FORCES DE FROTTEMENT

Elles sont partout ! Tantôt elles nous facilitent la vie, tantôt elles nous l'empoisonnent !

Quelques exemples d'avantages:

- Sans elles on ne pourrrait pas marcher sans glisser et tomber en permanence,
- Un véhicule ne pourrait ni démarrer ni s'arrèter si jamais il roulait, il ne pourrait pas non plus prendre de virages,
- Les écrous sur les boulons, les clous dans les planches ne tiendraient jamais, les souliers se délaceraient,
- etc, etc.

Et quelques inconvénients:

- L'usure et la fatigue des pièces mécaniques de moteurs et de machines,
- Ce sont les forces de frottements qui sont les principales responsables de la consommation de pétrole pour les véhicules. En effet, pour rouler à vitesse constante sur une autoroute, le conducteur ne peut pas lâcher la pédale des gaz, toute la force du moteur ne sert qu'à compenser les forces de frottement, essentiellement aérodynamiques. S'il n'y avait pas de frottement, un cycliste pourrait approcher la vitesse de la lumière !
- etc. aussi.

On distingue deux grandes catégories de frottement: les frottement dits secs, se produisant entre deux surfaces solides sèches, sans lubrifiant, et les frottements dits fluides, se produisant lors de mouvement d'objets, souvent solides dans des liquides ou des gaz, tels l'eau ou l'air. L'aérodynamisme en est un exemple important.

1. Frottements secs

Considérons une voiture dans trois situations:

1°) Elle est parquée dans une rue en pente.

2°) Elle démarre, accélère, prend un virage, freine, tout cela sans problème.

3°) Ses roues patinent au démarrage, elle dérape dans un virage, ses roues se bloquent lors d'un freinage.

Ces trois situations impliquent deux types de forces de frottement. Le premier type s'applique aux deux premières situations, pour lesquelles il n'y a en fait pas de frottement ! Un frottement est en effet un mouvement d'un objet sur un autre, les deux surfaces en contact se frottent l'une l'autre. Or, dans le cas de la voiture parquée, il n'y a évidemment aucun mouvement. C'est un peu moins évident dans la deuxième situation, lorsque la voiture roule normalement, mais on doit bien admettre que la surface du pneu *ne glisse pas* sur l'asphalte, sinon ce serait la troisième et dramatique situation. Donc pour ces deux premières situations, sans mouvement relatif d'une surface sur l'autre, on parlera plutôt de **force d'adhérence**.

C'est seulement pour la troisième situation et pour toutes celles où il y a véritablement un mouvement relatif d'une surface sur une autre, qu'on parlera de **force de frottement** proprement dit.

Les forces d'adhérence seront notées $\mathbf{K}_0$ et les forces de frottement $\mathbf{K}$; l'indice 0 du premier $\mathbf{K}$ pour signifier qu'est nulle la vitesse d'une surface par rapport à l'autre.

Un aspect très important fait la distinction entre forces d'adhérence et forces de frottement: seules ces dernières dissipent de l'énergie, ou plutôt transforment irréversiblement l'énergie mécanique en énergie thermique. Quoique si on examine très attentivement la surface du pneu en contact avec l'asphalte lorsque le véhicule roule normalement, on verrait qu'il y a tout de même déperdition d'énergie car il y a normalement, on verrait qu'il y a tout de même déperdition d'énergie car il y a néamoins du frottement entre les petites aspérités couvrant les deux surfaces.

La force d'adhérence $\mathbf{K}_0$

Considérons un corps de masse m posé, ***immobile*** sur un plan incliné :

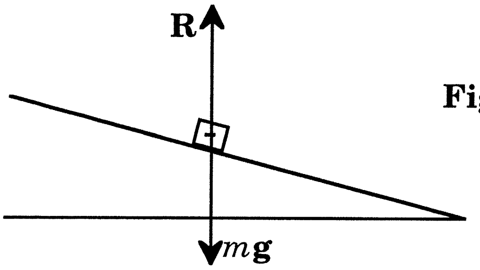
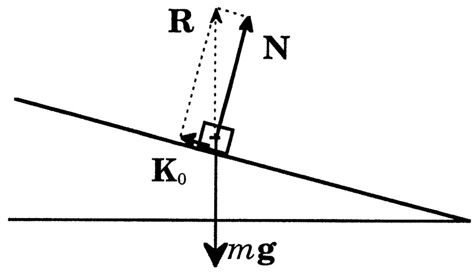


Fig. 1



Condition d'immobilité : $\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$. Donc au poids $m\mathbf{g}$ s'oppose une réaction du plan $\mathbf{R}$ telle que $m\mathbf{g} + \mathbf{R} = \mathbf{0}$, c-à-d $R = mg$. Pour en savoir plus sur cette force $\mathbf{R}$, il est loisible de la décomposer en une force $\mathbf{N}$ normale à la surface et une force tangente à la surface au point de contact. Cette dernière n'est autre que la force d'adhérence $\mathbf{K}_0$ qui empêche m de glisser.

