DYNAMIQUE

Introduction

Toute la *cinématique* est construite au moyen de deux concepts fondamentaux irréductibles : le temps et l'espace. Le *temps* est la variable indépendante et l'*espace* - coordonnées de la *position* du mobile - est la fonction, ou variable dépendante. Avec cela, on fabrique, comme on l'a vu, les concepts de *vitesse* et d'*accélération* en utilisant l'outil mathématique (géométrie et analyse). La cinématique peut décrire alors complètement les caractéristiques de mouvement du mobile.

Mais la cinématique est muette sur les *causes* du mouvement et sur l'objet mobile lui-même. C'est la *dynamique* qui est nécessaire en faisant intervenir deux nouveaux protagonistes: la *force* et la *masse*.

Ainsi, toute la dynamique repose sur trois concepts physiques : **FORCE** , **MASSE** et **ACCELERATION** et sur la *relation* qu'il y a entre les trois.

La *cinématique* est apparue dans la première moitié du 17ème siècle par les travaux de Galilée, marquant ainsi l'acte de naissance de la physique. Mais son baptême s'est fait attendre quelques décennies, pour que Isaac Newton, vers la fin de ce 17ème siècle, mette en place correctement et génialement la théorie qui fait l'objet de ce chapitre. Le 18ème siècle fut alors le siècle du "mécanisme" car les théories de Newton se sont montrées tellement performantes dans l'explication et la prédiction des phénomènes mécaniques et surtout astronomiques (éclipses, passages de comètes, etc.) qu'on s'employa à vouloir appliquer la dynamique newtonienne à tout et n'importe quoi (la chaleur, la lumière, la physiologie ...).

La dynamique, c'est difficile !

Masse, force, accélération, trois termes pas vraiment ésotériques! En effet, mais la physique a cette particularité, relativement à d'autres sciences, d'utiliser des mots du langage de tous les jours pour désigner ses concepts; et c'est un danger, un malheureux et gros obstacle à la compréhension. On a déjà pu le constater avec l'accélération: dans le langage courant, ce mot signifie simplement augmentation de vitesse, alors qu'en physique sa définition est beaucoup plus précise et rigoureuse: il s'agit d'un **vecteur** qui décrit toute variation du vecteur-vitesse et se calcule en dérivant par rapport au temps le vecteur-vitesse (ses composantes). Le paradoxe atteint son paroxysme lorsqu'on a affaire à un mouvement à vitesse constante sur une trajectoire sinueuse: la vitesse est constante mais l'accélération n'est pas nulle!

Le danger, le piège béant pour l'apprentissage de la dynamique est la physique spontanée, la physique du bon sens, la mécanique du quotidien, celle qui nous permet de reprendre notre équilibre lorsque nous sommes debout dans un bus qui freine brusquement, qui nous permet d'atteindre la cible lorsqu'on lance un caillou, etc. C'est un gros effort intellectuel que d'oublier le bon sens lorsqu'il fonctionne si bien. La mécanique est faussement concrète, elle n'est concrète que si on ne cherche pas à expliquer les phénomènes, à l'encontre de l'électricité où "on ne voit de toute façon rien", et où on ne peut pas faire l'impasse sur les lois et leur abstraction intrinsèque. L'adage "la science commence où le bon sens finit" se vérifie constamment en physique et particulièrement en dynamique.

Définitions

Une définition, comme toutes celles qu'on trouve dans un dictionnaire, est une relation entre la chose à définir et des concepts supposés déjà définis, en principe plus simples ou plus fondamentaux.

a) Le temps

Comment le définir aux moyen de notions encore plus fondamentales? Impossible. Il faut l'accepter ainsi. Pas trop pénible puisque tout le monde sait de quoi il s'agit.

b) L'espace

Même statut que le temps, rien de plus commun, on y est et on s'y meut.

On le répète ici, le temps et l'espace ont permis de construire les concepts de la cinématique, avec en particulier:

c) L'accélération

Revoir, si besoin est, son cours de cinématique pour une définition *rigoureuse* et complète.

d) La masse

La masse d'un objet, d'un corps, d'un mobile: c'est tout simplement la quantité de matière qui le constitue, rien de plus ou de moins. Remarquons qu'on retombe rapidement sur une définition circulaire parce qu'est-ce alors que la matière? La réponse est simple: la caractéristique commune à toutes les matières est de posséder une masse, ... et on n'est pas plus avancé. Autant l'admettre, la masse est une notion première, comme le temps et l'espace.

Notons cependant qu'il est possible en physique de définir partiellement la masse, mais cela nécessite la notion de force, celle de gravitation, qui ne correspond pas entièrement à la définition d'une force qu'on va donner sous peu. Une autre (pseudo-) définition ne fait appel qu'à la cinématique; évoquons-la brièvement: imaginons un objet immobile qui, pour une raison sans importance, explose en deux morceaux inégaux. Ils partiront dans la même direction mais en sens opposés, leurs vecteurs-vitesses seront $\mathbf{v}_2 = -a\mathbf{v}_1$, avec $a > 0$. On peut montrer que le rapport de leurs masses est $m_1/m_2 = a$: le plus gros partant avec la vitesse la plus petite et réciproquement. Il y a en fait là-derrière, cachées, les lois fondamentales de la dynamique, donc on ne définit pas vraiment la masse. Or, peu importe, n'est-ce pas, puisque tout le monde sait ce que c'est, même si c'est souvent confondu, à tort, avec le poids, notion déjà plus élaborée.

Autre adage à méditer: “Le concret n'est que de l'abstrait rendu familier par l'usage.”

e) La force

Encore quelque chose de bien banal. De la force, chacun en a, lui permettant de faire des mouvements, de déplacer ou de déformer des objets. En physique ce n'est pas autre chose, mais il nous faut une définition qui, si elle ne peut pas être complète, doit pourtant être extrêmement rigoureuse et par conséquent efficace parce que sans ambiguïté.

En dynamique, une force est la cause capable de provoquer une modification du vecteur-vitesse d'un corps.

On reviendra sur cet aspect de la définition d'une force car elle contient en fait la loi fondamentale de la dynamique qui est une relation de cause à effet. Une des difficultés de l'apprentissage de la dynamique est de repérer la, mais souvent les forces qui agissent sur un objet et c'est là qu'il faut être aux aguets:

Une force agissant sur un objet A est une action directe, par contact, de la part d'un objet B. Les caractéristiques de l'objet B importent souvent peu.

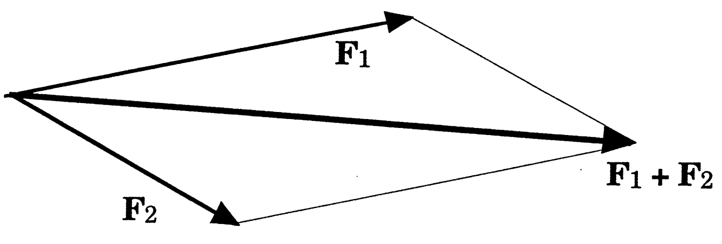
Il y aurait beaucoup à dire sur le simple “par contact”, et on s'engagerait dans les subtiles profondeurs de la physique contemporaine, avec ses quarks et ses leptons; mais il n'est pas du tout de notre propos de montrer ici que le véritable contact n'existe en fait jamais et que tout est question de proximité; la dynamique classique se contente des forces de contact direct: les objets doivent se toucher pour pouvoir agir les uns sur les autres. Et pourtant... Quand il s'agira d'établir l'inventaire des forces agissant sur un mobile, ce qui est inévitable en dynamique, il y en a une qui ne sera jamais oubliée et qui n'est cependant pas une action par contact, c'est tout simplement le poids, ou force de pesanteur, manifestation de ce mystérieux phénomène qu'est la gravitation. Ce sera la seule de ce genre en mécanique, d'autres apparaîtront en électromagnétisme.

Remarque: Une masse ne peut avoir qu'*une seule* accélération, constante ou variable; par contre cette masse peut subir l'action de *plusieurs* forces simultanément, chacune pouvant contribuer à modifier la vitesse du mobile. Les diverses forces vont alors se combiner en une seule, la *résultante*, qui donnera lieu à une seule accélération.

Une force est donc une action de la part d'un acteur: une ménagère pousse son caddy dans un supermarché. Elle pousse avec une certaine vigueur, dans une certaine direction et dans un certain sens. On reconnaît-là les caractéristiques d'un **vecteur**, la force est donc une grandeur vectorielle, l'intensité de la force (la vigueur de la ménagère) n'est autre que la *norme* du vecteur, sa longueur, son module.

La dame est en fait avec son rejeton qui l'aide à pousser le chariot, mais le bambin est plus attiré par le rayon des chocolats que par celui des épinards et son action n'est pas très en accord avec celle de sa mère, autrement dit, la force du gosse sur le caddy n'a pas la même direction que la force due à sa maman. Le résultat est que le caddy prend un chemin intermédiaire entre les rayons douceurs et légumes.

Ce résultat est l'effet de la *résultante* des deux forces (et de peut-être d'autres encore), et qui dit **résultante** dit **somme vectorielle**. C'est ce qu'on appelle le *principe de superposition*, qui apparait ici maintenant en mécanique mais il intervient aussi beaucoup en électromagnétisme et en optique.



$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_R$
force résultante

! TYPOGRAPHIE ! Dans les ouvrages scientifiques, un vecteur se note par une lettre en **gras droite**, comme les **vecteurs force**, **vitesse**, ou **accélération**: **F**, **v**, **a**. Par contre, la *norme* d'un vecteur, qui est un nombre, un scalaire, se note par la même lettre mais en *italique maigre*: F, v, a. Sont notés de la même façon (italique maigre) toutes les grandeurs non vectorielles, constantes ou non: masse m, température T, temps t, etc.

Remarque à ne pas lire:

Il faut à tout prix être persuadé que si par exemple $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_3$, alors de façon très générale, $F_1 + F_2 \neq F_3$. Si on ne peut pas se convaincre de cela, il y a lieu de craindre pour la suite! Si on a des doutes sur sa bonne compréhension, on dessinera proprement deux vecteurs à angle droit, l'un d'une longueur de 4 cm et l'autre de 3 cm; on pourra mesurer que la résultante a une longueur de 5 et non pas de 7 cm.

Notons encore qu'on n'aura jamais à additionner des normes de vecteurs, sauf cas exceptionnel et qu'on aura toujours à faire des **sommes vectorielles**. Entrons dans le vif du sujet:

LES LOIS DE NEWTON

Préambule

On s'attend peut-être à lire sous peu des démonstrations de ces lois; il n'y en aura pas, non pas pour gagner du temps ou parce que c'est trop compliqué mais parce qu'il n'y en a tout simplement pas. *Les lois fondamentales ne se démontrent pas*, car pour y parvenir, il faudrait faire usage de principes encore plus fondamentaux, qui par essence, n'existent pas. Une loi n'est pas un théorème, qui lui se démontre. Les lois de Newton sont sorties du cerveau de Newton et il se trouve qu'il fut le premier à avoir raison sur le fonctionnement mécanique du Monde. Sont-elles justes ces lois? On ne le sait pas, et on ne le saura jamais, mais ce qu'on sait parfaitement, c'est qu'on n'a jamais pu montrer qu'elles étaient fausses! Et pourtant on s'y emploie; le travail du physicien est souvent de chercher à montrer la fausseté d'une théorie. Et comme il n'y arrive presque jamais, son travail aura servi à ajouter des arguments à la solidité de la théorie. Même pour ce qui constitue le comble de l'ésotérisme, c'est-à-dire l'infiniment grand (la cosmologie) et l'infiniment petit (les atomes et les particules) les lois de Newton ne sont pas fausses, elles sont seulement incomplètes et inadaptés, devenant ainsi des cas particuliers de théories plus vastes; pour le reste, elles sont sans faille, donc on les garde.

La première loi

Imaginons une météorite perdue dans l'espace intergalactique. Elle est suffisamment loin de tout pour que rien ne puisse la perturber, ni la freiner, ni l'accélérer, ni encore la faire dévier de sa trajectoire. Si elle ne bouge pas, elle va rester immobile, si elle se déplace, elle va continuer à le faire, tout droit, selon un MRU.

