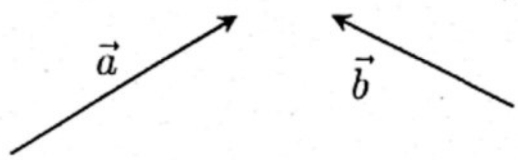
Exercice 1

Etant donnés les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$, construire avec précision :



$\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ $\vec{d} = \vec{b} - 3\vec{a}$

$\vec{e} = -2\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$ $\quad \vec{f} = -\frac{7}{5}\vec{b}$

$\vec{g} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$ $\quad \vec{h} = \sqrt{2}\,\vec{a}$

Construire $\vec{m}$ tel que : $\quad -\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{m} = \vec{0}$

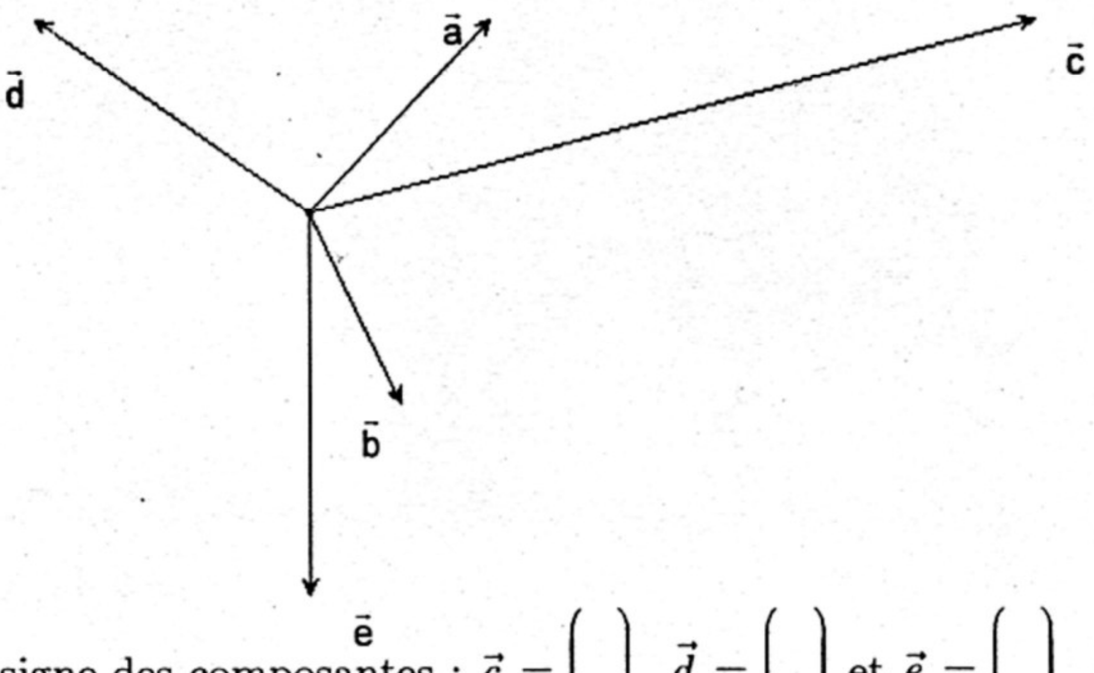
Exprimer ensuite $\vec{m}$ comme une combinaison linéaire de $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

$\vec{n}$ est défini par l'équation vectorielle suivante : $\quad -4\vec{a} + 3\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{n} = \vec{0}$.

Exprimer $\vec{n}$ comme une combinaison linéaire de $\vec{a}$ et $\vec{b}$

Exercice 2

Par dessin, décomposer $\vec{c}, \vec{d}$ et $\vec{c}$ dans la base $\left\{ \vec{a} ; \vec{b} \right\}$



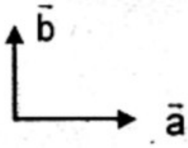
Indiquer le signe des composantes : $\vec{c} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$ et $\vec{e} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$

Exercice 3

Soient, dans la base $\left\{ \vec{a} ; \vec{b} \right\}$, les vecteurs $\vec{c} = -5\vec{a} + 4\vec{b}$ et $\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix}$.

