Chapitre 7. Applications du 1^e degré – Corrigé

Exercice 1

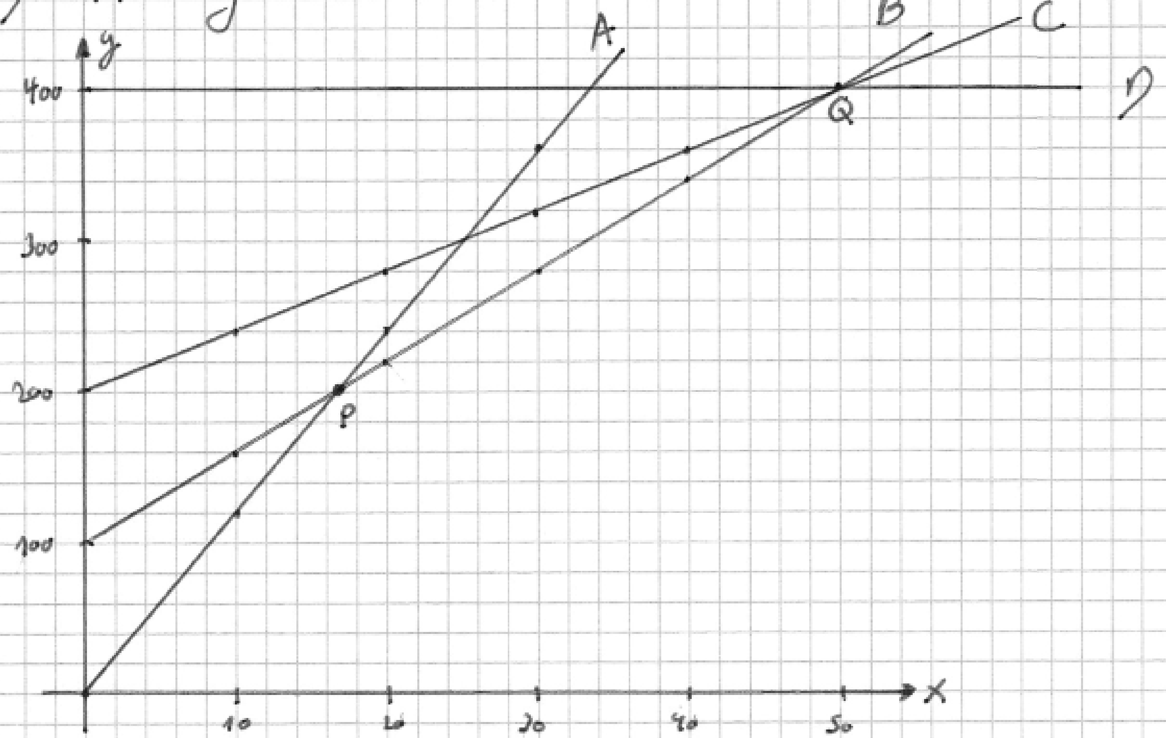
1. Notons x le nombre d'entrée et y le prix total.

A: $x \longmapsto y = 12x$

B: $x \longmapsto y = 6x + 100$

C: $x \longmapsto y = 4x + 200$

D: $x \longmapsto y = 400$



2. P : A: $y = 12x$, B: $y = 6x + 100$ $\Longrightarrow$

$$\begin{aligned} 12x &= 6x + 100 && \mid -6x \\ 6x &= 100 && \mid :6 \\ x &= 16{,}\overline{6} \end{aligned}$$

Q: B: $y = 6x+100$, C: $y = 4x+200$, D: $y = 400$ $\Longrightarrow$

$$\begin{aligned} 6x + 100 &= 4x + 200 && \mid -4x - 100 \\ 2x &= 100 && \mid :2 \\ x &= 50 \end{aligned}$$

Ainsi, jusqu'à 16 entrées, c'est le tarif A le plus avantageux. De 17 à 49, c'est le B et à 50, c'est le B, C ou D et dès 51, c'est le D.