L'adhérence dépend de la nature des deux surfaces en contact : de leur état de surface (rugosité, poli) et de la matière qui les constitue chacune (bois, métal, béton, plastiques, etc). On caractérise volontiers ce pouvoir d'adhérence par un nombre sans unité, d'autant plus grand que l'adhérence est forte : le *coefficient d'adhérence* μ_0. Dans le F&T, on trouvera quelques valeurs de ces coefficients pour certaines substances. Notons que μ_0 y est appelé "coefficient de frottement statique", ce qui pourrait être pris pour un contre-sens puisque un frottement suppose un mouvement.

Il est très simple de déterminer expérimentalement un tel coefficient : plaçons une masse m de la matière (1) sur une surface plane faite d'une matière (2) et dont on peut faire varier l'inclinaison α à volonté. A partir de l'horizontale ($\alpha = 0$) on augmente α jusqu'à la valeur critique $\alpha^{\max}$ au delà de laquelle la masse se mettrait à glisser spontanément.

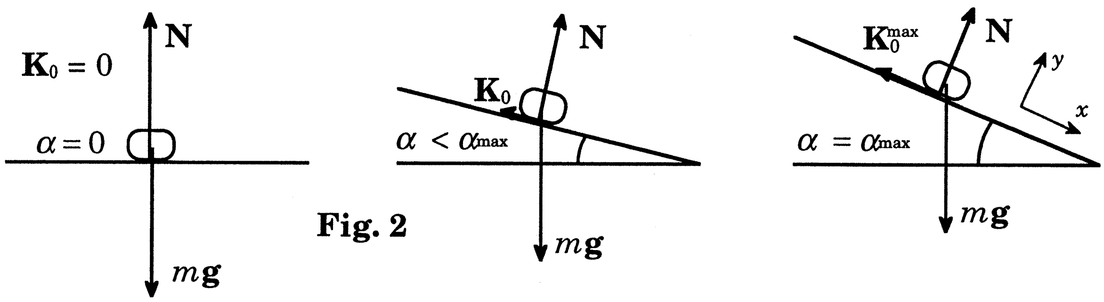


Fig. 2

On constate que, lorsque α varie, la force $\mathbf{K}_0$ varie non seulement en orientation, puisqu'elle reste le long du plan, mais aussi en intensité : elle peut en effet être nulle si le plan est horizontal sans que cela compromette l'immobilité; elle est maximale juste avant le glissement, à la limite d'adhérence.

Equilibre statique dans la situation limite : $\quad m\mathbf{g} + \mathbf{N} + \mathbf{K}_0 = \mathbf{0}$

(x) : $\quad mg \sin\alpha^{\max} - K_0^{\max} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad K_0^{\max} = mg \sin\alpha^{\max}$

(y) : $\quad -mg\cos\alpha^{\max} + N = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad N = mg\cos\alpha^{\max}$

Divisant les deux équations de droite l'une par l'autre :

$$K_0^{\max} = N \tan\alpha^{\max} \qquad (*)$$

L'angle α^{max} est seulement conditionné par la nature des surfaces en contact, on **définit** alors simplement le *coefficient d'adhérence* par :

$$\mu_0 = \tan \alpha^{max}$$

Pour $\alpha < \alpha^{max}$, $K_0 < K_0^{max}$, K_0 peut même être nul sans que μ_0 le soit. Remplaçant dans (*), on obtient l'importante relation *non-vectorielle* :

$$K_0 \leq \mu_0 N \qquad <=> \qquad \mu_0 \geq K_0/N$$

On peut écrire une égalité à condition de se placer dans le cas limite :

$$K_0^{max} = \mu_0 N \qquad <=> \qquad \mu_0 = K_0^{max}/N$$

Remarques :

– Etant un rapport de forces, μ_0 est évidemment sans unité.

– La précision des valeurs de μ_0 est faible, guère plus d'un seul chiffre significatif. Il s'agit de valeurs expérimentales uniquement, il n'y a aucune théorie sous-jacente.

– Ce n'est pas parce que la valeur de μ_0 se détermine au moyen d'un plan inclinable que l'adhérence n'a de sens que sur des surfaces inclinées !