Dessiner $\vec{c}$ puis $\vec{d}$ sachant qu'ils sont linéairement dépendants.

Calculer ensuite la valeur de la composante $y \in \mathbb{R}$.



Exercice 4

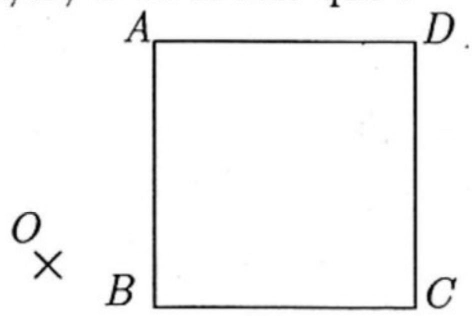
Soit le carré $ABCD$. Placer les points E, F, G et H tels que :

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{CG} = 2\overrightarrow{CB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{OH} = \sqrt{2}\overrightarrow{CA}$



DEPUIS ICI : LA BASE EST $\left\{ \vec{e}_1 ; \vec{e}_2 \right\}$ OU LE REPERE EST $\left\{ O ; \overrightarrow{e_1} ; \overrightarrow{e_2} \right\}$

Exercice 5

Soient les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$.

a) Compléter les « vides » : $\vec{a} \,//\, \begin{pmatrix} -6 \\ \end{pmatrix}$ $\quad \vec{b} \,//\, \begin{pmatrix} 7 \\ \end{pmatrix}$ $\quad \vec{c} \,//\, \begin{pmatrix} \\ -11 \end{pmatrix}$

b) Calculer les composantes des vecteurs :

$2\vec{a} - 3\vec{b} \qquad \dfrac{1}{3}\vec{a} + \dfrac{3}{2}\vec{c} \qquad -4\left(\vec{a} - \vec{b}\right) + 3\left(-\vec{b} + \vec{c}\right)$.

c) Trouver les composantes de $\vec{c}$ dans la base $\left\{ \vec{a} ; \vec{b} \right\}$.

Aide : Il faut chercher α, β tels que $\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$ → résoudre un système

d) Ecrire $\vec{b}$ comme combinaison linéaire de $\vec{a}$ et $\vec{c}$.

Exercice 6

Montrer que les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ sont linéairement indépendants. Décomposer par calcul et par dessin $\vec{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ dans la base $\left\{ \vec{a} ; \vec{b} \right\}$. Déterminer m tel que $\begin{pmatrix} 7 \\ m \end{pmatrix} // \vec{a}$, et n tel que $\begin{pmatrix} n \\ -12 \end{pmatrix}$ et $(\vec{a} + \vec{b})$ soient liés.

Exercice 7

Déterminer les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ tels que :

$$\vec{a} \;//\; \vec{e_1}\,, \qquad \vec{b} \;//\; \left(2\vec{e_1} + \vec{e_2}\right) \qquad 3\vec{a} + \vec{b} = 7\vec{e_1} - \vec{e_2}\,.$$

Exercice 8

Soient $A(3;4)$ et $B(-2;1)$.

D'autres points sont définis par les équations vectorielles suivantes :

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}\;,\quad \overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{AB}\;,\quad \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{OA}\;,$$
$$\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{OA}\;,\quad \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{OB}\;,\quad \overrightarrow{AH} = -\overrightarrow{OB}$$

Dessiner tous ces points.

Utiliser ensuite la relation de Chasles pour calculer les coordonnées des points C, D, E, F, G et H.

Exercice 9

a) Compléter les vides à l'aide de la relation de Chasles :

$A(7;5)$ et $B\left(-4;1\right)$ → $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \; \\ \; \end{pmatrix}$

$A\left(\;\;;\;\;\right)$ et $B\left(2;\frac{1}{3}\right)$ → $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$A\left(\;\;;-2\right)$ et $B\left(0;\;\;\right)$ → $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \; \\ 5 \end{pmatrix} \;//\; \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix}$

$A\left(\frac{1}{2};3\right)$ et $B\left(\;\;;-1\right)$ → $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \; \\ \; \end{pmatrix} \;//\; \vec{e_2}$

b) Utiliser la relation du point milieu pour calculer le point milieu du segment AB avec $A(2;-3)$ et $B(-1;-2)$

c) Déterminer les coordonnées du point C ***symétrique*** de B par rapport à A (cf. partie (2)). Faire un schéma.