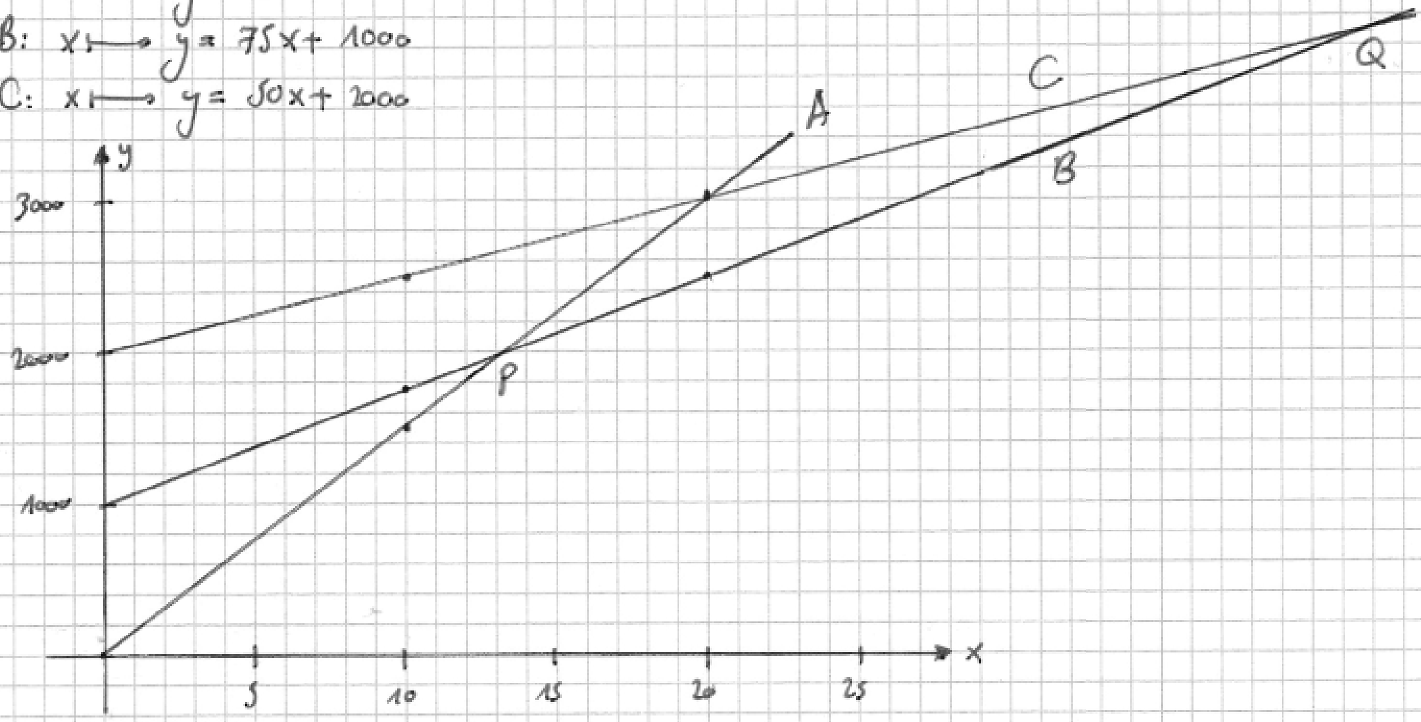
Exercice 2

Notons x le nombre de pièces et y le coût total.

A: $x \longmapsto y = 150x$

B: $x \longmapsto y = 75x + 1000$

C: $x \longmapsto y = 50x + 2000$



P: A: $y = 150x$
B: $y = 75x + 1000$

$$\Longrightarrow \quad \begin{aligned} 150x &= 75x + 1000 && \mid -75x \\ 75x &= 1000 && \mid :75 \\ x &= 13{,}\overline{3} \end{aligned}$$

Q: B: $y = 75x + 1000$
C: $y = 50x + 2000$

$$\longrightarrow \quad \begin{aligned} 75x + 1000 &= 50x + 2000 && \mid -50x - 1000 \\ 25x &= 1000 && \mid :25 \\ x &= 40 \end{aligned}$$

Ainsi, jusqu'à 13 pièces, c'est le tarif A le plus avantageux, de 14 à 39 c'est le B, à 40, c'est le B ou le C et dès 41 c'est le C.