Exemple de calcul :

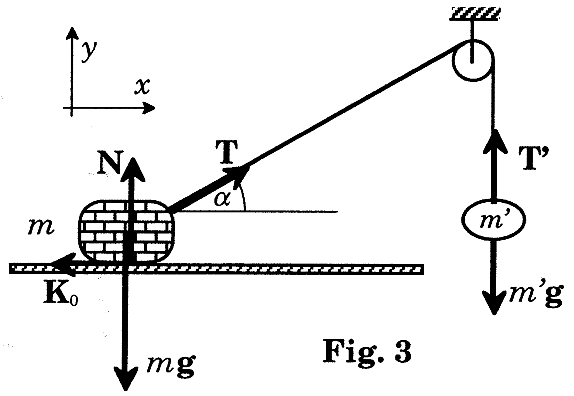


Fig. 3

Ce bloc de masse m est posé sur une surface horizontale. Le coefficient d'adhérence entre les deux surfaces est μ_0 donné.
Etablir la condition sur m' pour que m reste immobile.

Equilibre statique : $m\mathbf{g} + \mathbf{N} + \mathbf{T} + \mathbf{K}_0 = \mathbf{0}$

(x) : $\quad T \cos \alpha - K_0 = 0$

(y) : $\quad T \sin \alpha + N - mg = 0$

L'accélération de m' est nulle => $m'g = T'$, ce qui permet de dire que $T = m'g$ puisque $T = T'$ (3ème loi de N.). Notons bien que $T \neq m'g$ si $\alpha \neq 0$!

Dans ce genre de problème, une façon souvent commode est de résoudre pour K_0 et pour N puis d'utiliser l'inégalité $K_0 \leq \mu_0 N$, ainsi :

de (x) : $\quad K_0 = m'g \cos \alpha$

et de (y) : $\quad N = g(m - m' \sin \alpha)$

=> $\quad m'g \cos \alpha \leq \mu_0 g(m - m' \sin \alpha)$, d'où on extrait la condition sur m' :

$$m' \leq \frac{\mu_0 m}{\cos \alpha + \mu_0 \sin \alpha}$$

La force de frottement K

Reprenons la masse m et son plan incliné. Elle n'est désormais plus immobile mais ***glisse à vitesse constante***, on a ajusté l'angle α d'inclinaison du plan pour cela. Dans cette situation, $\alpha = \alpha^*$, angle particulier permettant cette condition. Il est clair que si $\alpha > \alpha^*$ alors la vitesse de descente augmente et que si $\alpha > \alpha^*$ la vitesse diminue.

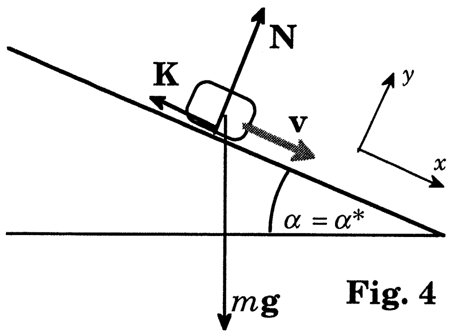


Fig. 4

L'accélération étant nulle, on a, comme pour le cas statique :

(x) : $mg \sin \alpha^* = K$

(y) : $mg \cos \alpha^* = N$

=> $\tan \alpha^* = K/N$

On **définit** le *coefficient de frottement*, caractéristique des surfaces en contact par : $\mu = \tan \alpha^*$.

Comme μ_0, μ est un nombre positif sans unité. Quelques valeurs se trouvent dans le F&T. On y observe que pour toutes les paires de matières mentionnées, (sauf pour le Teflon®), $\mu_0 > \mu$: l'adhérence est plus forte que le frottement. Ainsi par exemple si m est immobile sur son plan dans la situation juste limite ($\alpha = \alpha^{max}$) et qu'on lui donne une pichenette pour la mettre en mouvement, elle descendra en accélérant puisque $\alpha^{max} > \alpha^*$ (en effet la fonction tan est monotone croissante).

La relation de forces s'écrit donc :

$$K = \mu N$$

Remarquons encore une fois que ce n'est pas parce que μ a été déterminé au moyen d'un plan incliné, que les forces de frottement n'interviennent que sur les plans inclinés !