d) ***Cas général :*** Déterminer les coordonnées de $P'(x';y')$ le symétrique de $P\left(x;y\right)$ par rapport au point $M\left(a;b\right)$ (par une symétrie centrale)

Exercice 10

Soient $A(4;-6)$, $\overrightarrow{AB} = 3\vec{e_1} + 2\vec{e_2}$, $\overrightarrow{BC} = -5\vec{e_1} + 4\vec{e_2}$,
$\overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{BC}$

Construire les points A, B, C, D, E et calculer leurs coordonnées.

Exercice 11

Soient $A(-2;5)$, $B(1;-3)$ et $C\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$

a) Calculer les coordonnées du sommet D du parallélogramme de sommets consécutifs $ABCD$.

b) Calculer les coordonnées du point milieu M du parallélogramme.

Exercice 12

Compléter le tableau

Point A	Point B	Milieu M	Vecteur $\overrightarrow{AB}$
(4 ; 9)	(-2 ; 5)		
(0,5 ; -2)		(3 ; 3,5)	
	(0 ; 7)	(-6 ; 2)	
(2 ; 7)			$\begin{pmatrix}-1,5\\11\end{pmatrix}$
	(-5,5 ; 17)		$\begin{pmatrix}-6\\-2\end{pmatrix}$
		(1 ; -5)	$\begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}$

Exercice 13

Un parallélogramme de sommets consécutifs $ABCD$ est donné par les renseignements suivants : $A(-3 ; 2)$, centre $M(-1 ; 0)$, $\overrightarrow{AB} \,//\, \begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BM} \,//\, \vec{e_2}$.

a) Calculer les coordonnées des sommets B, C et D

b) Contrôler les résultats par dessin.

Exercice 14

Soit un triangle de sommets $A(3\ ;\ 2)$, $B(-1\ ;\ 4)$ et $C(0\ ;\ -2)$.

On envisage une homothétie de centre $P(-2;\ 1)$ et de rapport $k = -2$

a) Calculer les coordonnées des images A', B' et C'.

b) Vérifier par dessin.

Exercice 15

a) Déterminer le centre de gravité du triangle

$A(-3;7) \qquad B(2;4) \qquad C(-5;1)$.

b) Soit $G(5;2)$ le centre de gravité du triangle ABD. Déterminer les coordonnées de D.

Exercice 16

On envisage dans le plan les points $P(-2+3\lambda;5-4\lambda)$, où $\lambda \in \mathbb{R}$.

Calculer les coordonnées des points :

A, obtenu en posant $\lambda = 0$, B obtenu en posant $\lambda = 1$, C d'abscisse nulle,

D d'ordonnée nulle, E d'ordonnée double de l'abscisse, F d'ordonnée 7

Déterminer les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$. Que peut-on en dire ?

Placer ces 6 points dans un repère. Quelle figure géométrique décrivent-ils ?

Exercice 17

Trouver des équations paramétriques des droites suivantes :

1. d_1 passe par $A(-2;3)$ et $B(8;5)$.
2. d_2 passe par $A(-4;1)$ et est parallèle à l'axe Ox.
3. d_3 passe par O et est parallèle au vecteur $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$.
4. Trouver les équations cartésiennes des trois droites.

Exercice 18

1. Trouver un point et un vecteur directeur puis représenter les droites suivantes : $d_1 : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}$ et $d_2 : \begin{cases} x = 3 + \mu \\ y = 6 + 2\mu \end{cases}$
2. Ces droites se coupent en un point de coordonnées : $I($ ….. ; ….. $)$.
3. Comment peut-on savoir que ces droites sont sécantes sans les dessiner ?
4. Ecrire les équations cartésiennes de ces droites

Exercice 19

Soient les droites $d_1 :\ -x + 2y + 3 = 0$ et $d_2 :\ 3x - 4y - 12 = 0$.