La première loi s'énonce ainsi:

> *Tout corps persiste dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme pour autant qu'il ne subisse pas d'influence extérieure.*

Par influence extérieure. on entend évidemment **force**. Evidemment aussi, MRU signifie $\mathbf{v} = \mathbf{const.}$, c'est-à-dire $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ (vecteurs!). La première loi se traduit alors par:

$$\mathbf{a} = \mathbf{0} \iff \mathbf{F}_R = \mathbf{0}$$

Nombreuses remarques:

* La probabilité qu'une météorite soit immobile est infiniment faible, mais que veut dire immobile?, Relativement à quoi?

* L'implication "<=>" est dans les deux sens, ce dont il faut se souvenir, mais ce que ne montre pas vraiment la phrase énoncée.

* $\mathbf{F}_R = \mathbf{0}$ ne signifie ni qu'il n'y a aucune force, ni que toutes les forces sont nulles,

mais que la **résultante** des forces est nulle. La loi ne s'applique pas qu'à des météorites perdues !

* **v = const.** peut aussi vouloir dire **v = 0**, c'est le cas particulier de l'immobilité, c'est la *statique*, qui fera l'objet d'un traitement particulier.

* Il est donc intéressant d'observer que la 1ère loi ne fait pas la distinction entre repos et MRU. En effet du point de l'accélération, donc des forces, c'est pareil. Etre tranquillement assis dans un avion de ligne à 1000 km/h ou dans les fauteuils de la salle d'attente de l'aéroport, c'est la même chose: on ne sent rien. On ne perçoit, dans son corps, que des *variations* du vecteur vitesse.

* Cette loi avait déjà été formulée avant Newton par Descartes et indépendemment par Galilée, tous deux dans la 1ère moitié du 17ème siècle, mais elle était moins complète à cause de l'absence du caractère vectoriel.

* Cette loi est souvent nommée "principe d'inertie", mais nous sommes d'avis que cette appellation n'est pas très adéquate pour des raisons pédagogiques, le mot "inertie" étant trop lié à celui d'immobilité.

Le clou...

... sur lequel on se croit obliger de taper pour mettre en garde et conseiller le néophyte, avant de passer à la suite:

La physique est difficile, on l'a dit, même s'il n'était pas indispensable de le dire. Si elle était facile, elle ne serait pas intéressante, bien que tout le monde ne partage pas cet avis. Elle est une vision du monde, donc le monde est compliqué, infiniment, et le cerveau humain a des capacités intellectuelles finies, mais sa curiosité est sans limites. Pour acquérir une perception (partielle) du fonctionnement de ce qui nous entoure, l'humain doit mettre en fonction son intelligence, mais celle-ci est avant tout *rigueur* et *discipline*. De ce point de vue, la *dynamique* est une école de rigueur sans pareil. Pour arriver à résoudre un problème il est tout à fait indispensable d'appliquer les lois (de Newton, bien sûr), et de les appliquer dans ce qu'elles disent strictement, sans se poser de mauvaises questions, en se débarrassant de sa physique du bon sens. Dans leur formulation, ces lois sont simples, on a rapidement fait d'apprendre par coeur la "formule", là n'est pas le problème; il est dans l'application rigoureuse desdites formules, ce qui n'est pas forcément très difficile pourvu qu'on veuille bien suivre les étapes d'une démarche qui sera présentée sous peu.

La deuxième loi

Elle est nommée aussi, à raison, LOI FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE, c'est dire son importance; et même parfois simplement "loi de Newton".

Une situation simple pour entrer en matière:

Une voiture qui démarre sur une route horizontale et rectiligne dans deux cas:

a) Le conducteur est seul à bord et il donne pleins gaz. La masse (véhicule + conducteur) est m_1 et l'accélération est a_1.

b) Il y a trois passagers en plus du conducteur, lequel presse encore à fond sur la pédale des gaz. La masse totale est cette fois $m_2 > m_1$ et l'accélération est $a_2 < a_1$. Mesurant ces quatre grandeurs, on constate que $a_2/a_1 = m_1/m_2$, ou, ce qui revient au même: $m_1 a_1 = m_2 a_2$. Ce qui n'a pas changé du premier cas au second est l'action du moteur, la force qui fait avancer la voiture; on écrit alors:

$$m_1 a_1 = m_2 a_2 = F.$$

C'est la façon la plus simple de relier force, masse et accélération et c'est la bonne. Avant de poursuivre, car on n'a pas tout à fait tout dit, on définit *l'unité* de force: $[m]$ = kg, $[a]$ = m/s², donc de la relation ci-dessus: [F] = kg.m/s² = N, c'est le "newton" dans le système international MKSA.

Remarques:

Quelques hypothèses tacites ont été faites dans l'expérience ci-dessus: par exemple, on n'a pas tenu compte que les forces de frottement, sur l'asphalte et dans l'air, peuvent être différentes dans les deux cas. Car ce que donne le produit de la masse par l'accélération est la force résultante et dans cette hypothèse, il n'y a que la force du moteur, ce qui n'est pas trop restrictif pour le seul démarrage et les quelques mètres qui suivent.

D'autre part, comme il n'est pas indispensable que le mouvement soit vraiment uniformément accéléré, on aura mesuré une accélération *moyenne*.

Dans cet exemple, le vecteur force résultante est dans le même sens que le vecteur accélération, comme dans tous les exemples possible et imaginables. C'est cela la deuxième loi de Newton:

$$\mathbf{F}_R = \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Encore des remarques:

* On n'a pas démontré cette loi et on ne le fera pas pour les raisons déjà mentionnées.

* La masse étant un nombre toujours positif, il est alors évident que **l'effet**, l'accélération, est un vecteur parallèle et de même sens que **la cause**, la force résultante.

* La deuxième loi de Newton est une *relation de cause à effet* qu'il serait parfois plus convenable d'écrire (mais il y a la force de la tradition): $\mathbf{a} = \mathbf{F}_R / m$.

* *Exception* faite du cas très particulier d'un mouvement rectiligne avec augmentation de la vitesse,

la force (résultante) n'est *jamais* parallèle à la vitesse mais *toujours* parallèle, et de même sens que le vecteur variation de vitesse $\Delta\mathbf{v}$.

C'est ce paradoxe qui fait de la dynamique une science difficile.

* Une bonne habitude à prendre en physique: si on admet une loi, (on n'a pas le choix!), on doit aussi admettre les résultats auxquels elle permet de parvenir, aussi en désaccord avec le sens commun soient-ils. La condition est évidemment de ne pas avoir fait de faute de calcul en chemin.

Exemple de calcul

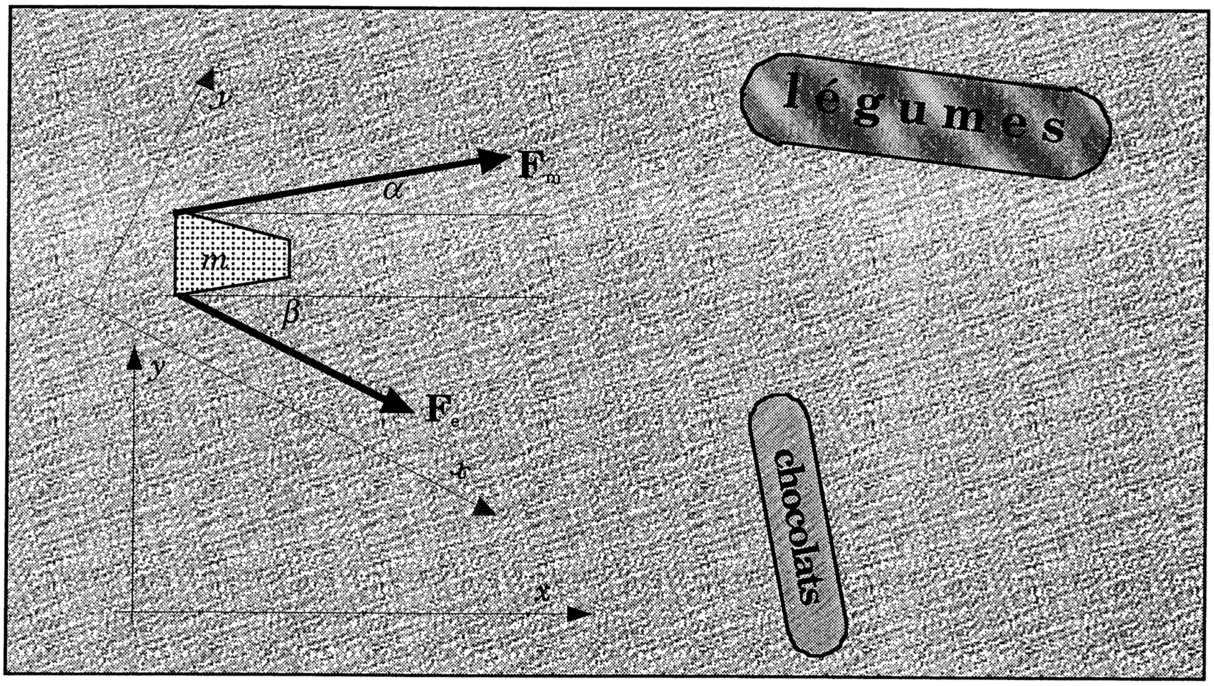
Le but de cet exemple est de faire voir le mieux possible la marche à suivre pour la résolution d'un problème de dynamique. Un conseil: chacun fait comme il veut, mais il y a une infinité de façon de se tromper, et une excellente manière de trouver un résultat faux, si jamais on en obtient un, est de ne pas suivre une démarche rigoureuse. Les étapes de la démarche seront énumérées et illustrées ici: on recommande vivement d'apprendre la succession des diverses opérations, ce sera applicable à la plupart des problèmes de dynamique.

Reprenons l'aventure palpitante du mouvement du caddy au supermarché, drame dans lequel le désaccord mère-enfant génère un suspense insupportable. L'issue restera à jamais inconnue car, dans cette péripétie, ou ne pourra connaître que l'accélération du caddy.

Soit m la masse de l'objet subissant les forces, c'est le caddy; soient respectivement $\mathbf{F}_m$ et $\mathbf{F}_e$ les vecteurs force de la part de la mère et de la part de l'enfant. Le poids du caddy, autre force, dite de pesanteur, est en permanence compensé par la force de soutien de la part du dallage du supermarché; on ne s'occupera donc pas de ces deux dernières forces, ce qui permet d'assister au spectacle depuis le plafond; autrement dit, un système d'axes Oxy (orthogonaux, on ne fera jamais autrement) horizontaux suffira à décrire l'événement.

1°) Repérer et désigner l'objet subissant les forces et ayant l'accélération **a**, c'est la masse m. Cela paraît souvent évident, mais seulement souvent. Dans notre cas c'est le caddy.

2°) Faire un dessin schématique de la situation. Il n'est pas du tout nécessaire que le dessin soit artistique ni même réaliste; il doit par contre être clair, utilisable et pas trop petit, il doit être une aide pour la compréhension et la résolution du problème:



3°) Sur ce dessin, représenter *toutes* les forces agissant sur m et seulement celles-ci. C'est aussi une difficulté (et c'en est une autre de ne pas s'en rendre compte): ce sont les forces sur m qui interviennent et non pas les forces avec lesquelles m agit (ou réagit). Il est fondamental de pouvoir *nommer* les acteurs de chacune des forces qu'on suppose intervenir. On se souviendra que les forces sont des actions de contact sur m, le poids faisant ici exception. Si pour une certaine force on ne peut pas dire ce *qui* la crée, c'est que cette force n'existe tout simplement pas. Il est parfois nécessaire de faire une construction géométrique, telle une addition graphique des vecteurs force, il est alors sûr que le résultat ne sera pas atteint si on ne s'est pas donné la peine de dessiner les diverses forces avec des proportions relatives vraisemblables et des angles mutuels pas trop faux.

4°) Ecrire l'équation de Newton **vectoriellement** et explicitement, dans l'idée d'avoir sous les yeux l'ensemble, l'inventaire de toutes les forces:

$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots + \mathbf{F}_n = m\mathbf{a}$, ce qui donne ici simplement: $\mathbf{F}_m + \mathbf{F}_e = m\mathbf{a}$. On déconseille vivement de sauter cette étape.