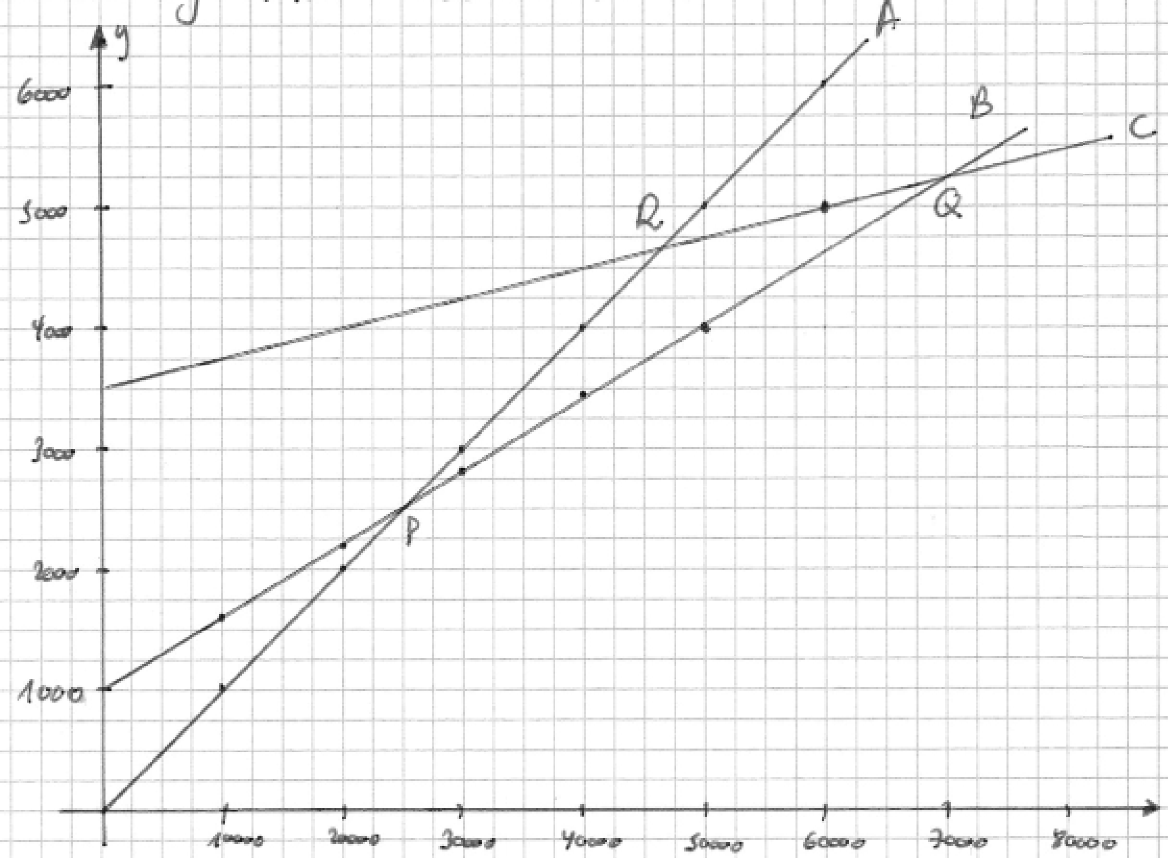
Exercice 3

Notons x le chiffres d'affaires et y le salaire mensuel.

A: $x \longmapsto y = 10\%$ de $x = 0{,}1x$

B: $x \longmapsto y = 6\%$ de $x + 1000 = 0{,}06x + 1000$

C: $x \longmapsto y = 2{,}5\%$ de $x + 3500 = 0{,}025x + 3500$



P: A: $y = 0{,}1x$

B: $y = 0{,}06x + 1000$

$$\Longrightarrow \quad \begin{aligned} 0{,}1x &= 0{,}06x + 1000 && \Big| -0{,}06 \\ 0{,}04x &= 1000 && \Big| :0{,}04 \\ x &= 25'000 \end{aligned}$$

Q: B: $y = 0{,}06x + 1000$

C: $y = 0{,}025x + 3500$

$$\Longrightarrow \quad \begin{aligned} 0{,}06x + 1000 &= 0{,}025x + 3500 && \Big| -0{,}025 - 1000 \\ 0{,}035x &= 2500 && \Big| :0{,}035 \\ x &= 71'428{,}57 \end{aligned}$$

Ainsi, jusqu'à un chiffre d'affaires inférieur à 25'000, c'est l'agent A qui coûte le moins, à 25'000 c'est les agents A et B, supérieur à 25'000 jusqu'à 71'428,55, c'est le B, et dès 71'428,60, c'est le C.