Examinons encore l'accélération de m sur son plan pour α quelconque. La configuration est celle de la figure 4 ci-dessus. La deuxième loi de Newton dit que :

(x) : $mg \sin \alpha - K = ma$

(y) : $N - mg \cos \alpha = 0$

Exprimons l'accélération en fonction de μ et de α. Avec la relation $K = \mu N$, on a trois équations, ce qui permet d'éliminer K et N; on obtient alors (à vos crayons !):

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

ce qui suscite quelques **remarques** :

– L'accélération est indépendante de la masse, ce n'est pas nouveau du tout.
– Si $\mu = 0$, on retrouve le cas bien connu de frottements nuls : $a = g \sin \alpha$.
– La parenthèse peut être positive, négative ou nulle, ce qui détermine le signe de l'accélération :

1°) $\sin \alpha - \mu \cos \alpha > 0$ => $\tan \alpha > \mu$. Comme $\tan \alpha^* = \mu$, on a bien $a > 0$ si $\alpha > \alpha^*$.
2°) $\sin \alpha - \mu \cos \alpha < 0$ => $\tan \alpha < \mu$ => $a < 0$, la masse ralentit (et s'arrète).
3°) $\sin \alpha - \mu \cos \alpha = 0$ => $\tan \alpha = \mu = \tan \alpha^*$, c'est le cas où $v = const.$ déjà vu.

2. Frottements fluides

Jusqu'ici, on ne s'est pas préoccupé des effets de la vitesse : on a supposé, à raison, que le coefficient μ était indépendant de la vitesse; c'est assez correct pour les frottements secs, cela ne l'est plus du tout pour les frottements dans les fluides. On sait bien en effet qu'un vent tempêtueux fait plus de dégats qu'une petite brise, ce n'est pourtant qu'un effet de la vitesse du fluide, ici l'air. Un autre exemple qu'on examinera est celui d'une voiture roulant sur une route horizontale: si elle atteint une vitesse maximale, c'est bien parce que les frottements aérodynamiques augmentent (fortement, comme on le verra) avec la vitesse.

On distinguera deux situations assez bien tranchées, selon que les vitesses sont faibles ou non, que les objets sont petits ou non, mais dans les deux cas, les forces de frottement fluides dépendent, en plus de la vitesse :

– de la nature du fluide,

– de la grandeur et de la forme de l'objet.

Ces deux situations sont d'une part le régime dit *laminaire* et d'autre part le régime dit *turbulent*. Des exemples éclaireront.

A) Régime laminaire

Le fluide s'écoule “calmement” autour de l'obstacle, il n'y a pas de remous, de tourbillons, de turbulences, on verrait que les vecteurs-vitesse du fluide n'ont pas de composante dans le sens de la vitesse de l'obstacle.

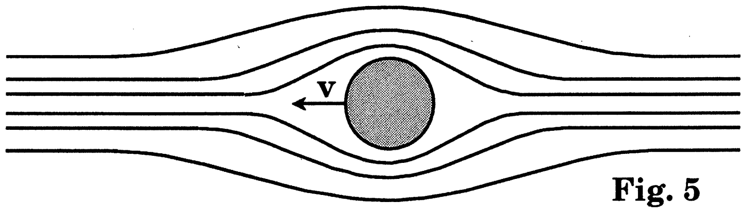


Fig. 5

Dans ce cas l'expérience et la théorie montrent que la force de frottement dépend linéairement de la vitesse : $F_f \propto v$.

Remarques :

– On notera $\mathbf{F}_f$ la force de frottement fluide, pour la distinguer de la force $\mathbf{K}$ réservée aux frottements secs.

– La vitesse est toujours une vitesse *relative*: soit le fluide est en mouvement et l'obstacle est immobile (un arbre dans la tempête, une maquette d'avion dans une soufflerie), soit le fluide est immobile et l'objet est en mouvement, soit les deux sont en mouvement.

Exemples :

– gouttelettes de brouillard en suspension dans l'air et tombant très lentement;

– sédimentation de globules rouges dans un échantillon sanguin;

– centrifugation (sédimentation forcée) de grosses molécules (ADN) ou de cellules dans un liquide biologique;

– problème de pollution atmosphérique: sédimentation de poussières en suspension dans l'air.

– ...

La nature du fluide apparaît par sa *viscosité*, quantifiée par son *coefficient de viscosité* η (lettre gracque *eta*). Des valeurs de ces coefficients pour quelques fluides se trouvent dans le F&T. On y constate que la viscosité des liquides est nettement plus élevée que celle des gaz, ce qui ne surprend pas, mais aussi que la viscosité des liquides, en particulier de l'eau, bien sûr, diminue avec la température; c'est l'inverse pour les gaz, en particulier pour l'air.