5°) Se choisir un système d'axes. Le phénomène dynamique (l'enfant aura-t-il un chocolat ou une gifle?) se produit indépendamment du choix des axes. C'est donc au gré de chacun, mais il y a des façons moins idiotes que d'autres. Ainsi, dans notre problème, il est plus intelligent de mettre l'axe x le long de l'une des forces; on se simplifie les choses en n'ayant qu'un angle.

6°) Ecrire l'équation de Newton en composantes. Puisqu'il s'agit d'une équation et qu'elle est vectorielle, cela veut dire que les composantes de même rang de chaque côté du signe "=" sont égales; on a donc:
$\sum F_x = ma_x$ et $\sum F_y = ma_y$; il y aurait encore, si nécessaire: $\sum F_z = ma_z$. On aura ainsi deux équations scalaires, une par composante.

On doit rappeler :
a) que les composantes d'un vecteur sont les projections de ce vecteur sur chacun des axes
b) que si c'est un nonsens de parler du signe d'un vecteur, c'est par contre essentiel pour ses composantes
c) qu'il est recommandé d'avoir quelques notions de trigonométrie élémentaire, en particulier en rapport avec les triangles rectangles.

Ecrivons cela pour notre exemple, tout d'abord avec un système tel que l'axe x soit le long du bord du dessin:
(x): $F_m \cos\alpha + F_e \cos\beta = ma_x$
(y): $F_m \sin\alpha - F_e \sin\beta = ma_y$

ensuite avec le système où l'axe x est selon la force due à l'enfant:
(x): $F_m \cos\gamma + F_e = ma_x$
(y): $F_m \sin\gamma + 0 = ma_y$ on aura posé $(\alpha+\beta) = \gamma$

7°) Dernière étape: résoudre le problème! Au sens algébrique s'entend, car le problème physique est ici souvent terminé. Il faut faire le compte des inconnues et souhaiter que ce nombre est inférieur ou égal au nombre d'équations indépendantes. Il se peut qu'un brin de cinématique soit nécessaire pour compléter le nombre d'équations.

Dans notre problème, si les caractéristiques des forces sont données, de même que la masse du caddy, alors son accélération est calculable. Notons deux choses à propos de la *trajectoire* du caddy:
a) comme on doit maintenant le savoir, le fait de connaître l'accélération d'un mobile ne donne de loin pas toute l'information sur sa trajectoire, la balistique en est un exemple concret;
b) on sait bien qu'un caddy peut aussi pivoter selon la position du point d'application de la force. Cet aspect a été négligé ici et le sera dans tout le chapitre.
Cela suggère une mise au point:
Ce cours traite de la *dynamique du point matériel*, un chapitre spécial sera consacré ultérieurement à la *dynamique du solide rigide*. Un *point matériel* est un objet de masse m dont on peut négliger les mouvements de rotation; cela revient à dire que toutes les forces lui sont appliquées en un même point, ne provoquant ainsi aucun moment de force. Un point matériel est généralement très petit, on l'appelle aussi *masse ponctuelle*, mais cette restriction n'est pas nécessaire si son mouvement n'est qu'un translation (rectiligne).

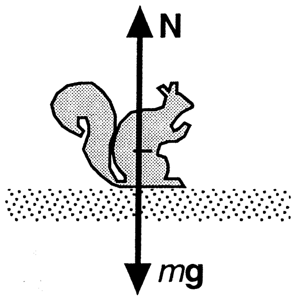
Applications

A) Le poids, ou: force de pesanteur

Tout corps de masse m en chute libre au voisinage d'un astre a une accélération $\mathbf{g}$, dite de pesanteur. Par la deuxième loi de Newton, il lui est associé une force responsable, c'est le **poids P** de m: $\mathbf{P} = m\mathbf{g}$. Le poids est donc un vecteur vertical dirigé, à très peu de chose près pour la Terre, vers le centre de l'astre.

Ainsi, une masse m à la surface ou tout près de la Terre, de 10 kg par exemple, a un poids d'environ 100 N. Il est recommandé de nommer *force de pesanteur* cette force, de façon à ce que le langage courant puisse sans dégâts continuer de faire la confusion courante entre poids et masse.

Mais cette force, banale quoique très étrange, agit aussi si la masse n'est pas en chute libre, elle agit même en toutes circonstances. Or, si la masse tombe en chute pas libre, tel un parachutiste, ou si c'est un caillou qui coule dans l'eau, ou si c'est un poisson qui nage entre deux eaux ou encore un objet posé comme une sentinelle devant sa guérite ou un pingouin sur sa banquise, le poids n'a pas changé; il y a donc d'autres forces en cause, capables, conjointement avec le poids, de maintenir l'objet par exemple immobile.



La masse est immobile, son accélération est donc nulle et il en est de même de la résultante des forces:

Cette résultante est faite de deux forces : le poids $m\mathbf{g}$ de l'animal et la force de soutien $\mathbf{N}$ de la part du gazon.

$$m\mathbf{g} + \mathbf{N} = \mathbf{0} \Rightarrow m\mathbf{g} = -\mathbf{N} \Rightarrow N = mg$$

La force de soutien $\mathbf{N}$ a donc toujours la même intensité que le poids pour une masse m posée sur une surface horizontale.

On se trompe donc si on pense que la force de soutien doit être supérieure au poids pour empêcher la masse de s'enfoncer, elle est exactement égale en grandeur.

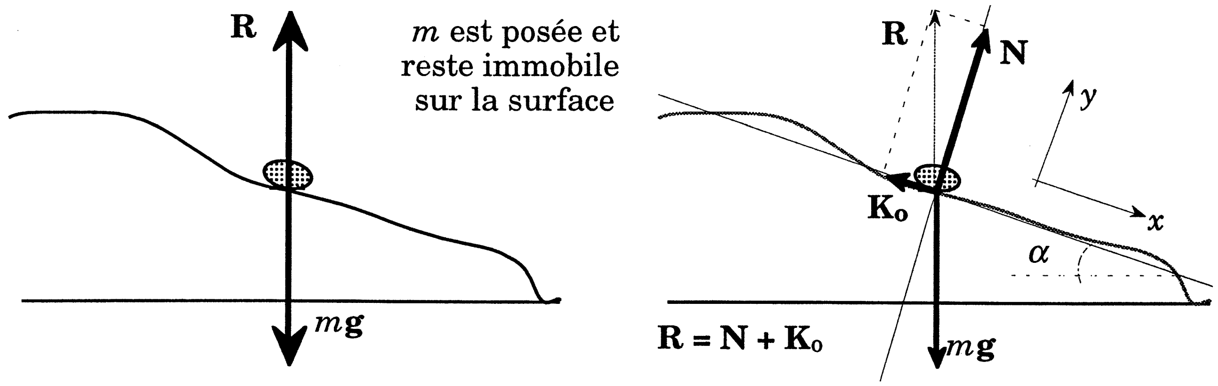
Voyons d'un peu plus près cette

Force de soutien N :

Considérons une masse m posée immobile sur une surface pas nécessairement horizontale ni plane. Si elle ne bouge pas, c'est grâce à la présence d'une *force d'adhérence* qui l'empêche de glisser le long de la pente. Une telle force d'adhérence, notée $\mathbf{K}_0$, est souvent nommée "force de frottement statique"; on préfère réserver le terme de *frottement* lorsqu'il y a vraiment mouvement relatif des deux surfaces en contact, ce qui n'est pas le cas ici.

La masse m est immobile, c'est donc qu'au moins une force s'oppose exactement au poids. Comme il n'y a que la surface qui soit en contact avec m, ce ne peut être qu'elle qui "réagit" au poids avec une force qu'on nomme provisoirement "force de réaction" de la part de la surface et qu'on note $\mathbf{R}$; elle doit être de sens opposé au poids et avoir la même intensité puisque $\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$. Voir la figure ci-après.

Tout vecteur, on le sait, peut se concevoir comme la résultante d'autres vecteurs, selon les besoins ou selon l'humeur. Mais si on regarde d'un peu plus près comment agit la surface sur m, on se rend compte qu'on peut décomposer cette force $\mathbf{R}$ en deux actions distinctes (figure): d'une part il y a la solidité, la rigidité de la surface, la cohésion des atomes ou molécules qui en constituent la matière: les molécules, pressées par m ne s'écartent pas pour la laisser passer à travers et ainsi tomber plus bas. Cette rigidité se manifeste par ce qu'on nomme la *force de soutien* **N**, on la note par ce symbole parce qu'elle est considérée comme *normale* (perpendiculaire) à la surface. Il y a d'autre part l'état de surface, rugueux ou lisse, qui empêche plus ou moins la masse de glisser; l'action de la surface sur m est cette fois naturellement tangentielle puisqu'elle empêche l'apparition d'un vecteur vitesse. Cette action est alors la force d'adhérence $\mathbf{K}_0$. Si m glisse réellement sur la surface, cette force d'adhérence devient une véritable force de frottement, notée **K**, aussi tangente et de sens toujours opposé au déplacement, donc au vecteur **v**. On reviendra sur ce sujet dans un chapitre spécial "forces de frottement".



Si α désigne l'angle que fait la tangente à la surface à la zone de contact avec m, on peut calculer **N** et $\mathbf{K}_0$. On applique consciencieusement la démarche. Les étapes 1°), 2°) et 3°) sont faites, passons à 4°): l'équation de Newton vectorielle en faisant apparaître toutes les forces agissant sur la masse:

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} = \mathbf{0}, \text{ ce qui donne ici : } m\mathbf{g} + \mathbf{N} + \mathbf{K}_0 = \mathbf{0}.$$

5°) Choix d'un système d'axes: la figure montre qu'on a décidé que deux des trois forces seraient parallèles à un axe.

6°) L'équation vectorielle ci-dessus en composantes. On projette donc chaque force sur chaque axe:

$$(x): \quad mg \sin\alpha + 0 - K_0 = 0$$
$$(y): \quad -mg \cos\alpha + N + 0 = 0$$

7°) Résolution algébrique:

$$K_0 = mg \sin\alpha$$
$$N = mg \cos\alpha$$

Notons que ce résultat est valable dans toute situation de masse m immobile sur une surface, la condition est qu'il n'y ait pas d'autres forces. Si m est en mouvement à $v = const.$, alors $\mathbf{K}_0$ devient **K**, l'adhérence se transforme en frottement.

Notations:

Lorsqu'on écrit les composantes de l'éq. de Newton comme par exemple ci-dessus $K_0 = mg \sin\alpha$ et $N = mg \cos\alpha$, alors mg, N ou K_0 sont les *normes* de leurs vecteurs respectifs, et ces termes sont par conséquent toujours positifs. Les composantes de vecteurs ont par contre un signe qui est conditionné par la position du vecteur relativement aux axes. Ainsi, la composante y du vecteur $m\mathbf{g}$ est négative dans l'exemple ci-dessus, elle s'écrit donc $-\,mg \cos\alpha$; l'angle α étant inférieur à $\pi/2$, son cosinus est positif aussi.

Exemple de calcul

Soit une voiture de masse m = 800 kg qui monte à 36 km/h une rue dont la pente est de 9 %. En haut de cette rue se trouve un feu rouge et le conducteur commence à freiner à une distance d de 25 m avant le feu. Les forces de frottement valent 5 % du poids de la voiture.

Quelle sera la force (moyenne) de freinage nécesaire pour que la voiture s'arrête au feu ?

