

Chapitre 4. Equations 1<sup>er</sup> degré à plusieurs inconnues - Corrigé

Exercice 1

$$1. \begin{cases} x+y=19 \\ 2x-y=2 \end{cases} +$$

$$\hline 3x=21 \quad | :3$$

$$x=7$$

Avec  $x=7$  dans  $x+y=19$ , on a  $7+y=19 \quad | -7$

$$y=12$$

La solution est donc  $x=7$  et  $y=12$ .

$$2. \begin{cases} x+y=4 \\ x-y=6 \end{cases} +$$

$$\hline 2x=10 \quad | :2$$

$$x=5$$

Avec  $x=5$  dans  $x+y=4$ , on a  $5+y=4 \quad | -5$

$$y=-1$$

La solution est donc  $x=5$  et  $y=-1$ .

$$3. \begin{cases} 2x+3y-4=0 \\ 10x+3y-49=0 \end{cases} -$$

$$\hline -8x+40=0 \quad | -40$$

$$-8x=-40 \quad | :(-8)$$

$$x=5$$

Avec  $x=5$  dans  $2x+3y-4=0$ , on a  $2 \cdot 5 + 3y - 4 = 0 \quad | R$

$$6+3y=0 \quad | -6$$

$$3y=-6 \quad | :3$$

$$y=-2$$

La solution est donc  $x=5$  et  $y=-2$ .

$$4. \begin{cases} 5x+3y=-1 \quad \cdot 5 \\ 4x+5y=7 \quad \cdot (-3) \end{cases}$$

$$\hline 25x+15y=-5$$

$$\hline -12x-15y=-21 \quad +$$

$$\hline 13x=-26 \quad | :13$$

$$x=-2$$

Avec  $x=-2$  dans  $5x+3y=-1$ , on a  $5 \cdot (-2) + 3y = -1 \quad | R$

$$\begin{array}{r|l} -10 + 3y = -1 & +10 \\ 3y = 9 & :3 \\ y = 3 & \end{array}$$

La solution est donc  $x = -2$  et  $y = 3$ .

$$5. \begin{cases} x + \frac{2}{3}y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad -$$

$$\frac{5}{3}y = 5 \quad : \frac{5}{3} = \frac{3}{5}$$

$$y = 3$$

Avec  $y = 3$  dans  $x - y = 2$ , on a  $x - 3 = 2 \Rightarrow x = 5$ .

La solution est donc  $x = 5$  et  $y = 3$ .

$$6. \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{5}{12} & \cdot 12 \rightarrow 4x + 6y = 5 & \cdot 1 \rightarrow 4x + 6y = 5 \\ x - \frac{3y}{4} = \frac{1}{4} & \cdot 4 \rightarrow 4x - 3y = 1 & \cdot 2 \rightarrow 8x - 6y = 2 & + \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|l} 12x = 7 & :12 \\ x = \frac{7}{12} & \end{array}$$

Avec  $x = \frac{7}{12}$  dans  $4x + 6y = 5$ , on a  $4 \cdot \frac{7}{12} + 6y = 5$

$$\begin{array}{r|l} \frac{7}{3} + 6y = 5 & -3 \\ 7 + 18y = 15 & -7 \\ 18y = 8 & :18 \\ y = \frac{8}{18} = \frac{4}{9} & \end{array}$$

La solution est donc  $x = \frac{7}{12}$  et  $y = \frac{4}{9}$ .

Exercice 2

$$\begin{array}{l|l}
 1. \quad \begin{array}{l} (x+2)(y-3) = xy \\ xy - 3x + 2y - 6 = xy \\ -3x + 2y - 6 = 0 \\ -3x + 2y = 6 \end{array} & \begin{array}{l} \text{D} \\ -xy \\ +6 \end{array} \\
 \end{array} \quad \begin{array}{l|l}
 xy + 15 = (x+3)(y+2) \\ xy + 15 = xy + 2x + 2y + 6 \\ 15 = 2x + 2y + 6 \\ 2x + 2y = 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{D} \\ -xy \\ -6 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x + 2y = 6 & \cdot 2 \\ 2x + 2y = 9 & \cdot 3 \end{cases} \begin{array}{l} \xrightarrow{-} \\ \xrightarrow{+} \end{array} \begin{array}{l} -6x + 4y = 12 \\ 6x + 6y = 27 \end{array} +$$

$$10y = 39 \Rightarrow y = 3$$

Avec  $y=3$  dans  $2x+2y=9$ , on a  $2x+9=9 \Rightarrow 2x=0 \Rightarrow x=0$ .  
La solution est donc  $x=0$  et  $y=3$ .

