Exercice 19

Soient les droites $d_1 : -x + 2y + 3 = 0$ et $d_2 : 3x - 4y - 12 = 0$.

a. Pour chacune, calculer leur point d'abscisse nulle et celui d'ordonnée nulle.

b. Indiquer pour chacune un vecteur directeur.

c. Quelle est la position relative de ces droites ? Pourquoi ?

d. Représenter soigneusement ces droites.

e. Déterminer par calcul les coordonnées de leur intersection. Vérifier sur le dessin.

f. Déterminer les équations paramétriques pour chacune des droites.

Exercice 20

Soit le triangle ABC avec $A(-5; 2)$, $B(2; 7)$ et $C(3; -4)$.

a. Déterminer l'équation de la droite passant par A et A', le milieu de BC : c'est la médiane passant par A, que l'on note m_A. L'écrire sous forme paramétrique et cartésienne, avec des coefficients tous entiers.

b. Le point $D\,(10; 1)$, appartient-il à la médiane ? Répondre à l'aide des deux formes de la droite.

Exercice 21

Compléter

No.	Equ. paramétrique	Equ. cartésienne	Un point	Un vecteur	Equa. $y = mx + h$
1					$y = 3x - 2$
2		$x + 5y - 10 = 0$			
3			$(7; 1)$	$\binom{4}{-3}$	
4		$x - 4y + 6 = 0$			
5			$(0; 9)$	$\binom{-2}{1}$	
6	$\begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}$				

Exercice 22

Déterminer par calcul les intersections des droites d_1 et d_2 dans les cas suivants :

a. $d_1 : 3x - 2y + 6 = 0$ et $d_2 : x + 8y - 5 = 0$

b. $d_1 : x + 8y - 5 = 0$ et $d_2 : \begin{cases} x = 7 + 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \end{cases}$

c. $d_1 : \begin{cases} x = 7 + 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \end{cases}$ et $d_2 : \begin{cases} x = -4 - \mu \\ y = 5 + 7\mu \end{cases}$

Exercice 23

Le triangle ABC est donné par les renseignements suivants :

$$A(1;1),\ \overrightarrow{BC} \text{ est parallèle à } \overrightarrow{t} = \binom{-1}{4},\ \text{centre de gravité : } G\left(\tfrac{7}{3};\tfrac{1}{3}\right),\ d_{AB} : 5x+3y-8=0$$

Construire le triangle puis obtenir les coordonnées de ses sommets par calcul.

Exercice 24

Un carré $ABCD$ est donné par les informations suivantes :

$$D(-7;2) \qquad C \in d_1 : 3x+y+2=0 \qquad C \in d_2 : \begin{cases} x = 7+3\lambda \\ y = -2-2\lambda \end{cases}$$

Construire le carré et calculer les coordonnées des sommets A, B et C.

Exercice 25

Le triangle ABC est donné par $A(3;\,1)$, le centre de gravité $G(2;3)$ et $C'(4;4)$, le point milieu du segment AB.

a. **Indiquer la marche à suivre** pour déterminer les coordonnées des sommets B et C. Les déterminer ensuite.

b. Trouver une équation cartésienne de la médiane m_C.

c. Trouver des équations paramétriques du côté a du triangle (passe par B et C).

d. Faire un dessin de contrôle.

Exercice 26

Soit la droite paramétrée $d_m : 4x - my + 2 = 0$. Pour quelle valeur de m la droite d_m...

a. passe-t-elle par le point $A(2;-3)$?

b. est-elle parallèle à l'axe Oy ?

c. a-t-elle le vecteur $\overrightarrow{c} = \binom{1}{3}$ comme vecteur directeur ?

d. est-elle perpendiculaire à la droite passant par $B(5;4)$ et $C(7;-1)$?

Exercice 27

Déterminer les coordonnées du triangle ABC sachant que

$$d_{AB} : 3x-5y+1=0,\quad d_{AC} : x-9y-29=0,\quad C(11;y) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BC} \parallel \binom{2}{-1}.$$

Exercice 28

Soient les vecteurs $\overrightarrow{a} = \binom{2}{-3}$, $\overrightarrow{b} = \binom{5}{7}$, $\overrightarrow{c} = \binom{-4}{3}$ et $\overrightarrow{d} = \binom{-5}{-2}$.

a. Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c}$ et $\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{d}$.

b. Proposer un vecteur $\overrightarrow{e}$ qui soit perpendiculaire à $\overrightarrow{a}$ et de même norme que lui.

c. Déterminer les composantes de $\overrightarrow{u}$, le vecteur unité ayant même sens que $\overrightarrow{c}$.

d. Quel(s) vecteur(s), parmi $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{c}$ et $\overrightarrow{d}$, forme(nt) un angle obtus avec $\overrightarrow{b}$?