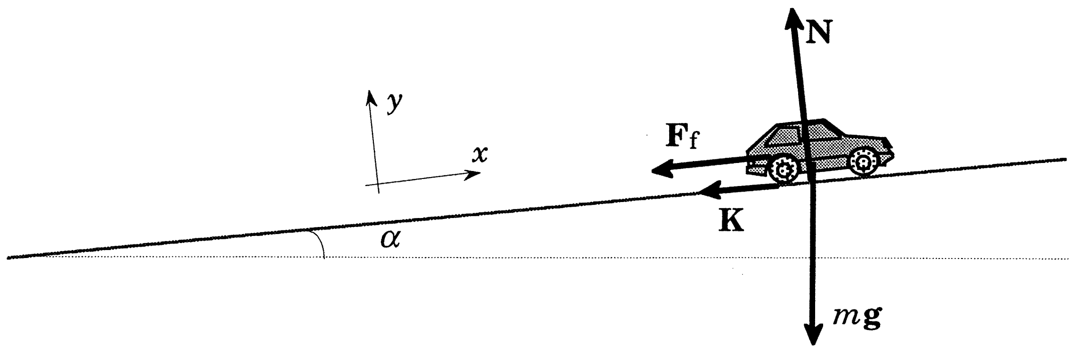
Solution:

Voyons d'abord ce que vaut cette pente: elle est de 9 % = 0,09, c'est la tangente de l'angle α qu'elle forme avec l'horizontale; on trouve que α = 5,14°. Son sinus vaut aussi 0.09. On doit savoir (au moins dorénavant) qu'on peut confondre sin et tan pour des petits angles.

Suivons la démarche:

1°) La masse m objet du problème et subissant les forces est bien sûr la voiture.

2°), 3°) Dessin de la situation avec toutes les forces agissant sur m:



On a désigné par $\mathbf{F}_f$ la force de freinage et par $\mathbf{K}$ la force de frottement.

4°) $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$, c-à-d : $m\mathbf{g} + \mathbf{N} + \mathbf{F}_f + \mathbf{K} = m\mathbf{a}$ (et la force motrice?)

5°) Choix du système d'axes: on propose que l'axe x soit selon le sens du vecteur vitesse (lequel n'est pas représenté, ce n'est pas une force, de même pour le vecteur accélération). Dessiner en couleurs différentes les vecteurs **a** et **v** sur la figure.

6°) $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ en composantes:

$$(x) : \; -mg\sin\alpha + 0 - F_f - K = ma_x = ma$$
$$(y) : \; -mg\cos\alpha + N + 0 + 0 = ma_y = 0$$

7°) La seule vraie inconnue du problème est F_f qui ne se trouve que dans la 1ère équation; la 2ème est ici inutile. Il faut donc résoudre pour F_f. Auparavant, on aura calculé que $K = 0{,}05\, mg$.

$$F_f = -ma - mg(\sin\alpha + 0{,}05)$$

Il faut encore calculer l'accélération a, donc un brin de cinématique est requis: on doit calculer une accélération moyenne, on postule par conséquent un MRUA: on pose que $t = 0$ est lorsque le conducteur commence à freiner, il se trouve alors à $x_0 = -25$ m de l'origine $x = 0$ (le feu rouge) avec la vitesse $v_0 = 10$ m/s.

$v = at + v_0$; $v = 0$ en $t = t^*$ => $0 = at^* + v_0$ => $t^* = - v_0/a$ qu'on introduit dans:

$x = 1/2\ at^2 + v_0 t + x_0$ avec $x = 0$ et $x_0 = - d = - 25$ m en $t = t^*$; cela donne:

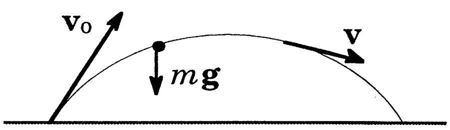
$a = - v_0^2/2d = - 2\ \mathrm{m/s^2}$. On remplace cette valeur dans l'expression ci-dessus pour la force de freinage et on obtient: $F_f \approx 500$ N.

B) Mouvements non rectilignes

Pour les mouvements rectilignes, la force résultante est parallèle et de même sens que l'accélération et donc parallèle à la vitesse, de même sens ou non. Ce n'est plus le cas si la trajectoire est courbe: la force résultante est toujours parallèle et de même sens que l'accélération mais n'est plus jamais parallèle à la vitesse!

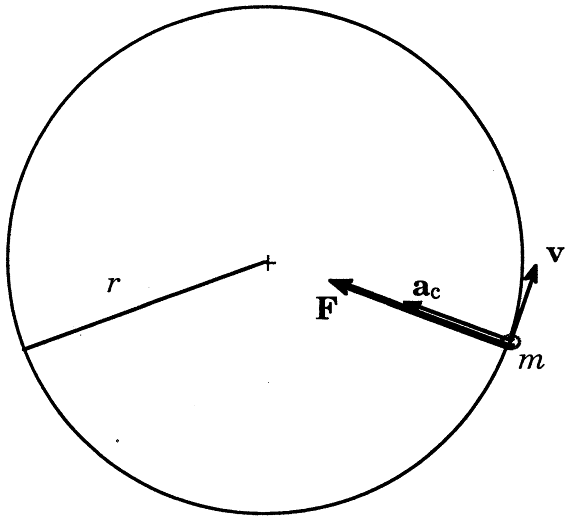
Exemples:

a) Trajectoire balistique



L'accélération de m est $\mathbf{g}$ et la seule force sur m est son poids $m\mathbf{g}$ si les frottements aérodynamiques peuvent être négligés. Il y a en effet aucune force sur le projectile dès qu'il a quitté le propulseur (main, fronde, canon, ...)

b) MCU



L'accélération étant centripète dans un MCU, il est est de même de la force résultante, en vertu de la 2ème loi de Newton.

Il n'y a en vérité pas de force centripète - et encore moins de centrifuge, voir plus bas -, il n'y a que la force résultante qui est de nature centripète parce qu'elle est le produit de la masse par l'accélération centripète.

Dans l'inventaire des forces, il ne faut *pas ajouter* une force centripète pour un MCU. Un exemple devrait éclairer:

Une voiture prend un virage à 60 km/h. Qu'est-ce qui agit sur la voiture pour lui permettre de changer son vecteur vitesse? Du point de vue force de contact, ce n'est pas le conducteur, ce n'est pas le moteur non plus, c'est un acteur *extérieur* à la voiture qui ne peut être que **la route**. Cela étant admis (pas le choix), comment alors agit la route sur la voiture dans son virage? Elle est orientée vers l'intérieur du virage, pour faire tourner le véhicule, c'est la force d'adhérence $\mathbf{K}_0$ de la part du bitume sur les pneus. Imaginons que la route soit verglacée: pas d'adhérence, donc pas de force pouvant faire virer le véhicule, il va tout droit, selon un MRU qui ne nécessite aucune force (mais peut-être une dépanneuse).

Autre exemple:

Toujours dans une voiture qui prend un virage à gauche, le passager, à droite du conducteur, réfléchit aux forces qui agissent sur lui. Il se sent poussé vers l'extérieur, vers la droite, MAIS il reste dans la voiture et tourne à gauche avec elle! Quelle force agit sur lui, et de la part de quoi? C'est la portière droite (bien fermée) de la voiture qui agit sur son épaule droite et le *pousse* vers l'intérieur du virage. La force due à la portière est une force qui devient alors centripète sur le passager.

On remarquera que le langage courant - et certaines vulgarisations scientifiques - parle volontiers de "force centrifuge", qui serait dans la même direction que l'accélération centripète mais de sens opposé, dirigée donc vers l'extérieur du cercle, "fuyant le centre". Appliquant la loi de Newton à une telle force, on devrait admettre que la masse est ainsi négative! On voit ou entend parfois aussi que la force centrifuge compense juste la force centripète, ce qui impliquerait, appliquant la loi de Newton à une telle situation que la résultante des forces serait nulle et que le mouvement serait un MRU. Un mince vernis de connaissances scientifiques, combiné avec le sens commun dont personne n'est dépourvu, est une bonne assurance pour se fourvoyer.

Réhabilitons pourtant un peu cette force centrifuge: elle est ce qu'on appelle une pseudo-force. Pseudo parce qu'elle n'a pas d'acteur, rien de matériel ne la produit, et que pour la faire intervenir valablement, il faut changer de référentiel. Cette vision dépasse notre programme. Dans toute la mécanique de ce cours on se place en tant qu'observateur fixe du mouvement, en plaçant un référentiel quelque part, d'où on voit le mobile faire des cercles. Les pseudo-forces, dites aussi forces d'inertie apparaissent si le référentiel est lié au mobile: le passager de la voiture se sent poussé vers l'extérieur et pourrait invoquer une force centrifuge, mais vu que son référentiel se déplace avec lui, lui est toujours à l'origine et il n'a pas de trajectoire! En résumé, LA FORCE CENTRIFUGE N'EXISTE PAS.

Dernier exemple: un caillou est attaché au bout d'une ficelle et on le fait tourner au dessus de sa tête en tenant l'autre bout de la ficelle. La main sent effectivement une force centrifuge, mais ce n'est pas le mouvement de la main qu'on examine, c'est celui du caillou! Pour tourner en rond il a besoin d'une force qui le tire vers l'intérieur du cercle: cette force est due à la ficelle, seule chose en contact avec le caillou, ficelle par ailleurs sur laquelle la main agit.

Statique du point matériel

La statique est un cas particulier de la dynamique puisque $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ et à fortiori $\mathbf{a} = \mathbf{0}$. La deuxième loi de Newton dit alors que $\sum\mathbf{F} = \mathbf{0}$. Notons que c'est une condition nécessaire à l'immobilité, à l'équilibre statique, mais cette condition n'est pas suffisante puisque $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ n'implique que $\mathbf{v} = \mathbf{const}$. mais pas nécessairement nulle.

Quelques exemples

a) Ressorts

On montre facilement expérimentalement que la variation de longueur d'un ressort dépend linéairement de la force qui le sollicite, pour autant que la limite d'élasticité ne soit pas atteinte. La force F qui déforme le ressort est alors proportionnelle à sa déformation d, ce qui s'écrit simplement $F = kd$, où k est la constante de proportionnalité qui contient toutes les caractéristiques mécaniques du ressort. On la nomme "constante du ressort" ou "raideur". Ces caractéristiques sont nombreuses; on citera la nature de la matière, souvent du métal, le diamètre et le nombre de spires si c'est un ressort hélicoïdal (à boudin) comme sur la figure ci-après, le diamètre du fil dont il est fait, etc.

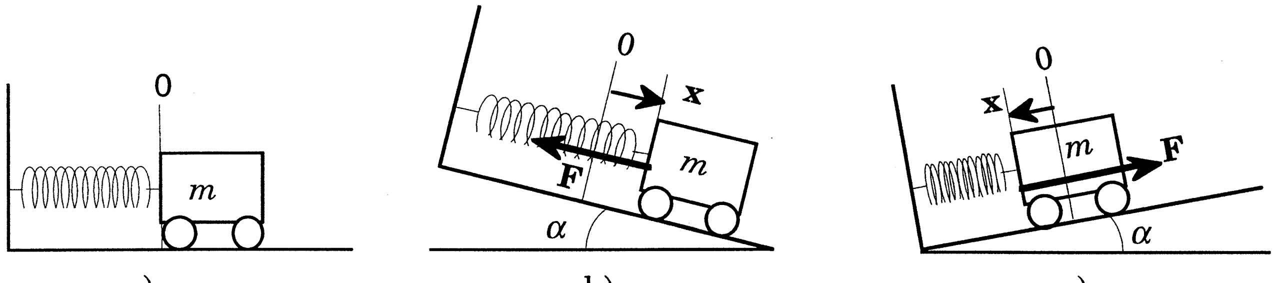
Examinons une masse immobile m accrochée à un ressort et *la force due au ressort sur cette masse* - et non pas l'inverse, s'il vous plait! Le ressort est fixé et la masse peut glisser sans frottement ou adhérence sur un plan inclinable à volonté.

Considérons trois situations:

a) le ressort et m sont au repos, le ressort n'agit pas sur m.

b) le ressort est allongé car la masse le tire vers le bas, mais *le ressort tire la masse vers le haut*. On désigne la position de m par un vecteur $\mathbf{x}$ partant d'une origine coïncidant avec la position de repos; la force $\mathbf{F}$ sur m est alors de sens opposé à $\mathbf{x}$.

c) le ressort est comprimé par m et le ressort exerce une force qui repousse m. Ce vecteur force $\mathbf{F}$ est cette fois *aussi* de sens opposé au vecteur position $\mathbf{x}$ de m.



a) b) c)

Conclusion:

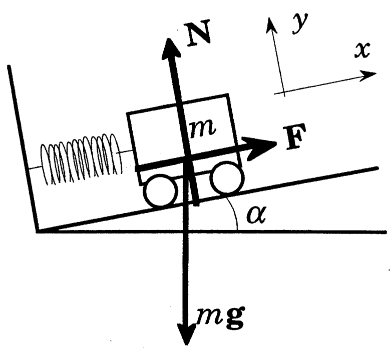
Dans tous les cas, la force du ressort sur m est de sens opposé à la position de m, ce qui se résume en:

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{x}.$$

On retrouve l'expression $F = kd$ en prenant la norme des vecteurs de chaque côté de l'égalité, notant alors que d devient la norme de $\mathbf{x}$.

