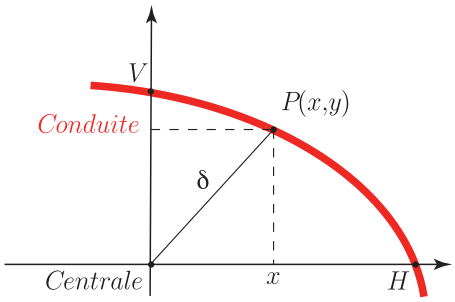
Mathématiques 2

Problème 1 On projette de relier par une connexion rectiligne une centrale électrique à une fibre optique voisine enfouie dans une conduite dont le tracé suit la courbe d'équation

$$y = \sqrt{49 - 4x}$$

dans laquelle x et y désignent les coordonnées (exprimées en centaines de mètres) d'un point courant $P(x; y)$.



a) Déterminer les coordonnées des bâtiments qui se trouvent sur les axes aux points V et H.

b) Un point $P(x; y)$ étant fixé, déterminer la fonction $C(x) = \delta^2$ qui donne le carré de la distance δ le séparant de la centrale.

c) Pour quelle valeur de x, la fonction $C(x)$ prend-elle une valeur minimale ? En déduire les coordonnées du point sur la conduite pour lequel la connexion a une longueur minimale. Vérifier que le point obtenu correspond bien à un minimum.

d) Quelle est alors cette distance ?

Problème 2 Une compagnie régionale d'électricité doit prévoir la consommation en électricité à l'instant même où la demande se manifeste, car elle ne dispose pas encore de moyens pratiques pour la stocker. Un jour de janvier 2013, entre minuit et midi, la prévision de la demande $D(t)$ en énergie, t heures après minuit, était donnée par la formule

$$D(t) = -\frac{8}{3}t^3 + 50t^2 - 200t + 3000$$

dans laquelle $D(t)$ est exprimée en mégaWatts et t est compris entre 0 et 12.

a) Quelle fut alors la demande en électricité prévue à 6h du matin ?

b) Spécifier les heures de croissance et de décroissance de cette demande. A quelle(s) heure(s), ce jour-là, a-t-on enregistré les extrema de la demande en électricité ?

c) À quelle heure a-t-on enregistré la demande minimale ? Quelle fut cette demande ?

d) À quelle heure a-t-on enregistré la demande maximale ? Quelle fut cette demande ?

e) À quelle heure a-t-on constaté un point d'inflexion de la courbe liée à la demande ? Quelle fut la demande à cet instant-là ?

Problème 3 Soit la fonction rationnelle f définie par

$$f(x) = \frac{8x}{x^2 - 4x + 4}$$

a) Donner les équations des asymptotes de cette fonction.

b) Déterminer les points d'intersection de la courbe représentative avec les axes de coordonnées.

c) Calculer la dérivée f' et donner les coordonnées des éventuels extrema de f.

d) Construire le tableau de variation de f.

e) Donner l'équation de la droite tangente au graphe de f au point d'abscisse $x = 4$.