R: A: $0{,}1x$

C: $0{,}025x + 3500$

$$\Longrightarrow \quad 0{,}1x = 0{,}025x + 3500 \Longrightarrow 0{,}075 = 3500 \Longrightarrow x = 46'666{,}67.$$

Ainsi, jusqu'à un chiffre d'affaires de 46'666,65, c'est le C qui gagne le plus. Dès 46'666,70, c'est le A.

Exercice 4

Notons x le nombre de points effectués et y la note obtenue.
On cherche l'équation de la droite $y = ax+b$.
Si $x = 65$ alors $y = 6 \implies 6 = 65a+b$
Si $x = 40$ alors $y = 4 \implies 4 = 40a+b$ −

$$2 = 25a \implies a = \frac{2}{25} = 0{,}08.$$

Avec $a = 0{,}08$ dans $4 = 40a+b$, on a $4 = 40 \cdot 0{,}08 + b \implies 4 = 3{,}2 + b \implies b = 0{,}8$.
L'équation de la droite est donc $y = 0{,}08x + 0{,}8$.

Si $x = 25$, on a $y = 0{,}08 \cdot 25 + 0{,}8 = \underline{2{,}8}.$
Si $x = 50$, on a $y = 0{,}08 \cdot 50 + 0{,}8 = \underline{4{,}8}.$

Exercice 5

Notons x le nombre de km et y le prix.

Pour chaque taxi, on cherche l'équation d'une droite $y = ax+b$.

Taxi 1: Si $x = 2{,}5$, $y = 8{,}5$ $\Rightarrow$ $8{,}5 = 2{,}5a + b$

Si $x = 5{,}5$, $y = 15{,}7$ $\Rightarrow$ $15{,}7 = 5{,}5a + b$ $-$

$-7{,}2 = -3a \Rightarrow a = 2{,}4$

$\Rightarrow 8{,}5 = 2{,}5 \cdot 2{,}4 + b \Rightarrow 8{,}5 = 6 + b \Rightarrow b = 2{,}5$

$\Rightarrow$ $\underline{y = 2{,}4x + 2{,}5}$.

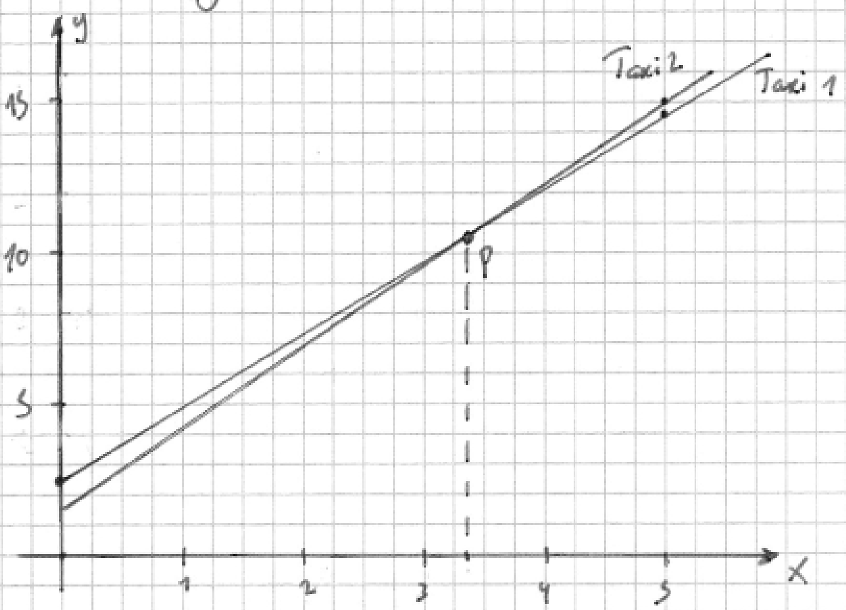
Taxi 2: Si $x = 2{,}5$, $y = 8{,}25$ $\Rightarrow$ $8{,}25 = 2{,}5a + b$

Si $x = 5{,}5$, $y = 16{,}35$ $\Rightarrow$ $16{,}35 = 5{,}5a + b$ $-$

$-8{,}1 = -3a \Rightarrow a = 2{,}7$

$\Rightarrow 8{,}25 = 2{,}5 \cdot 2{,}7 + b \Rightarrow 8{,}25 = 6{,}75 + b \Rightarrow b = 1{,}5$

$\Rightarrow$ $\underline{y = 2{,}7x + 1{,}5}$.