$$\begin{array}{l|l}
 2. \quad \begin{array}{l} (2x+1)(y-2) = 2xy \\ 2xy - 4x + y - 2 = 2xy \\ -4x + y - 2 = 0 \\ -4x + y = 2 \end{array} & \begin{array}{l} \text{D} \\ -2xy \\ +2 \end{array} \\
 \end{array} \quad \begin{array}{l|l}
 x(3y-2) - 3y(x-1) + 4 = 0 \\ 3xy - 2x - 3xy + 3y + 4 = 0 \\ -2x + 3y + 4 = 0 \\ -2x + 3y = -4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{D} \\ \text{R} \\ -4 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4x + y = 2 & \cdot (-3) \\ -2x + 3y = -4 & \cdot 1 \end{cases} \begin{array}{l} \xrightarrow{-} \\ \xrightarrow{+} \end{array} \begin{array}{l} 12x - 3y = -6 \\ -2x + 3y = -4 \end{array} +$$

$$10x = -10 \Rightarrow x = -1$$

Avec  $x=-1$  dans  $-4x+y=2$ , on a  $4+y=2 \Rightarrow y=-2$ .  
La solution est donc  $x=-1$  et  $y=-2$ .

$$3. \quad \begin{cases} x - 2y = 1 & \cdot 2 \\ 2x - 4y = 2 & \cdot (-1) \end{cases} \begin{array}{l} \xrightarrow{-} \\ \xrightarrow{+} \end{array} \begin{array}{l} 2x - 4y = 2 \\ -2x + 4y = -2 \end{array} +$$

$$0 = 0 \quad \text{toujours vrai.}$$

Il y a donc une infinité de couples de solutions.

$$4. \quad \begin{cases} -x + 2y - 1 = 0 & \cdot 2 \\ 2x - 4y - 2 = 0 & \cdot 1 \end{cases} \begin{array}{l} \xrightarrow{-} \\ \xrightarrow{+} \end{array} \begin{array}{l} -2x + 4y - 2 = 0 \\ 2x - 4y - 2 = 0 \end{array} +$$

$$-4 = 0 \quad \text{impossible.}$$

Il n'y a donc aucune solutions.

$$5. \quad \begin{cases} 9(x-y) + 24x = 100 & \cdot 1 \\ 3(x-y) = 32 & \cdot (-2) \end{cases} \begin{array}{l} \xrightarrow{-} \\ \xrightarrow{+} \end{array} \begin{array}{l} 9(x-y) + 24x = 100 \\ -9(x-y) = -96 \end{array} +$$

$$24x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

Avec  $x = \frac{1}{6}$  dans  $3(x-y) = 32$ , on a

$$\begin{array}{l|l}
 3\left(\frac{1}{6} - y\right) = 32 & \text{D} \\
 \frac{1}{2} - 3y = 32 & \cdot 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1-6y=64 & -1 \\ -6y=63 & :(-6) \\ y=\frac{63}{-6}=-\frac{21}{2} & \end{array}$$

La solution est donc  $x=\frac{1}{6}$  et  $y=-\frac{21}{2}$ .

$$\begin{array}{r} 6. \quad 4(x-7)+9y=80 \xrightarrow{\cdot 1} 4(x-7)+9y=80 \\ 2(x-7)=\frac{11}{2}y \xrightarrow{\cdot 2} 4(x-7)=11y \xrightarrow{-4(x-7)} -4(x-7)+11y=0 \quad + \\ \hline 20y=80 \Rightarrow y=4. \end{array}$$

Avec  $y=4$  dans  $4(x-7)=11y$ , on a  $4(x-7)=44 \Rightarrow x-7=11 \Rightarrow x=18$ .  
La solution est donc  $x=18$  et  $y=4$ .