Remarquons encore que l'expression vectorielle ci-dessus a été établie dans une situation statique, mais on affirme qu'elle reste valable en dynamique, lorsque m oscille au bout de son ressort (chapitre ultérieur: *Oscillations*).

Poursuivons en posant la question: étant donnés m et k, de quel angle faut-il incliner le plan pour que la compression du ressort soit de d ? Numériquement: $m = 1$ kg, $k = 50$ N/m et $d = 10$ cm. Pour la réponse, examinons la situation c) ci-dessus avec toutes les forces sur m:



Immobilité => $\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$ => $m\mathbf{g} + \mathbf{N} + \mathbf{F} = \mathbf{0}$

selon les axes:

$$(x): \; -mg \sin\alpha + F = 0$$

$$(y): \; -mg \cos\alpha + N = 0 \quad \text{(inutile ici)}$$

de (x) on extrait: $\sin\alpha = F/mg = kd/mg$

Avec les données numériques: $\sin\alpha = 0.51$ => $\alpha \approx 30°$.

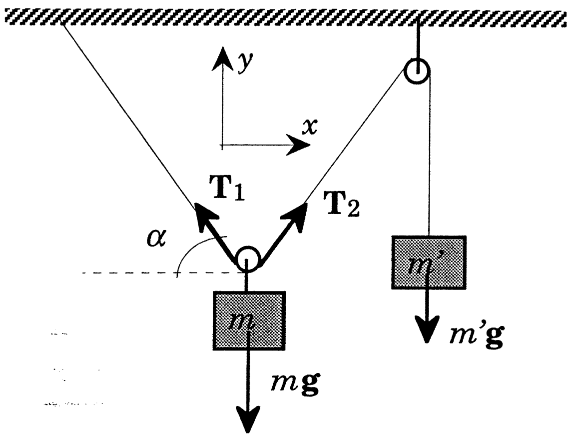
b) Poulies, fils

Le rôle d'un fil est de prolonger le support de la force alors que celui d'une poulie est d'en changer la direction sans en modifier l'intensité.

Le systèmes de masses et de poulies ci-dessous est en équilibre. On va calculer:

a) la relation entre l'angle α à l'équilibre et les valeurs m et m' des masses;

b) une condition sur les deux masses pour que l'équilibre puisse avoir lieu.



a) Immobilité de m (et donc aussi de m'):

$$\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{0} \Rightarrow m\mathbf{g} + \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 = \mathbf{0}$$

selon les axes:

$$(x): -T_1 \cos\alpha + T_2 \cos\alpha = 0$$

d'où il est évident que $T_1 = T_2$. D'autre part, par l'équilibre de m': $T_2 = m'g$.

$$(y): -mg + T_1 \sin\alpha + T_2 \sin\alpha = 0$$

devient: $-mg + 2m'g \sin\alpha = 0$

$\Rightarrow \quad \sin\alpha = m/2m'$

b) La condition est naturellement que:

$m \leq 2m'$ puisque $\sin\alpha = \leq 1$

La troisième loi

Elle porte souvent le nom de loi d'action et de réaction, bien que cette appellation ne soit pas très heureuse.

Elle peut se révéler très utile pour appliquer correctement la deuxième loi.

L'unique acteur dont le comportement est décrit par la deuxième loi est un objet matériel: la masse m subissant la résultante des forces. Mais en mécanique, chacune de ces forces est immanquablement produite par un autre objet matériel solide, liquide ou gazeux. Exemples:

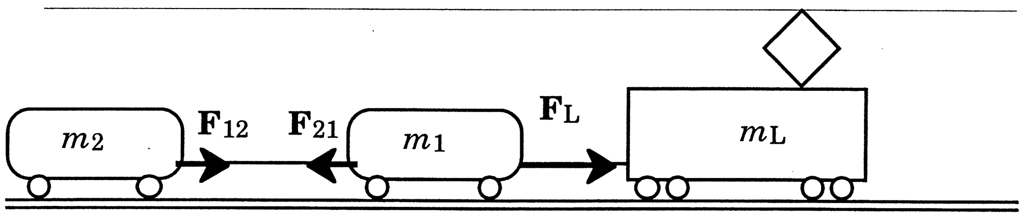
solide: un camion tire une remorque, la Terre attire la Lune;
liquide: freinage d'un bateau par l'eau, chute d'eau faisant tourner une turbine;
gaz: frottement aérodynamique, poussée d'Archimède sur un ballon.

L'élément matériel produisant la force possède évidemment aussi une masse, bien que dans le cas des fluides elle soit plus difficile à définir que pour des solides.

L'exemple n'est pas le meilleur moyen pour faire comprendre, c'est le seul.

Exemples:

a) Sur une voie rectiligne une locomotive tire deux wagons. Le train a une accélération **a**. Sur la figure, on a allongé le crochet d'attelage pour faciliter le dessin, mais on sait (§ précéd.) que cela ne change rien aux forces. De plus, on négligera les frottements.



Soit $\mathbf{F}_L$ la force exercée par la locomotive sur le premier wagon, $\mathbf{F}_{12}$ la force exercée par le premier wagon sur le deuxième et $\mathbf{F}_{21}$ celle due au deuxième sur le premier. La loi fondamentale de la dynamique s'écrit:

1°) pour le 1er wagon: $\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_{21} = m_1\mathbf{a}$

2°) pour le 2ème wagon: $\mathbf{F}_{12} = m_2\mathbf{a}$

la liaison entre les trois véhicules n'étant pas vraiment élastique, ils ont tous trois la même accélération. Additionnons ces deux équations:

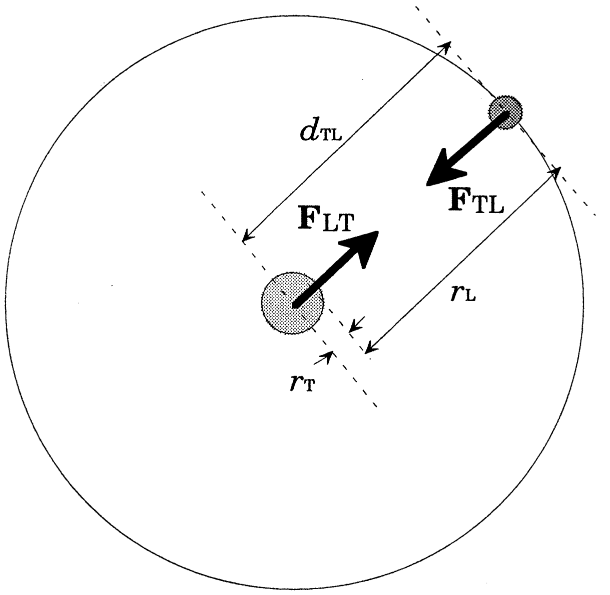
$$\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{12} = (m_1 + m_2)\mathbf{a} \qquad (*)$$

Si d'autre part on considère les deux wagons ensemble, ils ont une masse totale de $m_1 + m_2$ et sont tirés par la locomotive par une force $\mathbf{F}_L$, cela se traduit par:

$$\mathbf{F}_L = (m_1 + m_2)\mathbf{a}$$

comparant cela à (*), on conclut que $\mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{12} = \mathbf{0}$ <=> $\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$ => $F_{21} = F_{12}$

c-à-d que les deux wagons, de masses à priori différentes, exercent des forces mutuelles égales en grandeur mais opposées en sens.



b) La Lune tourne selon une orbite (presque) circulaire autour de la Terre. Oublions que le système Terre-Lune tourne à son tour en orbite (presque) circulaire autour du Soleil. La force d'attraction de gravitation de la part de la Terre agit de façon centripète sur la Lune, c'est $\mathbf{F}_{TL}$. Pour que $\sum\mathbf{F} = \mathbf{0}$ sur le système Terre-Lune il faut et il suffit qu'il y ait une force égale et opposée à $\mathbf{F}_{TL}$ qui s'exerce sur la Terre de la part de la Lune, c'est $\mathbf{F}_{LT} = -\mathbf{F}_{TL}$.

La masse de la Lune est environ 50 fois plus faible que celle de la Terre mais la force qu'elle exerce sur elle a la même intensité que celle qu'elle subit. Par contre, si les forces sont les mêmes, les accélérations correspondantes sont très différentes. La Lune a une accélération $a_L = F/m_L$ et la Terre une accélération $a_T = F/m_T$ où on note F la grandeur de la force, peu importe laquelle des deux. Ces accélérations sont naturellement centripètes, de la forme v^2/r ou $\omega^2 r$ ou encore, puisque $\omega = 2\pi/T$: $a = 4\pi^2 r/T^2$. Autrement dit, la Lune tourne autour de la Terre, c'est bien connu, mais la Terre tourne autour de la Lune avec la même période T, et ce n'est pas une question de point de vue. En fait les deux astres tournent autour d'un point se trouvant sur le segment qui joint leurs deux centres. Ce point particulier est le *centre de masse* du système Terre-Lune et on s'attend à ce qu'il soit plus proche de la Terre que de la Lune. En effet, il est à quelques 4000 km du centre de la Terre, donc encore à l'intérieur. C'est facile à calculer, les forces et les vitesses angulaires sont les mêmes:

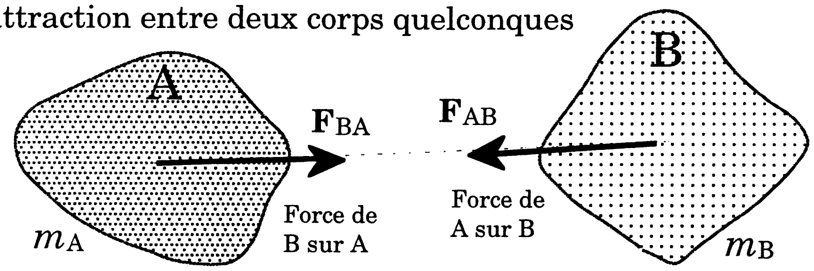
$F_{TL} = F_{LT}$ => $m_L a_L = m_T a_T$ <=> $m_L \omega^2 r_L = m_T \omega^2 r_T$ => $m_L r_L = m_T r_T$ où $r_L + r_T = d_{TL}$ la distance Terre-Lune, de centre à centre.

Cela dit, il n'est pas surprenant que les forces sur chaque astre aient la même valeur, imaginons qu'elles soient différentes et considérons leur résultante: elle n'est alors pas nulle et la conséquence absurde serait une accélération de tout le système due à une force *interne* au système!

Ces deux exemples illustrent la *troisième loi de Newton* qui dit que:

Si un corps exerce une force* F *sur un autre, alors celui-ci réagit sur le premier avec une force* –F*, égale en grandeur mais de sens opposé à* F*; les deux forces ont la même droite-support.

Par exemple:
attraction entre deux corps quelconques



$\mathbf{F}_{BA} = -\,\mathbf{F}_{AB}$

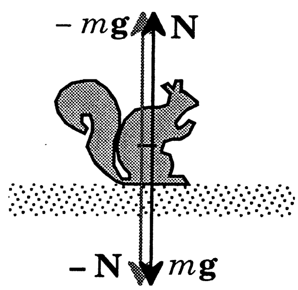
pour toute situation en mécanique

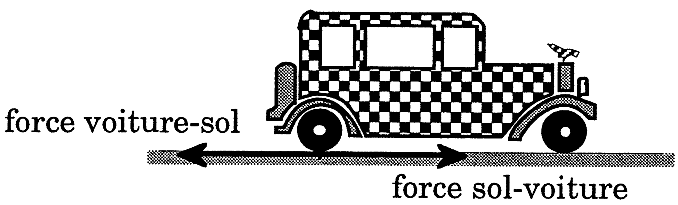
On l'a vu par les deux exemples cités que cette loi semble découler d'une utilisation correcte de la deuxième loi en examinant les forces sur deux ou plusieurs acteurs du drame. En réalité, il n'y a vraiment que cette deuxième loi, le reste ne serait que déduction; ainsi la première loi se déduit aussi de la deuxième en y posant $\mathbf{a} = 0$.