1. Calculer leur point d'abscisse nulle et celui d'ordonnée nulle.
2. Indiquer pour chacune un vecteur directeur.
3. Quelle est la position relative de ces droites ? Pourquoi ?
4. Représenter proprement ces droites.
5. Déterminer par calcul les coordonnées de leur intersection. Vérifier sur le dessin.
6. Déterminer les équations paramétriques pour chacune des droites

Exercice 20

Soit le triangle ABC par $A(-5;2)$, $B(2;7)$ et $C(3;-4)$.

a. Déterminer l'équation de la droite passant par A et A', le milieu de BC : c'est la médiane passant par A, que l'on note m_A.

b. L'écrire sous forme paramétrique et cartésienne, avec des coefficients tous entiers.

c. Le point $D\left(10;1\right)$, appartient-il à la médiane ? Répondre à l'aide des deux formes de la droite.

Exercice 21

No.	Equations paramétriques	Equation cartésienne	Un point	Un vecteur directeur
1	$\begin{cases} x = 5 - 2\lambda \\ y = -1 + 3\lambda \end{cases}$			
2		$x + 4y - 10 = 0$		
3			$A(-7;1)$	$\begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$
4			$A(0;9)$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 22

Représenter les droites dans un même repère et calculer les intersections.

1. $d_1 : \begin{cases} x = 7 + 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \end{cases}$ intersection avec $d_2 : \begin{cases} x = -4 - \mu \\ y = 5 + 7\mu \end{cases}$
2. $d_1 : \begin{cases} x = 7 + 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \end{cases}$ intersection avec $d_2 : \quad x + 8y - 5 = 0$
3. $d_1 : \quad 3x - 2y + 6 = 0$ intersection avec $d_2 : \quad x + 8y - 5 = 0$

Exercice 23

Le triangle ABC est donné par les renseignements suivants :

$A(1;1)$ $\qquad\qquad \overrightarrow{BC}$ est parallèle à $\vec{t} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Centre de gravité $G\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{1}{3}\right)$ $\quad d_{AB} : \quad 5x + 3y - 8 = 0$

Construire le triangle et calculer les coordonnées des sommets B et C.

Exercice 24

Un carré $ABCD$ est donné par :

$D(-7;2)$ $\qquad C \in d_1 : \quad 3x + y + 2 = 0$ $\qquad C \in d_2 : \quad \begin{cases} x = 7 + 3\lambda \\ y = -2 - 2\lambda \end{cases}$

Construire le carré et calculer les coordonnées des sommets A, B et C.

Exercice 25

Le triangle ABC est donné par $A(3;1)$, le centre de gravité $G(2;3)$ et $C'(4;4)$, le point milieu du segment AB.

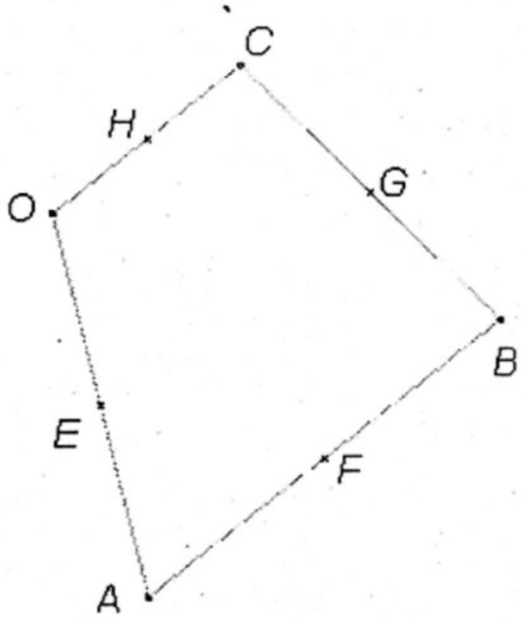
1. ***Indiquer la marche à suivre*** pour déterminer les coordonnées des sommets B et C. Les déterminer ensuite.
2. Trouver une équation cartésienne de la médiane m_C
3. Trouver des équations paramétriques du côté a du triangle (passe par B et C)
4. Faire un dessin de contrôle

Exercice 26

Soit la droite paramétrée $d_m : \quad 4x - my + 2 = 0$. Pour quelle valeur de m la droite d_m :

1. Passe-t-elle par le point $A(2;-3)$?
2. Est-elle parallèle à l'axe Oy ?
3. A-t-elle le vecteur $\vec{t} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ comme vecteur directeur ?
4. Est-elle perpendiculaire à la droite passant par $B(5;4)$ et $C(7;-1)$?