$$\begin{array}{r|l} 7. \quad \begin{array}{l} 5(3x+2y)=90(x-y) \\ 15x+10y=90x-90y \\ -75x+100y=0 \\ -3x+4y=0 \end{array} & \begin{array}{l} \text{D} \\ -90x+90y \\ :25 \\ -12x+16y=0 \end{array} \\ \begin{array}{l} 3(6x-2y)=2x+10y+2 \\ 18x-6y=2x+10y+2 \\ -3x-10y \\ 15x-16y=2 \end{array} & \begin{array}{l} \text{D} \\ -3x-10y \\ 15x-16y=2 \end{array} \\ \Rightarrow \begin{cases} -3x+4y=0 \xrightarrow{\cdot 4} -12x+16y=0 \\ 15x-16y=2 \xrightarrow{\cdot 1} 15x-16y=2 \quad + \\ \hline 3x=2 \Rightarrow x=\frac{2}{3} \end{cases} \end{array}$$

Avec  $x=\frac{2}{3}$  dans  $-3x+4y=0$ , on a  $-3 \cdot \frac{2}{3} + 4y=0 \Rightarrow -2+4y=0$   
 $\Rightarrow 4y=2 \Rightarrow y=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ .

La solution est donc  $x=\frac{2}{3}$  et  $y=\frac{1}{2}$ .

$$\begin{array}{r|l} 8. \quad \begin{array}{l} 7(x+y)+84=12(2x-3y) \\ 7x+7y+84=24x-36y \\ -17x+43y=-84 \end{array} & \begin{array}{l} \text{D} \\ -24x+36y-84 \\ \cdot 32 \\ -544x+1376y=-2688 \end{array} \\ \begin{array}{l} 9(5x-8y)-864=8(3x-5y) \\ 45x-72y-864=24x-40y \\ 21x-32y=864 \end{array} & \begin{array}{l} \text{D} \\ -24x+36y-84 \\ +40y \\ +864 \\ 21x-32y=864 \end{array} \\ \Rightarrow \begin{cases} -17x+43y=-84 \xrightarrow{\cdot 32} -544x+1376y=-2688 \\ 21x-32y=864 \xrightarrow{\cdot 43} 903x-1376y=37152 \quad + \\ \hline 359x=34464 \Rightarrow x=96 \end{cases} \end{array}$$

Avec  $x=96$  dans  $21x-32y=864$ , on a  $21 \cdot 96 - 32y=864$  | R  
 $2016 - 32y=864$  |  $-2016$   
 $-32y=-1152$  |  $:(-32)$   
 $y=36$

La solution est donc  $x=96$  et  $y=36$ .

$$9. \begin{cases} 2x - y = 7 & \cdot 2 \rightarrow 4x - 2y = 14 \\ -4x + 2y = -14 & \cdot 1 \rightarrow -4x + 2y = -14 \end{cases} +$$

$$0 = 0 \quad \text{toujours vrai.}$$

Il y a donc une infinité de couples de solutions.

$$10. \begin{cases} 2x - y = 7 & \cdot 2 \rightarrow 4x - 2y = 14 \\ 4x + 2y = -14 & \cdot 1 \rightarrow 4x + 2y = -14 \end{cases} +$$

$$8x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Avec  $x=0$  dans  $2x - y = 7$ , on a  $-y = 7 \Rightarrow y = -7$ .

La solution est donc  $x=0$  et  $y=-7$ .

$$11. \begin{cases} 2x - y = -7 & \cdot 2 \rightarrow 4x - 2y = -14 \\ -4x + 2y = -14 & \cdot 1 \rightarrow -4x + 2y = -14 \end{cases} +$$

$$0 = -28 \quad \text{impossible.}$$

Il n'y a donc aucune solution.

$$12. \begin{array}{l|l} \frac{x+2y-4}{4} = x-1 & \cdot 4 \\ x+2y-4 = 4x-4 & -4x+4 \\ -3x+2y=0 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} \frac{x+1}{3} + \frac{y-2}{2} = \frac{x}{4} + \frac{y}{3} & \text{D.C.} \\ \frac{4x+4}{12} + \frac{6y-12}{12} = \frac{3x}{12} + \frac{4y}{12} & \cdot 12 \\ 4x+4+6y-12 = 3x+4y & -3x-4y+8 \\ x+2y=8 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x+2y=0 \\ x+2y=8 \end{cases} -$$

$$-4x = -8 \Rightarrow x = 2.$$

Avec  $x=2$  dans  $-3x+2y=0$ , on a  $-6+2y=0 \Rightarrow 2y=6 \Rightarrow y=3$ .