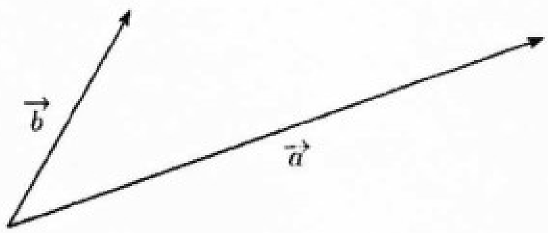
e. Le vecteur $\overrightarrow{f} = \binom{x}{-5}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{c}$. Calculer x.

Exercice 29

Quel est le type du triangle de sommets $A(2;8)$, $B(-4;3)$ et $C(4;6)$? (aigu, obtus, rectangle)
Calculer son périmètre et son aire.
Déterminer par calcul la mesure de ses angles.

Exercice 30

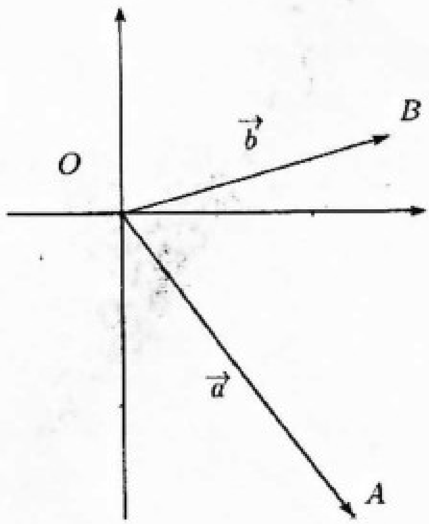
Dessiner deux vecteurs, $\vec{c}$ et $\vec{d}$, dont le produit scalaire avec $\vec{a}$ est le même que $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Exercice 31

Soient les vecteurs $\vec{a} = \binom{6}{-8}$ et $\vec{b} = \binom{7}{2}$.

a. Dessiner $\vec{b'}$ la projection orthogonale de $\vec{b}$ sur $\vec{a}$.
b. Calculer la norme de $\vec{b'}$.
c. Calculer l'aire du triangle OAB.
d. Déterminer les composantes de $\vec{b'}$.



Exercice 32

a. Soient $\vec{a} = \binom{-7}{4}$ et $\vec{b} = \binom{x}{-3}$. Déterminer x tel que $\vec{a} \perp \vec{b}$.
b. Soient $\vec{c} = \binom{x}{2x-3}$ et $\vec{d} = \binom{x+1}{-4}$. Déterminer x de sorte que $\vec{c} \perp \vec{d}$.

Exercice 33

Soient $A(-1;-2)$ et $B(7;4)$ deux sommets du triangle isocèle ABC, de base AB. Déterminer les coordonnées de C de sorte que l'aire du triangle soit 75.

Exercice 34

Déterminer l'équation de la figure formée par l'ensemble des points $P(x;y)$ tels que $\overrightarrow{AP} \perp \vec{n}$ dans les cas suivants :

a. $A(3;1)$ et $\vec{n} = \binom{2}{-3}$
b. $A(-5;2)$ et $\vec{n} = \binom{-4}{-1}$

Exercice 35

Déterminer les équations cartésiennes des droites suivantes :

a. a : par$A(-2;3)$, $\parallel$ $\vec{d} = \binom{-2}{5}$
b. b : par$B(3;-1)$, $\perp$ $\vec{n} = \binom{-4}{3}$
c. c : par$C(-6;0)$, $\perp$ a
d. d : par$D(5;2)$, $\parallel$ b

Exercice 36

a. Donner un vecteur directeur et deux points de la droite $3x - 4y - 12 = 0$.

b. Donner un vecteur normal et un point de la droite $5x + 3y + 9 = 0$.

c. Donner un vecteur normal de la droite passant par $A(-2; 5)$ et $B(4; 1)$.