Exercice 27



Soient $OABC$ un quadrilatère.

Déterminer les coordonnées de E,F,G et H, les milieux des côtés du quadrilatère. Déterminer et comparer les vecteurs $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{HG}$ et $\overrightarrow{EH}$.

Quelle conclusion importante sur le quadrilatère $EFGH$ en tirez-vous ?

Exercice 28

Déterminer les coordonnées du triangle ABC sachant que

$d_{AB}: \; 3x-5y+1=0$, $d_{AC}: \; x-9y-29=0$, $C\left(11;?\right)$ et $\overrightarrow{BC} \,//\, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Exercice 29

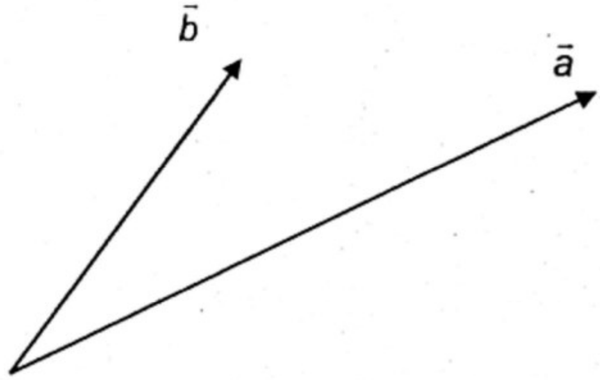
Soient les vecteurs $\vec{a}=\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\vec{c}=\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{d}=\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$

1. Calculer les produits scalaires $\vec{a}\bullet\vec{b}$, $\vec{b}\bullet\vec{c}$, $\vec{b}\bullet\vec{d}$
2. Calculer la norme des quatre vecteurs donnés
3. Trouver un vecteur $\vec{e}$ orthogonal à $\vec{a}$ et de même norme que $\vec{a}$
4. Trouver le vecteur unité $\vec{u}$ de même direction et même sens que $\vec{c}$
5. Quels sont les vecteurs qui forment un angle obtus avec $\vec{b}$?
6. Le vecteur $\vec{f}=\begin{pmatrix} f_1 \\ -5 \end{pmatrix}$ est perpendiculaire à $\vec{c}$. Que vaut f_1 ?

Exercice 30

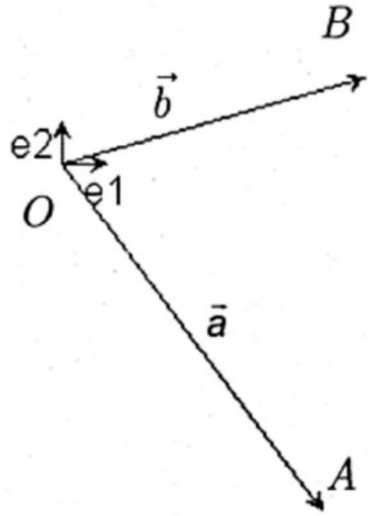
Le triangle de sommets $A\left(2;8\right)$, $B\left(-4;3\right)$, $C\left(4;6\right)$ est-il aigu, obtus ou rectangle ? Quel est son périmètre ? Calculer les angles du triangle.

Exercice 31



Dessiner deux vecteurs $\vec{c}$ et $\vec{d}$ dont le produit scalaire avec le vecteur $\vec{a}$ est le même que $\vec{a} \bullet \vec{b}$.

Exercice 32



Soient les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$

1. Dessiner $\overrightarrow{b'}$ la projection orthogonale de $\vec{b}$ sur $\vec{a}$.
2. Calculer la norme de $\overrightarrow{b'}$ (Projection scalaire)
3. Calculer l'aire du triangle OAB (2 méthodes)
4. Déterminer les composantes de $\overrightarrow{b'}$ (Projection vectorielle)

Exercice 33

1) Soients $\vec{a} = \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ -3 \end{pmatrix}$. Trouver x de sorte que $\vec{a} \perp \vec{b}$

2) Soients $\vec{c} = \begin{pmatrix} x \\ 2x-3 \end{pmatrix}$ et $\vec{d} = \begin{pmatrix} x+1 \\ -4 \end{pmatrix}$. Trouver x de sorte que $\vec{c} \perp \vec{d}$

Exercice 34

Soient les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$. Les représenter soigneusement.

