscisses en un seul point si l'ordonnée du sommet de la parabole est zéro. Ainsi l'équation $y=0$ ne doit avoir qu'une solution : on doit avoir $x^2+2bx+9=0$ avec $\Delta=B^2-4AC=0$.

On a : $\Delta=B^2-4AC=(2b)^2-4.1.9=4b^2-36$.

$\Delta=0 \Rightarrow 4b^2-36=0 \Rightarrow 4b^2=36 \Rightarrow b^2=9 \Rightarrow b=\pm3$.

$\Rightarrow$ ainsi les valeurs possibles de b sont 3 et -3.