La solution est donc  $x=2$  et  $y=3$ .

$$13. \begin{array}{l|l} \frac{x+y}{3} + \frac{y-x}{2} = 9 & \cdot 6 \\ 2x+2y+3y-3x=54 & R \\ -x+5y=54 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} \frac{x}{2} + \frac{x+y}{9} = 5 & \cdot 18 \\ 9x+2x+2y=90 & R \\ 11x+2y=90 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x+5y=54 & \cdot 11 \rightarrow -11x+55y=594 \\ 11x+2y=90 & \cdot 1 \rightarrow 11x+2y=90 \end{cases} +$$

$$57y = 684 \Rightarrow y = 12.$$

Avec  $y=12$  dans  $-x+5y=54$ , on a  $-x+60=54 \Rightarrow -x=-6 \Rightarrow x=6$ .

La solution est donc  $x=6$  et  $y=12$ .

$$14. \begin{array}{l|l} \frac{x+y}{8} + \frac{x-y}{6} = 5 & \cdot 24 \\ 3x+3y+4x-4y = 120 & R \\ 7x-y = 120 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{3} = 10 & \cdot 12 \\ 3x+3y - (4x-4y) = 120 & D \\ 3x+3y-4x+4y = 120 & R \\ -x+7y = 120 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x-y = 120 & \cdot 7 \rightarrow 49x-7y = 840 \\ -x+7y = 120 & \cdot 1 \rightarrow -x+7y = 120 + \\ \hline 48x = 960 & \Rightarrow x = 20. \end{cases}$$

Avec  $x=20$  dans  $7x-y=120$ , on a  $140-y=120 \Rightarrow y=20$ .

La solution est donc  $x=20$  et  $y=20$ .

$$15. \begin{array}{l|l} \frac{4x+5y}{40} = x-y & \cdot 40 \\ 4x+5y = 40x-40y & -40x+40y \\ -36x+45y = 0 & :9 \\ -4x+5y = 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} \frac{2x-y}{3} + 2y = \frac{1}{2} & \cdot 6 \\ 4x-2y+12y = 3 & R \\ 4x+10y = 3 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4x+5y = 0 \\ 4x+10y = 3 + \end{cases}$$

$$15y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}.$$

Avec  $y = \frac{1}{5}$  dans  $-4x+5y=0$ , on a  $-4x+1=0 \Rightarrow 4x=1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$ .

La solution est donc  $x = \frac{1}{4}$  et  $y = \frac{1}{5}$ .

$$16. \begin{array}{l|l} \frac{7+x}{5} - \frac{2x-y}{4} = 3y-5 & \cdot 20 \\ 28+4x - (10x-5y) = 60y-100 & D \\ 28+4x-10x+5y = 60y-100 & R \\ 28-6x+5y = 60y-100 & -60y-28 \\ -6x-55y = -128 & \cdot (-1) \\ 6x+55y = 128 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} \frac{5y-7}{2} + \frac{4x-3}{6} = 18-5x & \cdot 6 \\ 15y-21+4x-3 = 108-30x & R \\ 4x+15y-24 = 108-30x & +30x \\ 34x+15y = 132 & +24 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x+55y = 128 & \cdot 3 \rightarrow 18x+165y = 384 \\ 34x+15y = 132 & \cdot (-11) \rightarrow -374x-165y = -1452 + \\ \hline -356x = -1068 & \Rightarrow x = 3. \end{cases}$$

$$-356x = -1068 \Rightarrow x = 3.$$

Avec  $x=3$  dans  $6x+55y=128$ , on a  $18+55y=128 \Rightarrow 55y=110 \Rightarrow y=2$ .

La solution est donc  $x=3$  et  $y=2$ .