1. Dessiner $\overrightarrow{b'}$ la projection orthogonale de $\vec{b}$ sur $\vec{a}$.
2. Calculer la norme de $\overrightarrow{b'}$ (Projection scalaire)
3. Calculer l'aire du triangle OAB (2 méthodes)
4. Déterminer les composantes de $\overrightarrow{b'}$ (Projection vectorielle)

Exercice 35

Soient $A\left(-1;-2\right)$ et $B\left(7;4\right)$ les sommets du triangles isocèle ABC de base AB. Déterminer les coordonnées de C de telle sorte que l'aire du triangle soit 75.

Exercice 36

Soient $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ des vecteurs. Calculer les angles :

$$\gamma = \measuredangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \qquad \beta = \measuredangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \qquad \alpha = \measuredangle\left(\vec{b},\vec{c}\right).$$

Exercice 37

Calculer les côtés, les angles, les hauteurs et l'aire du triangle de sommets $A(-3;-2)$, $B(6;4)$ et $C(1;8)$.

Exercice 38

Soit $\vec{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix}$. Trouver un vecteur formant un angle de 60° avec $\vec{a}$.

Exercice 39

Déterminer l'angle entre les droites $d_1 : 5x - 2y + 8 = 0$ et $d_2 : 3y = 4x - 1$.

Exercice 40

Déterminer l'ensemble des points $P\left(x;y\right)$ tels que $\overrightarrow{AP} \perp \vec{n}$

1. $A\left(3;1\right)$ et $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$
2. $A\left(-5;2\right)$ et $\vec{n} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$

Exercice 41

Trouver des équations cartésiennes des droites suivantes :

1. *a :* par $A(-2;3)$, vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

2. b : par $B(3;-1)$, vecteur normal $\vec{n} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. c : par $C(-6;0)$, perpendiculaire à la droite a

4. d : par $D(5;2)$, parallèle à la droite b

Exercice 42

1. d_1 : $3x - 4y - 12 = 0$ → Trouver un vecteur directeur et deux points
2. d_2 : $5x + 3y + 9 = 0$ → Trouver un vecteur normal et un point
3. d_3 : par $A(-2;5)$ et $B\left(4;1\right)$ → Trouver un vecteur normal

Exercice 43

On donne la droite $d : x + 4y - 5 = 0$ et les points $A(-1;4)$ et $B\left(5;2\right)$.

1. Trouver le(s) point(s) $C \in d$ de manière que le triangle ABC soit rectangle.
2. Trouver le(s) point(s) $C \in d$ de manière que le triangle ABC soit isocèle en C.
3. Trouver le(s) point(s) $C \in d$ de manière à ce que l'aire du triangle ABC soit de 6.

Exercice 44

Soit la droite a : $3x - 4y - 17 = 0$.

1. Déterminer l'équation cartésienne de b perpendiculaire à a et passant par $B\left(-3;6\right)$.
2. Calculer les coordonnées de l'intersection entre a et b.
3. Calculer les coordonnées du point C, symétrique de B par rapport à la droite a.

Exercice 45

Soit le triangle de sommets $A(6 ; 0)$, $B(0 ; 4)$ et $C(-2 ; 0)$.

1. Trouver des équations cartésiennes des médiatrices m_{AB}, m_{AC} et m_{BC}.
2. Calculer les coordonnées de M l'intersection des 3 médiatrices.