P: Taxi 1: $y = 2{,}4x + 2{,}5$

Taxi 2: $y = 2{,}7x + 1{,}5$

$\Rightarrow 2{,}4x + 2{,}5 = 2{,}7x + 1{,}5 \quad \big| -2{,}4x - 1{,}5$

$1 = 0{,}3x \quad \big| :0{,}3$

$x = 3{,}33$

Le prix est donc le même après $\underline{3{,}33 \text{ km}}$.

Exercice 6

Notons n le nombre d'articles achetés et p le prix de vente d'un article.

On a: $\left.\begin{array}{l}\text{Coûts fixes} = 148\\ \text{Coûts variables} = 2n\end{array}\right\}$ Coûts totaux $= 2n+148$

Revenus totaux $= p \cdot n$.

Le seuil de rentabilité est le p tel que coûts totaux = revenus totaux, c'est-à-dire

$2n+148 = p \cdot n$.

Ici, on a $n = 37$. Ainsi $2 \cdot 37 + 148 = p \cdot 37 \Rightarrow 222 = p \cdot 37 \Rightarrow p = 6$.

Le prix de vente d'un article est donc de 6.–.

Exercice 7

1. Notons n le nombre de volumes et p le prix d'un volume.

   On a: Coûts fixes $= 12'240$, coûts variables $= 9n \Rightarrow$ coûts totaux $= 9n + 12'240$

   Revenus totaux $= p \cdot n$ avec $p = 21.– \Rightarrow$ revenus totaux $= 21 \cdot n$.

   Seuil de rentabilité: coûts totaux = revenus totaux $\Rightarrow 9n + 12'240 = 21n$

   $\Rightarrow 12'240 = 12n \Rightarrow n = 1020$.

   Le seuil de rentabilité est donc à 1020 volumes vendus.

2. On a: Coûts fixes $= 9660$, coûts variables $= 11n \Rightarrow$ coûts totaux $= 11n + 9660$

   Revenus totaux $= p \cdot n$ avec $p = 21.– \Rightarrow$ revenus totaux $= 21n$

   Seuil de rentabilité: coûts totaux = revenus totaux $\Rightarrow 11n + 9660 = 21n$

   $\Rightarrow 9660 = 10n \Rightarrow n = 966$.

   Le nouveau seuil de rentabilité (pour un même prix de vente) est à 966 volumes vendus.

Exercice 8

1. Notons x le nb de pièces vendues.

On a: coûts $= 8x + 800$

revenus $= 18x$

seuil de rentabilité: $18x = 8x + 800 \Rightarrow 10x = 800 \Rightarrow x = 80.$

Le seuil de rentabilité est 80 pièces vendues.

2. Notons x le prix de vente d'une pièce.

On a: coûts $= 8 \cdot 100 + 800 = 1600$

revenus $= 100x$

point mort (= seuil de rentabilité): $100x = 1600 \Rightarrow x = 16.$

Il doit fixer le prix de vente à 16.–.

3. Notons x le nb de pièces vendues.

On a : coûts $= 8x + 800 + 100 = 8x + 900$

revenus $= 23x$

seuil de rentabilité: $23x = 8x + 900 \Rightarrow 15x + 900 \Rightarrow x = 60.$

Le seuil de rentabilité est 60 pièces vendues.

4. Notons x le prix de vente d'une pièce.

On a: coûts $= 8 \cdot 200 + 800 + 200 = 2600$

revenus $= 130x$

seuil de rentabilité: $130x = 2600 \Rightarrow x = 20$

Il doit fixer le prix de vente à 20.–.

Avec un prix de vente de 20.–, on a: coûts $= 8x + 1000$ (x = nb de pièces vendues)

revenus $= 20x$

$\Rightarrow 20x = 8x + 1000 \Rightarrow 12x = 1000 \Rightarrow x = 83{,}33.$

Le seuil de rentabilité est 83 pièces vendues.