On a dit plus haut que la dénomination courante de "loi d'action et de réaction" pour la troisième loi n'est pas très heureuse; on s'explique: il n'y a pas en mécanique un corps qui exerce une "action" sur un autre et provoque alors une "réaction" de l'autre, il y a *actions réciproques*, sans que l'un ait une avance ou un avantage sur l'autre.

On pense qu'il n'est pas inutile d'insister encore sur l'importance de cette fameuse deuxième loi de Newton, nommée à bon escient cette fois: *loi fondamentale de la dynamique*: $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

Encore deux exemples:





A gauche, un écureuil méditant. Appliquant la deuxième loi à sa masse $m_é$, on justifie son immobilité par $m_é\mathbf{g} + \mathbf{N} = \mathbf{0}$. Ne sont évidemment concernées que les forces sur l'animal, lesquelles forces sont dues au gazon, c'est la force de soutien, et plus généralement à la planète sur laquelle il réside, c'est la force de pesanteur. Mais on peut aussi regarder la planète comme posée sous l'écureuil et considérer les forces agissant sur elle de la part de la bête! A la force de soutien $\mathbf{N}$ est opposée la force $-\mathbf{N}$, la Terre ne tombe pas sur l'écureuil qui la retient. Au poids $m_é\mathbf{g}$ de l'écureuil, attraction due à la Terre est opposé $-\,m_é\mathbf{g}$, attraction qu'exerce l'animal sur notre planète. Cette force n'a pas beaucoup d'effet sur la Terre, avouons-le, mais pourtant elle existe bel et bien.

A droite, une voiture qui démarre, banal. Question simple: qu'est-ce qui fait avancer la voiture? Réponses simples: le conducteur, le moteur, l'essence, les roues … , réponses insuffisantes mais en accord avec la question. Du point de vue de la dynamique, la question doit être: *à quoi est due la force qui fait avancer la voiture*? La réponse est: c'est quelque chose de matériel qui n'est pas partie intégrante de la voiture mais qui est en contact direct avec elle. *Ce ne peut être que la route*. Le moteur agit sur les roues motrices et celles-ci agissent sur l'asphalte en la poussant en arrière. La route subit donc une force, sans grands effets il est vrai, et la troisième loi la contraint à agir à son tour - d'aucuns diraient "réagir" - sur les roues avec une force égale et opposée; c'est celle-là qui fait accélérer la voiture.

Si on reste sceptique devant un tel raisonnement, on essaiera de démarrer un pas de course sur un petit tapis posé sur un parquet ciré.

Deux conditions d'applicabilité de la deuxième loi

L'une est absolue et impérative, l'autre ne concerne que la façon dont on l'a présentée. Voyons cela.

Première condition:

Pour que la deuxième loi soit applicable il faut que la première le soit aussi, ce qui veut dire que le référentiel de l'observateur doit être un référentiel d'inertie. On rappelle que pour un tel référentiel, si $\sum \mathbf{F} = \mathbf{0} \iff \mathbf{v} = \mathbf{const}$. Un observateur dans un carrousel ou dans un véhicule qui a une accélération devra invoquer des forces fictives, dites d'inertie, comme la force centrifuge, pour expliquer le mouvement. Un référentiel *fixé* sur le sol de la planète fait très bien l'affaire pour décrire des événements qui s'y produisent.

Deuxième condition:

Dans l'expression $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$, la masse m est supposée ne pas varier pour que la loi puisse s'appliquer telle quelle. Cette formulation est donc restreinte aux masses constantes, ce qui n'est pas très gênant dans la plupart des cas. Pourtant, pensons à une fusée interplanétaire qui doit corriger sa trajectoire, donc modifier son vecteur vitesse; comment faire puisqu'il n'y certainement pas la force *extérieure* nécessaire pour produire cet effet? Elle fait comme font toutes les fusées, pour décoller d'un astre, atterrir sur un autre, virer, etc, c-à-d accélérer: elle fait *varier sa masse*, en l'occurrence la fait diminuer en éjectant des gaz de combustion. Voyons une ébauche d'explication:

Pour la fusée, et par définition de l'accélération, on aurait: $\sum \mathbf{F} = 0 = m\mathbf{a} = m\,\frac{d\mathbf{v}}{dt}$, mais cela n'explique pas du tout que son accélération ne soit pas nulle. La loi fondamentale de la dynamique dans sa *formulation complète*, tenant compte de changements de m s'écrit:

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\,\mathbf{v} + m\,\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dm}{dt}\,\mathbf{v} + m\mathbf{a}, \text{ ce qui revient à:}$$

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} + \frac{dm}{dt}\,\mathbf{v} \text{ qui vaut zéro pour une fusée loin de tout.}$$

On a simplement inclu la masse dans ce qu'il faut dériver et appliqué la règle de dérivation d'un produit. Or $dm/dt < 0$, la masse de la fusée diminue puisqu'elle perd du carburant brûlé, donc:

$$\mathbf{a} = -\frac{1}{m}\,\frac{dm}{dt}\,\mathbf{v}\text{ , l'accélération } \mathbf{a} \text{ est ainsi dans le sens de } \mathbf{v}.$$

Notons encore que pour les véhicules (ou les animaux) terrestres, il y a toujours le sol qui qui a une “réaction” à l'action du mobile et produit ainsi sa variation de vitesse; ce rôle de “réacteur” est tenu par l'eau pour les mobiles aquatiques et par l'air pour les volatiles. Pour une fusée: rien de tout cela, mais elle peut néanmoins accélérer au sens large, comme on vient de le montrer.

On n'insiste pas sur cette question de fusée, parce le problème n'est pas si simple. Il s'agissait uniquement de montrer la généralité de la deuxième loi. Il doit être évident que si m = const , alors $dm/dt = 0$ et on retrouve la forme $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$, la seule qu'on utilisera, sachant pourtant que ce n'est qu'un cas particulier.

Remarque:

Il est traditionnel de poser $m\mathbf{v} = \mathbf{p}$, et de nommer *quantité de mouvement* cette nouvelle grandeur vectorielle. Elle intervient abondamment dans les problèmes de collisions (ou d'explosions); on y reviendra dans un chapitre spécial, consacré à ce sujet. Avec cette nouvelle définition, on obtient la formulation la plus complète et la plus concise de la deuxième loi: $\sum \mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$.

Les lois de Newton **Exercices**

A) Généralités

1. Calculer la hauteur h d'un cône droit et plein en aluminium dont la base est un cercle de 6 cm de diamètre et dont la masse est de 0,4 kg.
Rép: 15,7 cm

2. Un fil métallique mince forme un anneau circulaire de 30 cm de diamètre. Le fil est de section circulaire et a un diamètre de 0,8 mm. De quel métal s'agit-il si la masse du fil est de 4,23 g ?

3. Les opérations suivantes sont-elles possibles? (scalaire est synonyme de nombre)

a) additionner un scalaire et un vecteur
b) multiplier un scalaire par un vecteur
c) diviser un vecteur par un scalaire
d) diviser un vecteur par un vecteur
e) diviser un scalaire par un vecteur

4. Lequel parmi les signes: = , < , > , ≤ , ou ≥ doit-il être mis dans le cercle pour que la relation soit toujours vraie, quels que soient les deux vecteurs ?

$$\left\| \vec{a} + \vec{b} \right\| \quad \bigcirc \quad \left\| \vec{a} \right\| + \left\| \vec{b} \right\|$$

5. Un corps est soumis à deux forces perpendiculaires, l'une de 6 unités, l'autre de 4,5 unités. Dessiner ces deux forces et la résultante. Mesurer sa grandeur sur le dessin et vérifier par le calcul.
Rép: 7,5 unités

6. L'une des deux forces ci-dessus tourne de 90°. Quelles sont alors les deux valeurs possibles de la résultante ?

7. Trois forces dont la résultante est nulle agissent sur un objet. L'une est dirigée vers l'est et a 3 unités, une autre pointe vers le nord et a 5,2 unités. Quelles sont les caractéristiques de la dernière ? Dessin et calcul.
Rép: 6 unités, sud-ouest (30° avec le sud)

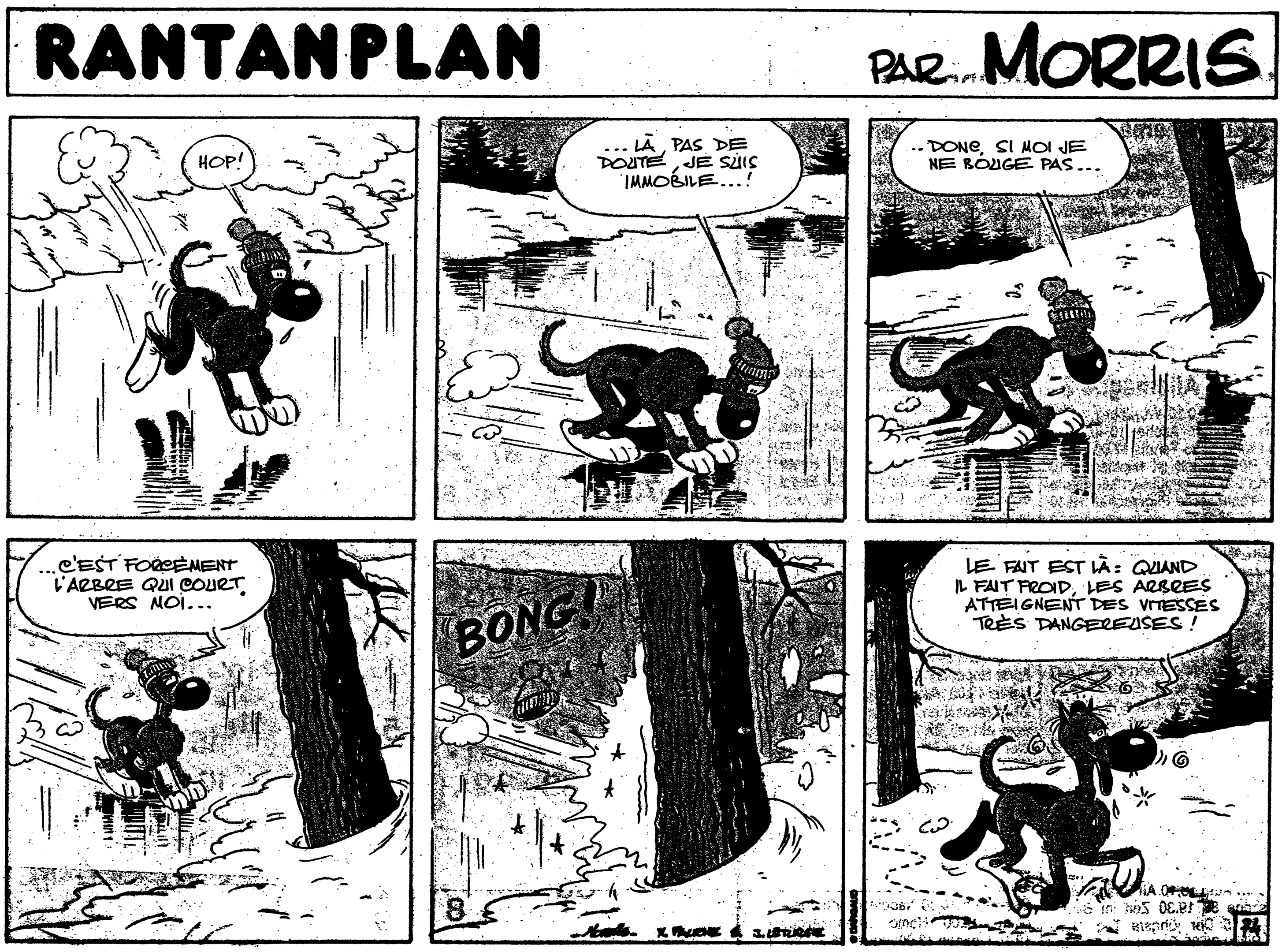
B) Première loi

8. Un camion lourdement chargé monte tout droit à 18 km/h une rue de forte pente. Que peut-on dire de la résultante des forces agissant sur ce camion ?