3. Déterminer le rayon r du cercle circonscrit au triangle ABC.
4. Faire un dessin de contrôle (unité : 2 carreaux).

Exercice 46

Calculer les coordonnées cartésiennes des points suivants. Utiliser des valeurs exactes si possible.

a) $A\left(6;\dfrac{7\pi}{4}\right)$ b) $B\left(4;\dfrac{5\pi}{6}\right)$ c) $C\left(2;\dfrac{3\pi}{2}\right)$

d) $D\left(\dfrac{1}{2};60°\right)$ e) $E\left(3;-45°\right)$ f) $F\left(5;253°\right)$

Exercice 47

Calculer les coordonnées polaires des points suivants. Utiliser des degrés comme unité pour les angles.

a) $A(-9;12)$ b) $B(2;-1)$ c) $C(-2\sqrt{3};-6)$

d) $D(-5;5)$ e) $E(-2;0)$

Exercice 48

Déterminer les coordonnées des sommets du carré $A'B'C'D'$ obtenu par rotation de 30° autour de l'origine du carré $ABCD$ dont on donne les sommets $A(1;1)$ et $C(5;5)$.

Exercice 49

On donne la droite d d'équation $4x-3y-24=0$.

1. Calculer la distance δ de d aux points $O\left(0;0\right)$, $B\left(11;-10\right)$ et $C\left(9;4\right)$.
2. Trouver les équations cartésiennes des droites e et f qui sont à distance 2 de la droite d.
3. Faire un dessin.

Exercice 50

Soient $a : \ 4x+3y-12=0$ et $b : \ 7x-y-46=0$.

Calculer les coordonnées des points de b situés à distance 5 de la droite a.

Résoudre également le problème par dessin.

Exercice 51

Soit la droite $a : \ 4x+3y-24=0$ et b parallèle à a passant par $B\left(0;13\right)$.

Calculer la distance séparant a et b.

Trouver l'équation cartésienne de la droite c formée des points équidistants de a et b

Trouver l'équation cartésienne de la droite d dont la distance à a est le double de la distance à b. S'aider d'un dessin.

Exercice 52

Soient les droites $a : \ 3x-4y+1=0$ et $b : \ 12x+5y-7=0$. Trouver les équations cartésiennes de c et d, les bissectrices de a et b. Résoudre également par dessin.

Exercice 53

Soit les sommets A(-10 ; -8), B(6 ; 4) et C(11 ; -8) d'un triangle.

1. Calculer son aire.
2. Trouver des équations cartésiennes des bissectrices intérieures du triangle ABC puis calculer les coordonnées du centre I et le rayon r du cercle inscrit dans le triangle.
3. Calculer les coordonnées du point de contact du cercle inscrit et du coté AB du triangle.
4. Faire un dessin de contrôle.

Exercice 54

Soit le point $M\left(5;3\right)$.

1. Trouver une équation cartésienne de l'ensemble des points $P\left(x;y\right)$ tels que $d\left(M,P\right)=5$
2. Parmi ces points, calculer les abscisses de ceux qui se trouvent sur l'axe Ox

Exercice 55

Les équations suivantes caractérisent-elles des cercles ? Si c'est le cas, donner les coordonnées du centre et le rayon.

1. $x^2+y^2-14x-2y-126=0$
2. $x^2+y^2+10x+14y+123=0$
3. $x^2+y^2+8x-16y+80=0$
4. $3x^2+3y^2+7x-10=0$

Exercice 56

a. Ecrire l'équation du cercle C de centre C(-7 ; 4) et rayon $r=13$.

b. Calculer a_1 (>0) et b_2 (<0) sachant que les points $A(a_1\ ;\ 9)$ et $B(-2\ ;\ b_2)$ appartiennent au cercle

c. Trouver l'équation de la médiatrice m du segment AB.

d. Vérifier que le centre du cercle C est sur la médiatrice m.

Exercice 57

Déterminer l'équation du cercle $\mathcal{C}$ passant par les points A(-3 ; 3), B(-1 ; -3) et D(5 ; 3).

Exercice 58

Soit le cercle $C\ :\ x^2+y^2-10x-8y-8=0$.

1. Etudier la position relative, par rapport au cercle, de $P_1\left(3;-3\right)$, $P_2\left(0;6\right)$ et $P_3\left(5-\sqrt{13};10\right)$.

2. Déterminer les équations des tangentes à C parallèles à $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Les nommer t_1 et t_2. Trouver les coordonnées des points de tangence T_1 et T_2.
3. Déterminer la position relative de $d: \quad 3x - 2y + 17 = 0$ et C. Calculer l'éventuelle intersection.