Une théorie (difficile) permet d'établir la relation entre force et vitesse, on ne l'exposera pas, on se contentera de donner la formule dans le cas particulier d'une *sphère* de rayon R. C'est la formule de Stokes :

$$F_f = 6\pi\eta R v$$

Le facteur 6π est caractéristique d'une sphère pour ce problème et résulte d'un calcul difficile dont on se passera. Si on veut l'aspect vectoriel de la force, il faut savoir qu'une force de frottement est *toujours* en sens opposé à la vitesse; on écrit donc :

$$\mathbf{F}_f = -6\pi\eta R\,\mathbf{v}$$

Unités de η: par la formule de Stokes : $[\eta]$ = N/(m·m/s) = N·s/m^2 = Pa·s. Citons pourtant une vieille unité qu'on risque de rencontrer : la décapoise (!), elle est équivalente au Pa·s.

Vitesse limite :

Imaginons un objet tombant, non pas en chute libre, mais freiné par l'air au cours de la descente. A mesure que la vitesse augmente, la force de freinage, autrement dit, de frottement fluide augmente aussi, ce qui fait diminuer l'accélération. Que cela soit bien clair : la vitesse augmente mais l'accélération diminue, il n'y a pas de contradiction. Il s'ensuit que l'accélération va finir par s'annuler et que la vitesse finira par être constante; on parle de *vitesse limite* v_{lim}.

La figure 6 montre l'allure de l'évolution temporelle de ce qui pourrait être la vitesse de chute d'un objet dans l'air. On se souvient du cours de cinématique qui montrait que sur un graphe $v = v(t)$, l'accélération est figurée par la pente de la tangente à la courbe. Ainsi la pente de la tangente à l'origine est l'accélération de chute libre g = 9,8 m/s^2 car la force de frottement est encore nulle si la vitesse initiale est nulle. Cette pente, comme on le voit sur la Fig. 6 a, diminue pour s'annuler après un temps mathématiquement infini (la droite horizontale est une asymptote) mais très souvent fini dans des conditions réelles.

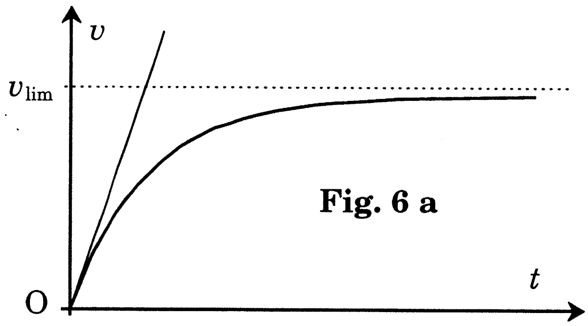


Fig. 6 a

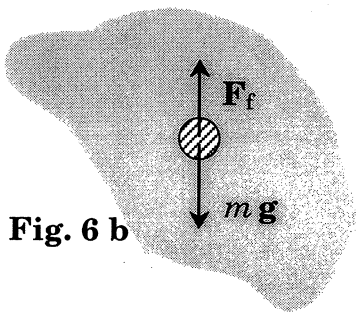


Fig. 6 b

Exemple de calcul :

Le brouillard est fait de minuscules gouttelettes d'eau en suspension dans l'air. Elles tombent mais leur vitesse limite de chute est très faible. On demande de la calculer pour des gouttelettes de rayon R = 0,02 mm. L'air est à 10 °C.

Solution :

A la vitesse limite : $a = 0 \iff \sum \mathbf{F} = \mathbf{0} = m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{f}}$.

Selon un axe vertical : $mg = F_{\text{f}}$

La gouttelette d'eau est une sphère de masse volumique ρ. On remplace :

$$4\pi R^3 \rho g/3 = 6\pi\eta R\, v_{\text{lim}}$$

On simplifie et on extrait v_{lim} :

$$v_{\text{lim}} = \frac{2R^2\rho g}{9\eta} = \frac{2\,(2\cdot 10^{-5})^2\; 1\cdot 10^3 \cdot 9{,}8}{9 \cdot 1{,}75\cdot 10^{-5}} \approx 5\ \text{cm/s}$$

Faisons le même calcul, mais pour une goutte de pluie dont le rayon est de 2 mm. Il est 100 fois plus grand que celui de la gouttelette de brouillard et comme le rayon apparaît au carré dans l'expression de la vitesse limite, celle-ci sera donc 10.000 fois plus grande, c-à-d d'environ 500 m/s !! C'est tout à fait irréaliste, il serait mortel d'avoir oublié son parapluie en tôle d'acier ! La conclusion qu'on doit faire est qu'on ne se trouve plus dans les conditions de régime laminaire, la goutte de pluie est trop grosse pour que la force de frottement de l'air sur la goutte soit encore proportionnelle à la vitesse. Il faut considérer un régime non plus laminaire mais *turbulent*.