9. La résultante des forces agissant sur une masse m est nulle. Que peut-on dire de la grandeur de sa vitesse? Que peut-on dire de sa direction?

10. Un corps est soumis en tout à deux forces non parallèles. Combien faudrait-il en ajouter, au minimim, pour que $\mathbf{v}$ = const.? Combien faudrait-il en ôter pour que $\mathbf{v}$= const.?

11. Rantanplan est célèbre pour être le chien le plus stupide de tout le Far-West. Commenter les images ci-dessous en indiquant les phénomènes physiques, explicites ou implicites, qu'elles suggèrent.



C) Deuxième loi: généralités

12. Citer un exemple *concret* de situation où la force résultante sur un objet serait de sens opposé à sa vitesse. De même dans le cas où la force résultante est perpendiculaire à la vitesse.

13. Une masse est soumise à une force résultante de 28 N. *Sa vitesse varie* de 0,4 m/s toutes les 5 secondes. Que vaut cette masse ?
"Sa vitesse varie" manque de précision. S'agit-il de la variation de la norme du vecteur-vitesse ou de la norme de sa variation? Discuter le problème.
Rép: 70 kg.

14. Deux masses m_1 et m_2 sont tour à tour soumises au même vecteur-force unique et ont ainsi des accélérations $a_1 = 2\ \text{m/s}^2$ et $a_2 = 6\ \text{m/s}^2$. Losque ces deux masses sont réunies et soumises à cette même force l'accélération est a. Calculer a.
Rép: 1,5 m/s^2.

15. Une masse de 24 kg est soumise à une force résultante F = const. de 40 N.
a) Dire tout ce qu'on peut dire sur son vecteur-accélération,
b) " " " vecteur-vitesse,
c) " " " sa trajectoire.

16. Une masse de 10 kg est soumise à une force résultante de 20 N. En t_1 sa vitesse est $v_1 = 4$ m/s. En $t_2 = t_1 + 3$ s sa vitesse est $v_2 = 5$ m/s. Expliquer ce qui pourrait paraître paradoxal.

17. Dire pourquoi il est incorrect d'écrire par exemple $\mathbf{F}$ = 20 N. Qu écrire alors ?

18. Un mobile de masse m = 3 kg a sa position qui est donnée par le vecteur:

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} t+5 \\ -4t^2+3 \end{pmatrix}$$

Calculer la grandeur de la force résultante et l'angle que forme ce vecteur avec le vecteur-vitesse en t = 0,5 s.
Rép: 24 N; env. 14°.

19. Est-il vrai que le vecteur-force résultante n'est jamais dans le même sens que le vecteur-vitesse, sauf dans un cas de mouvement très particulier? Si oui, lequel ?

D) Deuxième loi: mouvements rectilignes

20. Un parachutiste a une masse de 80 kg. Un peu avant d'ouvrir son parachute, il atteint une vitesse constante de 60 m/s. Il l'ouvre et sa vitesse tombe à 4 m/s en 4 s; il gardera cette vitesse jusqu'au sol.

a) Quelle force résulante subissait-il juste avant l'ouverture ?

b) Quelle force moyenne due au parachute a-t-il senti durant les 4 s d'ouverture ?

Rép: b) env. 320 N.

21. Un cheval hâle un chaland sur un chenal (lire à haute voix!). La force due au cheval sur le cordage est de 1200 N. Celui-ci est dans un plan horizontal et fait un angle de 20° avec la direction du bateau, lequel a une masse de 20 t et une accélération de 0,02 m/s^2.

Le chaland subit des forces de la part de l'eau au nombre de trois, qui sont perpendiculaires entre elles. Calculer ces trois forces en expliquant leur nature.

Rép: 196 200 N, 728 N et 410 N.

22. Une personne de 60 kg entre dans un ascenseur et presse sur le bouton pour monter au 5ème étage. La phase d'accélération dure 1,6 secondes puis l'ascenseur atteint une vitesse de croisière de 2,8 m/s.

Calculer la force due au plancher de la cage sur cette personne.

Rép: 694 N.

24. Skilift: skieur de 70 kg; force de frottement sur la neige: 50 N. Le skieur est tracté à la vitesse de 4 m/s. Calculer:

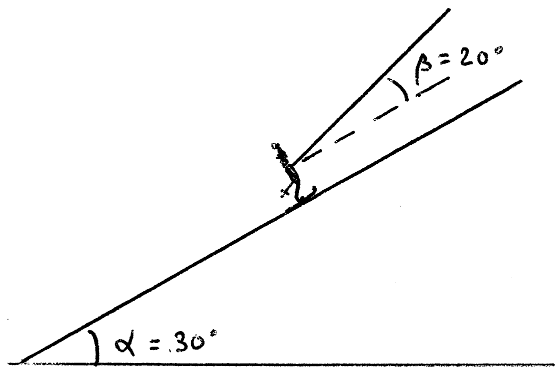
a) la force de traction T du câble;

b) la force de soutien N de la piste;

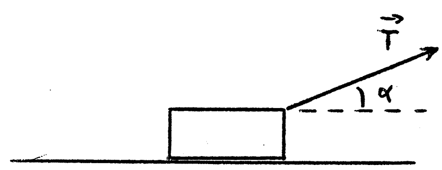
c) la distance encore parcourue après que le câble ait été lâché;

d) la résultante des forces sur ce parcours.

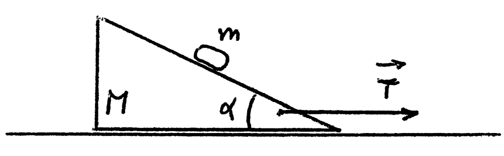
Rép: a) 419 N; b) 452 N; c) 1,42 m; d) 393 N.



25. Une masse m peut glisser sans frottement notable sur une surface horizontale. Elle est tirée avec une force T faisant un angle α avec le plan. Montrer que pour que la masse décolle tout juste du plan, il faut que son accélération horizontale soit au moins égale à $g \cot \alpha$.



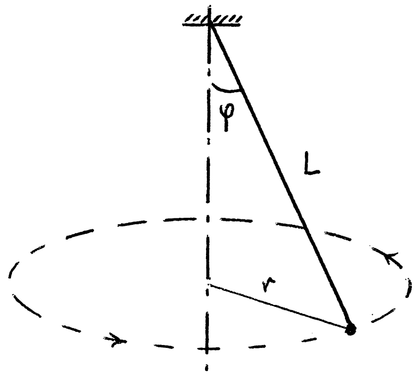
26. La petite masse m peut glisser sans frottement sur la grande mais en tirant celle-ci, on lui communique une accélération horizontale qui maintient m immobile par rapport à M. Que vaut cette accélération ?



E) Deuxième loi: mouvements circulaires

27. A une ficelle pouvant supporter une traction maximale de 10 N est attaché un caillou de 0,1 kg. On fait alors tourner le caillou dans un plan horizontal selon un MCU de rayon R = 2 m. On néglige d'abord le poids du caillou (mais pas sa masse!).
a) Calculer la vitesse et la période minimale de rotation à la limite de rupture.
b) Le poids du caillou n'est plus négligé: quel est alors le faible angle que fait la ficelle avec l'horizontale ?
Rép: a) 14,1 m/s; 0,89 s; b) 5,6°.

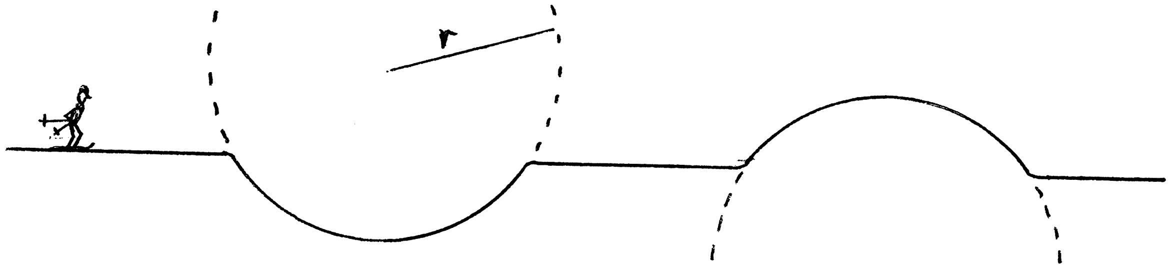
28. Pendule conique: une masse m est attachée à un fil de longueur L (de masse négligeable et inextensible) et fixé en O. La masse a alors un MCU de rayon r.
Exprimer la période de rotation T en fonction de L dans deux cas:
a) l'angle du fil avec la verticale est faible, ce qui autorise l'approx. $\sin\phi \approx \tan\phi$.
b) l'angle est quelconque.
Rép: a) $T = 2\pi\,(L/g)^{1/2}$, $T' = T\,(\cos\phi)^{1/2}$.



29. Une voiture roule à v = const. sur une route horizontale. Elle aborde un virage dont le rayon de courbure est r = 400 m.
a) L'adhérence latérale des pneus sur l'asphalte pouvant atteindre le quart du poids de la voiture; à quelle vitesse maximale la voiture pourra-t-elle prendre ce virage?
b) Réfléchir à la meilleure trajectoire à suivre pour négocier un virage à v = const.
c) Si l'adhérence diminue de k %, de combien doit diminuer la vitesse maximum ?
Rép: a) 112 km/h; 2k %.

30. Pour améliorer la sécurité, la route du pr. 29. a été modifiée en relevant le virage d'un angle α = 6°, ce qui ne change pas son rayon de courbure de 400 m.
a) A la vitesse max. du pr. 29 a), l'adhérence pourra-t-elle être plus faible ou devra-t-elle être plus forte? A calculer en fraction du poids de la voiture.
b) Quelle pourra-t-être la vitesse max. si l'adhérence est la même qu'en 29 a) ?
Rép: a) mg/7; b) 134 km/h.

31. Sur une piste de neige ayant le profil ci-dessous, un skieur ayant une masse de 70 kg se déplace à une vitesse supposée constante de 5 m/s. Le creux et la bosse sont tous deux des arcs de cercles de rayon r = 6 m. Examiner la force de soutien de la part de la piste et la calculer au fond de la dépression et au sommet de la bosse.
Rép: 978 N et 395 N.



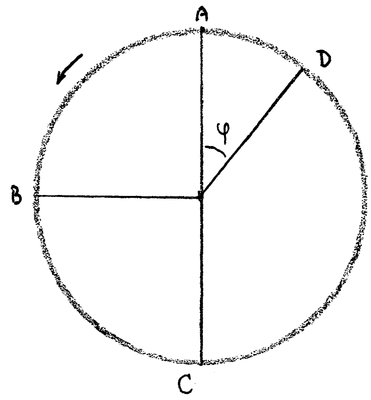
32. A une ficelle de longueur L = 1 m est attaché un caillou qu'on fait tourner d'un mouvement circulaire dans un plan vertical.

a) En trois points (B, C et D) de la trajectoire, dessiner les forces sur le caillou et le vecteur-accélération.

b) Si la vitesse de rotation n'est pas suffisante, la ficelle va se détendre. A quelle point le fera-t-elle en premier? Quelle sera alors la vitesse minimale v^* en ce point pour que la ficelle reste tout juste tendue ?

c) Si la vitesse n'est que de 95 % de v^*, à quel point, repéré par l'angle ϕ, la ficelle va-t-elle se détendre ?

Rép: b) 3,13 m/s; c) 25,5°.



33. Quelle devrait-être la *période de rotation diurne*(*) de la Terre pour que des objets situés à l'équateur ne reposent plus sur le sol ?

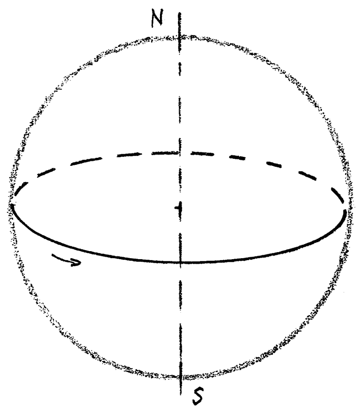
(*) Se renseigner si nécessaire sur la signification de cette expression.