EXERCICE 59

a) Trouver l'équation du cercle Π centré sur l'axe O_y et qui passe par $A(1;2)$ et $B(7;4)$

b) Trouver l'équation de la droite d tangente au cercle Π et passant par $B(7;4)$.

c) Trouver l'angle entre la droite d et l'axe O_y.

EXERCICE 60

Déterminer l'équation de la tangente au cercle
$\mathcal{C}:\ x^2 + y^2 + 10x + 2y + 13 = 0$ au point $T\left(-3;2\right)$.

EXERCICE 61

Déterminer l'intersection entre la droite $d:\ x + y - 4 = 0$ et le cercle

$\mathcal{C}:\ \left(x-1\right)^2 + \left(y+3\right)^2 = 20$.

EXERCICE 62

Déterminer l'équation du cercle centré en $M\left(-2;3\right)$ et tangent à la droite
$d:\ x + 2y = 0$

EXERCICE 63

Trouver les équations des droites tangentes au cercle

$\mathcal{C}: \left(x-2\right)^2 + \left(y+5\right)^2 - 17 = 0$ qui sont parallèles à la droite
$d:\ x - 4y + 10 = 0$

Exercice 64

Soient les points $P\left(-2;7\right)$, $Q\left(2;3\right)$ et $R\left(4;5\right)$.

Prouver que le triangle PQR est un triangle rectangle.

Déterminer l'équation du cercle passant par P, Q et R.

Exercice 65

Déterminer le centre et le rayon du cercle inscrit dans le triangle formé par les droites :

$d_1 : x+2=0$ $\quad$ $d_2 : y-3=0$ $\quad$ et $\quad$ $d_3 : 5x+12y-60=0$

Exercice 66

Soit les points $A(-3;3)$ et $B(4;0)$.Trouver les points $P_1, P_2 \in d : y=x$ de manière à ce que le triangle ABP soit isocèle en B.Calculer l'aire du quadrilatère AP_1BP_2 (Rép : $Aire = 50$)

Exercice 67

Pour quelles valeurs de m la droite d'équation $y=mx$

a) coupe-t-elle le cercle d'équation $x^2+y^2-10x+16=0$?

b) est-elle tangente à ce cercle ?

Exercice 68

Déterminer les équations des cercles centrés sur la droite $d : 3x+7y-39=0$ et tangents aux droites $a : 3x-4y+12=0$ et $b : x=0$.

Exercice 69

Déterminer les points d'intersection des deux cercles suivants :

1. $\Omega_1 : x^2+y^2=25$ $\quad$ *et* $\quad$ $\Omega_2 : \left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2=29$
2. $\Omega_1 : \left(x+4\right)^2+\left(y+5\right)^2=194$ $\quad$ *et* $\quad$ $\Omega_2 : \left(x-3\right)^2+\left(y-2\right)^2=40$

Exercice 70

Déterminer les équations des droites tangentes au cercle

$\Omega : (x-4)^2 + (y+1)^2 = 5$ et issues du point $C(9;4)$.

Exercice 71

a. On donne un sommet $S(9;0)$ et une asymptote $d : 2x - 3y = 0$ d'une hyperbole Γ_1. Déterminer les coordonnées de ses foyers et l'équation cartésienne de Γ_1.

b. Déterminer les sommets, les foyers et les asymptotes de l'hyperbole suivante : $\Gamma_2 : x^2 - y^2 = 7$

c. Trouver l'ensemble des points dont la somme des distances aux points $F(4 ; 0)$ et $F'(-4 ; 0)$ vaut 10

d. Trouver l'équation de la parabole dont le foyer est le point $F(0;p)$ et la directrice est la droite $d : y = -p$

e. Trouver l'équation de la parabole de sommet $S(0;0)$, d'axe de symétrie $a : x = 0$ et passant par le point $P(4;-6)$. Déterminer le foyer F de la parabole et la directrice d.

Exercice 72 Challenge

Trouver l'équation de la droite d de pente négative et tangente aux cercles

$\Gamma_1 : (x-5)^2 + (y-1)^2 = 1$ et $\Gamma_2 : x^2 + (y+1)^2 = 4$