B) Régime turbulent

Le fluide ne s'écoule plus "calmement" autour de l'obstacle, il fait des tourbillons à l'arrière. L'expérience et une théorie semi-empirique montrent que la force de frottement augmente avec le carré de la vitesse relative : $F_f \propto v^2$.

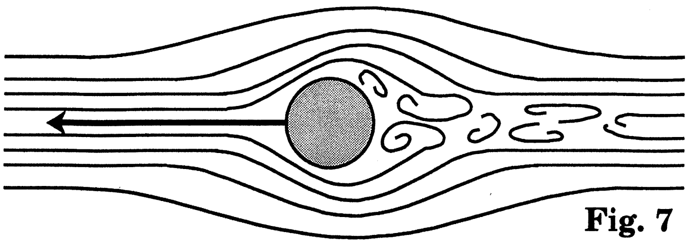


Fig. 7

Plus précisément, le fluide intervient cette fois non plus par sa viscosité η mais par sa masse volumique ρ; la taille de l'objet dans le fluide intervient par l'aire S qui est celle de la projection de l'objet par un plan perpendiculaire au vecteur-vitesse. Cette surface est parfois nommée, bizarrement, "maître-couple"; finalement la forme de l'objet se manifeste par son facteur de forme C, nombre sans unité, d'autant plus petit que l'objet présente peu de résistance aérodynamique ou hydrodynamique. La description du mouvement de l'objet se faisant souvent selon un axe Ox, on indique cela sur le facteur de forme par un indice : le coefficient C_x est familier aux constructeurs d'automobiles qui parviennent, pour des voitures de tourisme grand public à fabriquer des carrosseries ayant un C_x voisin voire inférieur à 0,3. On aurait un coefficient C_y si on devait par exemple tenir compte sur un véhicule, terrestre ou non, d'un vent latéral. Pour qu'une voiture de course ne s'envole pas, il faut que son coefficient C_z soit bien maîtrisé.

En résumé, l'expression de la force de frottement fluide en régime turbulent s'écrit :

$$F_f = \frac{1}{2} C_x S \rho v^2$$

Le facteur 1/2 peut surprendre, mais on peut remarquer qu'il apparaît $\rho v^2/2$, ce qui n'est autre que l'énergie cinétique du fluide par unité de volume : E_{cin}/V.

Notons encore que des facteurs C_x figurent dans le F&T pour quelques formes simples.

Exemple de calcul :

Reprenons l'exemple de la vitesse limite de chute de la goutte de pluie mais dans une description qu'on souhaite plus réaliste.

C_x(sphère) = 0,47; masse volumique de l'air ρ_{air} = 1,3 kg/m^3.

A la vitesse limite de chute, l'accélération est nulle, donc $\sum \mathbf{F} = \mathbf{0} \Rightarrow F_f = mg$.
De l'expression pour F_f ci-dessus on extrait v_{lim}.

Ainsi :

$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{2mg}{C_x S \rho_{\text{air}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{\text{eau}} g}{C_x \pi R^2 \rho_{\text{air}}}} = \sqrt{\frac{8R\rho_{\text{eau}} g}{3C_x \rho_{\text{air}}}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8}{3 \cdot 0{,}47 \cdot 1{,}3}} \approx 9\,\text{m/s}$$

ce qui est nettement plus réaliste et bien moins dangereux !

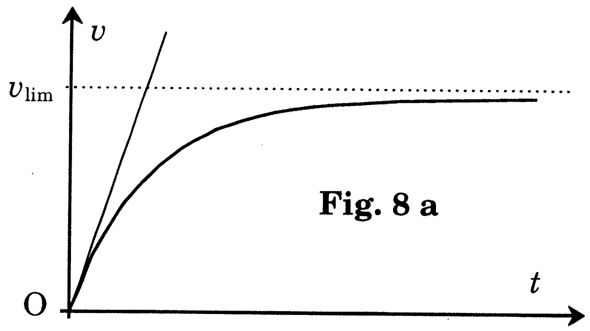


Fig. 8 a

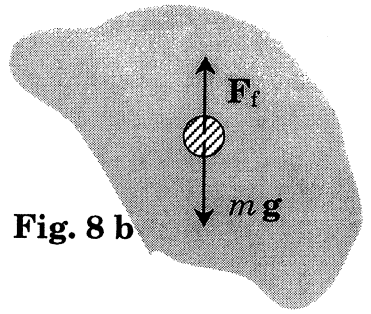


Fig. 8 b

Remarques :

– Le graphe de $v = v(t)$ pour le régime turbulent à la même allure globale que celui de la Fig. 6 pour le régime laminaire, même si les fonctions $v(t)$ sont bien différentes (les connaître demande de résoudre des équations différentielles, ce qui n'est pas encore au programme).