Rép: env. 84 min.

34. Supposons que la Terre soit parfaitement sphérique et lisse (frottements nuls).

a) Les objets posés à sa surface, non à l'équateur, ne pourraient pas rester immobiles. Pourquoi? Quel serait la direction et le sens de leur déplacement ?

b) Mais la Terre n'est pas lisse, et les objets posés restent immobiles. Dessiner alors toutes les forces nécessaires à l'immobilité d'un objet posé, par exemple dans nos régions. Tenir compte de la rotation diurne et exagérer l'importance de certains vecteurs sur le dessin.



35. Dans une foire, un casse-cou se donne en spectacle avec sa voiture. La piste a l'allure ci-contre.

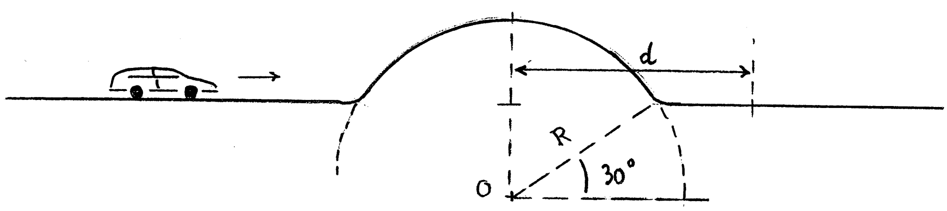
a) Quelle vitesse minimum doit-il avoir au sommet pour décoller ?

b) A cette vitesse, à quelle distance horizontale d de O va-t-il retomber ?

c) Observer que cette distance est indépendante de la planète où a lieu la foire !

(Les frottements aérodynamiques sont supposés négligeables).

Rép: b) R.

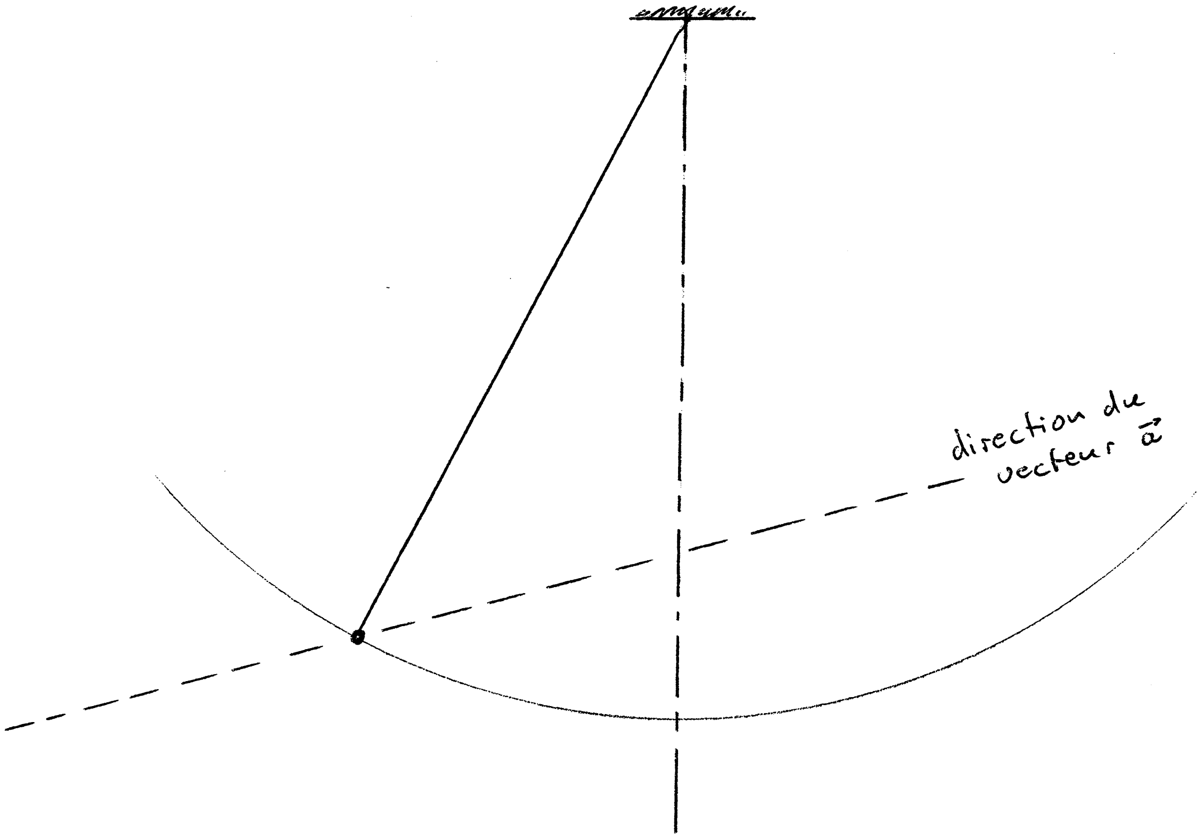


36. Un pendule simple (masse ponctuelle pendue à un fil de masse négligeable et inextensible) oscille dans un plan vertical.

Longueur du fil: L = 1,00 m; masse suspendue: m = 60 g.

Par une construction soignée, sur la feuille de données, et de calculs, déterminer:

- le vecteur-poids,
- le vecteur-force de soutien
- le vecteur-accélération
- les accélérations normale et tangentielle
- le vecteur-vitesse.



Echelles à utiliser:

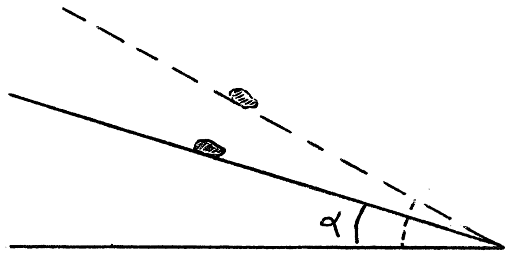
forces :	1 N	corresp. à	10 cm
accél. :	1 m/s²	"	1 cm
vitesses :	1 m/s	"	4 cm

F) Statique du point matériel

37. Un bloc est posé sur un plan incliné. Il ne glisse pas, l'adhérence est suffisante. On augmente ensuite l'angle du plan, le bloc ne glisse toujours pas.

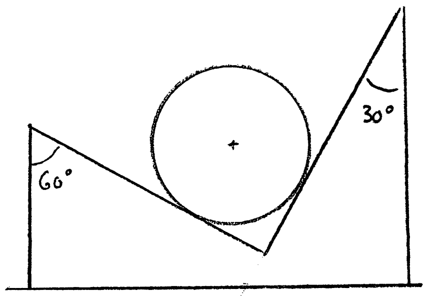
a) Montrer que la force d'adhérence a augmenté et que la force de soutien normale au plan a diminué.

b) Est-il vrai que l'augmentation de l'une est égale à la diminution de l'autre? Justifier la réponse.



38. Sphère de plomb creuse, rayon extérieur de 6 cm, épaisseur de métal de 0,8 cm. Calculer les forces de soution aux points d'appui.

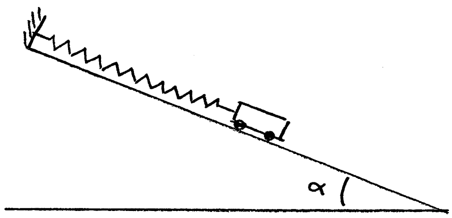
Rép: 30,3 N; 17,5 N.



39. Quel doit être l'angle α pour que l'allongement du ressort soit de 4 cm lorsqu'on y accroche le chariot de 600g ?

La raideur du ressort est de 100 N/m et sa masse est négligeable.

Rép: 42,8 °.

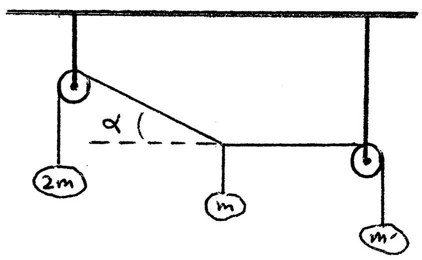


40. Le système ci-contre est en équilibre stable et les fils sont de masse négligeable. Calculer:

a) l'angle α

b) ce que vaut m' en fonction de m.

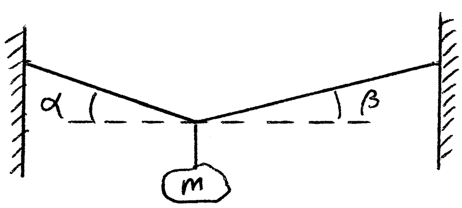
Rép: a) 30 °; b) $m\sqrt{3}$.



41. La masse pendue est de 1 kg. Le fil, fixé d'une paroi à l'autre, est de masse négligeable. On mesure $\alpha = 25$ ° et $\beta = 17$ °.

Calculer les tensions aux deux points de fixation.

Rép: 14,0 N et 13,3 N.



G) Troisième loi

42. Passager d'une voiture dont le conducteur est à gauche.

a) La voiture démarre en trombe, rectilignement. Comment est la résultante des forces sur le passager?

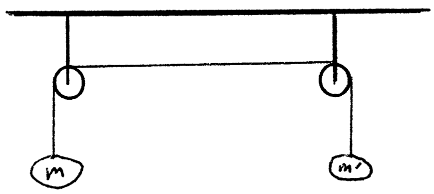
b) La voiture amorce, à v = const., un brusque virage à gauche. Y a-t-il une nouvelle force sur le passager? Si oui, comment est-elle? A quoi est-elle due?

43. Un brave paysan attelle son brave cheval à sa brave charrette. L'animal s'exclame: " Si tu crois mon vieux que je vais tirer ton char, tu te trompes; j'ai lu dans un bouquin que si je me mets à tirer la charrette, elle va tirer sur moi avec une force égale mais opposée et rien ne bougera. Je mange mon avoine".

Comment devra s'y prendre le paysan pour faire admettre à son cheval qu'il n'a pas bien compris et qu'il n'est finalement qu'une bête? Explication circonstanciée.

44. Poulies et corde de masse négligeable, de même que les frottements.

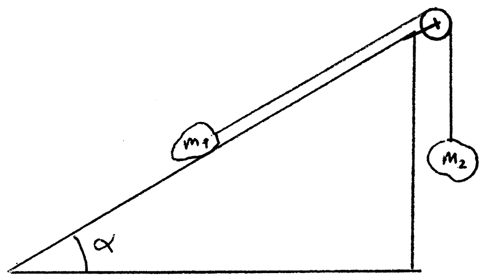
Calculer l'accélération de l'une des masses.



45. Le système ci-contre est maintenu immobile puis libéré.

Déterminer le sens du déplacement et l'accélération si $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 1$ kg, $\alpha = 30$ °, frottement de m_1 sur le plan: 15 % du poids de m_1.

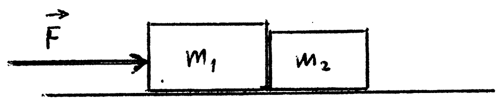
Rép: $a = \pm\, 0{,}123$ m/s^2.



46. On pousse les deux blocs avec une force constante **F**. La force qui pousse m_2 est elle égale à **F** ?

a) s'il n'y a pas de frottement;

b) avec des frottements tels que **v = const**.



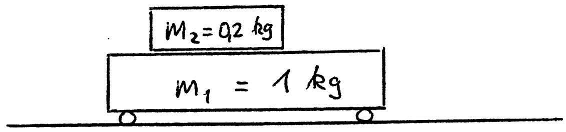
47. Pas de frottement de m_1 sur le plan;

K_0 : force d'adhérence de m_2 sur m_1 : 30 % du poids de m_1;

K : force de frottement : 20 % de ce poids.

a) Avec quelle force F maximale horizontale peut-on tirer sur m_1 sans que m_2 glisse sur m_1?

b) On tire avec une force F = 4 N. Quelle est l'accélération de m_1? Et celle de m_2?



Rép: a) 3,53 N; b) 3,61 m/s^2; 1,96 m/s^2.