

Lycée Denis-de-Rougemont
Neuchâtel et Fleurier

Exercices de révision
Mathématiques niveau 2

STATISTIQUE ET PROBABILITÉS

Exercice 1

Une pièce de monnaie est lancée jusqu'à ce qu'elle retombe deux fois consécutives sur le même côté. Désignons par x le nombre de lancers nécessaires.

- Calculer $p(x = 2)$, $p(x = 3)$, $p(x = 4)$ et $p(x = n)$.
- Déterminer n de sorte que la probabilité de devoir lancer la pièce moins de n fois soit supérieure à 0.99.
- Quelle est la probabilité que x soit pair ?

Exercice 2

Paul dispose de deux dés pipés.

Avec chaque dé, la probabilité d'obtenir "6" vaut $\frac{1}{3}$, ainsi que celle d'obtenir "1".

Les autres cas sont équiprobables.

Afin que le trucage ne soit pas trop rapidement décelé, Paul ajoute un dé "parfait" et extérieurement identique aux deux autres.

Il propose alors à Pierre le jeu suivant :

Pierre mise trois francs et Paul un franc. Deux dés sont choisis au hasard et lancés. S'il n'apparaît que des "6" et/ou des "1", Paul gagne les quatre francs. Dans tout autre cas, Pierre empoche la somme.

- Quelle est la probabilité que Paul gagne ?
A qui le jeu profite-t-il ?
- Ne se doutant nullement qu'il y a tricherie, Pierre s'adonne à un calcul de probabilité avant d'accepter les règles du jeu. D'après ses calculs, quelle probabilité a-t-il de gagner ? Le jeu lui semble-t-il favorable ?

Exercice 3

Un jeu comporte deux étapes. D'abord, on lance 3 fois de suite une pièce de monnaie honnête et l'on compte le nombre de "pile". On appelle x ce nombre. Dans un second temps, on lance x dés et l'on relève le nombre total t des points montrés par ces dés. Lorsque $x = 0$, on ne lance aucun dé et l'on décide que $t = 0$.

- a) Le nombre x vaut 0, 1, 2 ou 3. Déterminer la probabilité que x soit égal à 0, celle que $x = 1$, celle que $x = 2$ et encore celle que $x = 3$.
- b) Quelle est la probabilité que le total des points soit $t = 18$?
- c) On joue 100 fois à ce jeu.
Quelle est la probabilité que l'on n'obtienne jamais le total 18 ?
- d) En un jeu, quelle est la probabilité que le total des points montrés soit $t = 5$?
- e) Sachant que l'on a relevé le total $t = 5$, quelle est la probabilité d'avoir lancé 2 dés ?
- f) Pour jouer, on doit payer 1 franc. Si le total des points est inférieur à 6, le joueur reçoit 2 francs, sinon il perd sa mise. Dans ces conditions, le jeu est-il favorable au joueur ?

Exercice 4

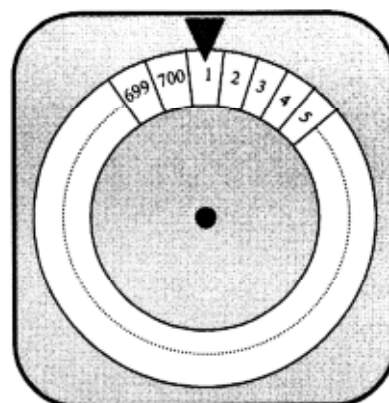
Le quart d'une population a été vaccinée contre la grippe. Au cours de l'hiver, on constate qu'il y a parmi les grippés une personne vaccinée sur cinq et un grippé sur douze personnes vaccinées.

On choisit au hasard une personne dans cette population. Quelle est la probabilité que cette personne ait été

- a) grippée ?
- b) grippée, sachant qu'elle n'avait pas été vaccinée ?

Exercice 5

Un club de sport décide d'organiser, pour remercier ses fidèles membres, une roue du million gratuite. Les cases de la roue sont numérotées de 1 à 700. On suppose que la roue est bien équilibrée.



Les numéros gagnants et les gains sont définis ainsi :

- les numéros qui se terminent par le chiffre 7 font gagner 5 fr.
- les numéros qui sont un multiple de 50 font gagner 25 fr.

- En tournant la roue une fois, quelle est la probabilité de réaliser un gain ?
- En tournant la roue 3 fois, quelle est la probabilité de ne rien gagner ?
- En tournant la roue 4 fois, quelle est la probabilité de réaliser au moins un gain ?
- Combien de fois au minimum faut-il faire tourner la roue pour que la probabilité d'au moins un gain soit supérieure à 0,95 ?
- En tournant la roue 2 fois, quelle est la probabilité de gagner au moins 10 fr. ?
- Sachant que Pierre a gagné exactement 25 fr. en tournant la roue 5 fois, quelle est la probabilité que la roue se soit arrêtée une fois sur un multiple de 50 ?

Exercice 6

Un test propose dix questions et pour chaque question, quatre réponses à choix. A chaque question correspond une et une seule réponse juste. Un candidat passe le test et répond au hasard.

- Quelle est la probabilité que ce candidat obtienne
 - exactement cinq réponses justes ?
 - au moins une réponse juste ?
 - au plus une réponse juste ?