– Aussi bien pour la gouttelette de brouillard que pour la goutte de pluie, une force a été négligée : la poussée d'Archimède. Négligence peu grave puisque la masse volumique de l'air est de l'ordre de 800 fois inférieure à celle de l'eau. Une telle négligence serait par contre fautive pour une chute dans un liquide.

– Il est bien évident que le passage d'un régime à l'autre ne se fait pas brutalement, il est naturellement progressif. Mais alors, est-ce encore η ou déjà ρ qui intervient si la vitesse augmente? La vitesse intervient-elle à la puissance 1 ou 2 ? La question n'a pas de réponse simple pour un régime dit *transitoire*, ce sera l'expérience qui permettra de se faire une idée.

Encore un exemple de calcul:

Une voiture roule à pleins gaz sur une route horizontale et parvient ainsi à une vitesse limite de 216 km/h (= 60 m/s). Son C_x est de 0,3 et S = 1,6 m^2.

Quelle est sa puissance?

a) Les frottements secs sont négligés;

b) ils ne sont plus négligés et représentent 2 % du poids de la voiture dont la masse est de 1200 kg.

Solution :

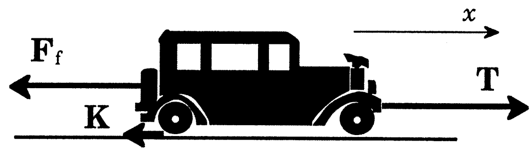


Fig. 9

A la vitesse limite, $\mathbf{a} = \mathbf{0} \iff \sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$ c-à-d selon l'axe x (on oublie $m\mathbf{g}$ et $\mathbf{N}$ qui s'annulent mutuellement) :
(x) : $T = F_f + K$ ($\mathbf{T}$: force de traction)

On se souvient qu'une façon de définir la puissance associée à une force s'écrit : $P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}$; il s'agit ici de la puissance due à la force $\mathbf{T}$: $P(\mathbf{T}) = \mathbf{T}\cdot\mathbf{v} = (F_f + K)v$.

a) $P = (\frac{1}{2} C_x S \rho v_{\text{lim}}^2) v_{\text{lim}} = \frac{1}{2} C_x S \rho v_{\text{lim}}^3 = 67{,}4\ \text{kW} \approx 92\ \text{CV}.$

b) $K = 0{,}02\, mg = 235\ \text{N}; P(K) = -235 \,.\, 60 = -14\ \text{kW} \Rightarrow P(T) \approx 111\ \text{CV}.$

Exercice :

Ecrire la forme vectorielle de la force $F_f = \frac{1}{2} C_x S \rho v^2$: $\mathbf{F}_f = \ldots \ldots \ldots \ldots$

A) Frottements secs.

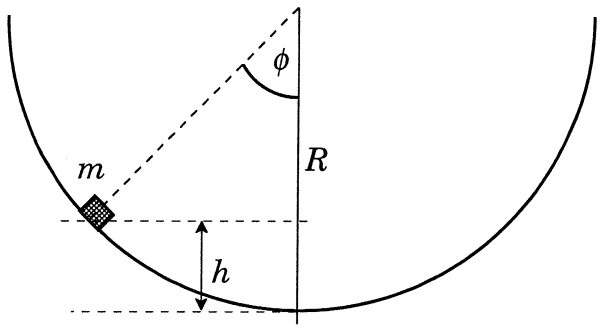
1. Masse m posée à l'intérieur d'une surface sphérique de rayon R. Le coefficient d'adhérence est μ_0.

a) Calculer la hauteur maximale au dessus du fond où peut se trouver m sans glisser si R = 10 cm et μ_0 = 0,6.

b) Etablir l'expression générale pour cette hauteur pour R et μ_0 quelconques.

Rép: a) $h_{\max}$ = 1,43 cm;

b) $h \leq R\mu_0^2/(1+\mu_0^2)^{1/2}$.



2. Une voiture roule à 30 m/s sur une route horizontale. Le coefficient d'adhérence latéral des pneus sur l'asphalte est de 0,9.

Quel devrait être le rayon de courbure minimum du virage pour que la voiture ne dérape pas à cette vitesse ?

Rép: $r \geq 102$ m.

3. Cylindre de masse M et de rayon R posé sur un plan incliné (angle α) et retenu par une brique pour l'empêcher de rouler (l'axe du cylindre est horizontal). La brique a une hauteur $h < R$ et une masse m. On suppose aucune adhérence pour le cylindre.

a) Calculer l'angle β que forment entre eux deux rayons du cylindre, l'un normal au plan et l'autre allant au point de contact avec la brique (faire un dessin explicite !).

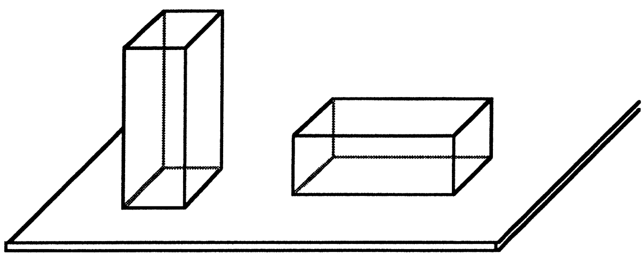
b) Calculer la force avec laquelle le cylindre agit sur la brique (on examinera l'équilibre du cylindre seulement).

c) Calculer quel doit être le coefficient d'adhérence μ_0 minimum entre la brique et le plan pour maintenir l'équilibre du système (on examinera l'équilibre de la brique).

Rép: a) β = Arccos$(1-h/R)$; b) $Mg \sin\alpha/\sin\beta$; c) $(m+M)/(m\cos\alpha + M\sin\alpha\,\mathrm{cotan}\,\beta)$.

4. La force minimale nécessaire pour faire bouger ce bloc est-elle la même selon qu'il est posé debout ou couché ? (Le coefficient μ_0 est le même pour toutes les faces).

Autre question : une voiture tient-elle mieux la route avec des pneus larges qu'avec des pneus étroits ?



5. Une voiture roule à 80 km/h sur une route horizontale et rectiligne. Le coefficient d'adhérence est μ_0 = 0,9.

a) Quelle sera la distance minimale de freinage sans dérapage ?

b) Remarquer que la relation entre cette distance et la vitesse initiale est quadratique : que vaut la distance minimale si la vitesse initiale double ?

c) Calculer quelle serait la distance d'arrêt si les roues se bloquaient (le conducteur presse trop fort sur la pédale du frein et il n'y a pas d'ABS). Le coefficient de frottement est dans ce cas μ = 0,6.

Rép: a) 28 m ; c) 42 m.

6. Plan incliné d'angle $\alpha = 25°$. Depuis le bas on projette avec une vitesse initiale $v_0 = 2$ m/s une masse m qui glisse vers le haut en suivant la ligne de plus grande pente du plan. Les coefficients sont $\mu_0 = 0{,}5$ et $\mu = 0{,}3$.

a) Calculer la distance parcourue par m jusqu'à l'arrêt.

b) S'arrête-t-elle vraiment ou redescend-elle ? Si elle redescend, calculer son accélération.

Rép: a) 0,29 m.

B) Frottements fluides.

7. Dans une éprouvette remplie d'un liquide très visqueux, on laisse tomber une toute petite bille d'acier dont le diamètre est de 0,6 mm. On mesure une vitesse de chute (constante!) de 5 mm/s.

Calculer le coefficient de viscosité de ce liquide.

Rép: a) env. 0,3 Pas. Il s'agit d'un mélange d'eau et de glycérine, et tout le monde sait que la glycérine, étant un alcool, est parfaitement miscible à l'eau (!).

Il faut par ailleurs remarquer que dans ce problème un effet important a été négligé: la poussée d'Archimède sur la bille.

8. Un cycliste (masse totale $m = 70$ kg) se laisse descendre une pente de 10 % et atteint la vitesse limite de 50 km/h.

a) En négligeant les frottement secs, calculer le facteur CS, *estimer* S et calculer alors le facteur de forme C.

b) Ce même cycliste pédale ensuite sur une route horizontale à la vitesse de 36 km/h. Il n'y a pas de vent. Calculer la force (d'origine musculaire) qui le fait avancer si les frottements secs représentent 1 % de son poids, en plus des frottements aérodynamiques.

c) Quelle serait cette force avec un vent contraire de 18 km/h ?

Rép: a) 0,55 m^2 ; b) 43 N ; c) 87 N.

9. Une voiture de sport a une masse de 700 kg, un facteur de forme $C_x = 0{,}3$ et une section apparente $S = 1{,}8$ m^2. Calculer, en % du poids, la force de frottement aérodynamique aux vitesses de 3,6 km/h, 36 km/h et 216 km/h.

Rép: 0,005 %; 0,5 %; 18 %.

10. Montrer que la puissance motrice P_1 d'une voiture ayant une vitesse maximum v_1 (sur route horizontale) est 8 fois plus grande que celle d'une voiture ayant une vitesse maximum $v_2 = v_1/2$. *Indication* : $8 = 2^3$.