- b) Combien de possibilités la candidat a-t-il de faire ses dix choix pour obtenir exactement k réponses justes (on demande la formule valable pour $k \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$). Pour quelle valeur de k ces possibilités sont-elles les plus nombreuses ?

Exercice 7

Soit 7 boîtes identiques alignées, dont trois contiennent chacune une boule, les autres étant vides. Les trois boules sont identiques.

- a) Quelle est la probabilité que les trois boules se trouvent dans les boîtes placées en deuxième, quatrième et sixième positions ?
- b) Quelle est la probabilité que les trois boules se trouvent dans des boîtes contiguës ?
- c) Sachant qu'une des boules se trouve dans la septième boîte, quelle est la probabilité que les deux autres ne soient pas placées dans des boîtes contiguës ?

Le jeu consiste maintenant à ouvrir au hasard les boîtes jusqu'à ce qu'apparaisse la première boule. Le joueur paie trois francs avant d'ouvrir chaque boîte. On désigne par n le nombre de boîtes qu'il a fallu ouvrir pour qu'apparaisse la première boule; le joueur reçoit alors 2^n francs.

- d) Quelle est la valeur maximale de n ?
- e) Calculer, pour chacune des valeurs de n , la probabilité de devoir ouvrir n boîtes.
- f) Quel est le montant moyen versé par le joueur à ce jeu ?
- g) Quel est le montant moyen reçu par le joueur à ce jeu ?

Exercice 8

On suppose que le 40% des femmes fument alors que pour les hommes la proportion des fumeurs atteint 30%.

- a) Quelle est la probabilité que sur trois hommes choisis au hasard un seul soit fumeur ?
- b) Quelle est la probabilité de ne trouver aucune fumeuse dans un groupe de cinq femmes ?
- c) Quelle est la probabilité que personne ne fume dans un groupe composé de six hommes et une femme ?
- d) On choisit au hasard un certain nombre n d'hommes.
Quelle est la valeur minimale de n pour que la probabilité de trouver au moins un fumeur parmi ces n hommes soit supérieure ou égale à 0.95 ?

On suppose, pour les deux questions suivantes, que la population est formée de 51% de femmes et de 49% d'hommes.

- e) Quelle est la probabilité qu'en choisissant au hasard une personne, cette personne soit un(e) fumeur(se) ?
- f) On choisit au hasard une personne X . Sachant que X fume, quelle est la probabilité que X soit un homme ?

Exercice 9

Trois amis A , B et C se réunissent pour jouer au carambole.

A ce jeu, la partie nulle n'existe pas.

La probabilité que A l'emporte sur B est 0.7

La probabilité que B l'emporte sur C est 0.6

La probabilité que C l'emporte sur A est 0.2

Ils décident de faire un match en trois parties, chacun jouant contre chaque autre.

- a) 1) Quelle est la probabilité que A gagne ses deux parties ?
2) Quelle est la probabilité que A gagne exactement une partie ?
3) Quelle est la probabilité que A perde ses deux parties ?

- b) En supposant qu'ils mettent 150 francs dans la caisse (A 70 francs, B 50 francs, et C 30 francs) et que le gagnant prene dans la caisse 50 francs par partie gagnée, décider si, pour A , le jeu est financièrement intéressant.
- c) Quelle est la probabilité d'un match nul, c'est-à-dire que chacun gagne et perde une partie ?
- d) Sachant que la rencontre s'est soldée par un match nul, quelle est la probabilité que B ait gagné sa partie contre A ?

Exercice 10

A et B jouent aux échecs. A gagne en moyenne une partie sur trois, B une sur quatre.

- a) Quelle est la probabilité d'une partie nulle ?
- b) Ils conviennent d'un match où ils joueront jusqu'à ce que l'un d'eux gagne une partie. Quelle est la probabilité de gain pour chacun ?
- c) Ils conviennent d'un match selon de nouvelles règles : une partie gagnée rapporte un point au vainqueur, une partie nulle $\frac{1}{2}$ point à chacun et le premier à atteindre un total de deux points gagne le match. S'ils atteignent deux points simultanément, ils joueront jusqu'à ce qu'un des deux gagne une partie.
 - 1) Sachant que B a gagné la première partie, quelle est la probabilité de chacun de gagner le match ?
 - 2) Sachant que B a gagné la première partie et le match, quelle est la probabilité que A ait gagné la deuxième partie ?

Exercice 11

Un jeu consiste à tirer une boule d'une urne U_1 puis un billet d'une urne U_2 .

Le billet est porteur d'une consigne qui dit comment on peut gagner.

Les urnes ont la composition suivante :

U_1 contient six boules noires et quatre boules blanches

U_2 contient n billets sur lesquels il est noté "Vous avez déjà gagné" et $100 - n$ billets portant la mention "Sans remettre la première boule, tirez une seconde boule de U_1 ; vous aurez gagné si les deux boules ont la même couleur"

- a) On pose $n = 20$
- 1) Quelle est la probabilité de gagner en tirant une seule boule ?
 - 2) Quelle est la probabilité de gagner ?
 - 3) Sachant que l'on a gagné, quelle est la probabilité que la première boule soit noire ?
 - 4) On joue dix fois en remettant après chaque jeu les urnes dans leur état initial. Quelle est la probabilité de gagner exactement six fois ?
- b) Comment faut-il choisir n pour que la probabilité de gagner soit le plus proche possible de 0.5 ?