Exercice 37

On donne la droite $d : x + 4y - 5 = 0$ et les points $A(-1; 4)$ et $B(5; 2)$.

a. Trouver le(s) point(s) $C \in d$ de manière que le triangle ABC soit rectangle.

b. Trouver le(s) point(s) $C \in d$ de manière que le triangle ABC soit isocèle en C.

c. Trouver le(s) point(s) $C \in d$ de manière à ce que l'aire du triangle ABC soit de 6.

Exercice 38

Soit la droite a : $3x - 4y - 17 = 0$.

a. Déterminer l'équation cartésienne de b perpendiculaire à a et passant par $B(-3; 6)$.

b. Calculer les coordonnées de l'intersection entre a et b.

c. Calculer les coordonnées du point C, symétrique de B par rapport à la droite a.

Exercice 39

Soit le triangle de sommets $A(6; 0)$, $B(0; 4)$ et $C(-2; 0)$.

a. Trouver les équations cartésiennes des médiatrices m_{AB}, m_{AC} et m_{BC}.

b. En déterminer le point d'intersection.

c. Déterminer le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC

d. Faire un dessin de contrôle (unité : 2 carreaux)

Exercice 40

Calculer la distance de la droite $d : 4x - 3y - 24 = 0$ au point O, puis $B(11; -10)$, puis $C(9; 4)$. Déterminer les équations cartésiennes des droites qui sont à distance 2 de la droite d. Faire un dessin.

Exercice 41

Soient $a : 4x + 3y - 12 = 0$ et $b : 7x - y - 46 = 0$.
On cherche les points de la droite b qui sont à distance 5 de la droite a. Les obtenir d'abord par dessin, puis par calcul.

Exercice 42

Soit la droite a : $4x + 3y - 24 = 0$ et la droite b : par $B(0; 13)$, $\parallel a$. Calculer la distance entre a et b. Déterminer l'équation cartésienne de la droite c équidistante de a et b. Déterminer l'équation cartésienne de la droite d dont la distance à a est le double de la distance à b. S'aider d'un dessin.

Exercice 43

Soient les droites a : $3x - 4y + 1 = 0$ et b : $12x + 5y - 7 = 0$. Trouver les équations cartésiennes des deux bissectrices de a et b.

Exercice 44

Soient les sommets $A(-10;-8)$, $B(6;4)$ et $C(11;-8)$ d'un triangle.

a. Calculer son aire.

b. Déterminer les équations des bissectrices intérieures du triangle. Calculer les coordonnées de leur intersection, centre du cercle inscrit dans le triangle. Calculer le rayon de ce cercle.

c. Déterminer les coordonnées du point de tangence de ce cercle avec le côté AB du triangle.

d. Faire un dessin de contrôle.

Exercice 45

Soit le point $M(5;3)$.

a. Que forme l'ensemble des points $P(x;y)$ tels que $d(M,P)=5$? Donner l'équation cartésienne de cette figure.

b. Parmi ces points, calculer les abscisses de ceux qui sont sur l'axe Ox.

Exercice 46

Les équations suivantes caractérisent-elles des cercles ? Si c'est le cas, donner les coordonnées du centre et le rayon.

a. $x^2+y^2-14x-2y-126=0$

b. $x^2+y^2+10x+14y+123=0$

c. $x^2+y^2+8x-16y+80=0$

d. $3x^2+3y^2+7x-10=0$

Exercice 47

a. Ecrire l'équation du cercle $\mathcal{C}$ de centre $C(-7;4)$ et rayon $r=13$.

b. Calculer a_1 (>0) et b_2 (<0) sachant que les points $A(a_1;9)$ et $B(-2;b_2)$ appartiennent au cercle

c. Trouver l'équation de la médiatrice m du segment AB.

d. Vérifier que le centre du cercle $\mathcal{C}$ est sur la médiatrice m.

Exercice 48

Soit le cercle $\mathcal{C} : x^2+y^2+10x-4y-35=0$.

a. Etudier la position relative du cercle et de chacun des points $P_1(1;11)$, $P_2(-10;9)$ et $P_3(3;1)$.

b. Déterminer les équations des tangentes à $\mathcal{C}$ qui sont parallèles à $\vec{d}=\binom{4}{7}$. Trouver les coordonnées des deux points de tangences.

c. Déterminer la position relative du cercle et de la droite $d : x+8y+54=0$. Calculer les coordonnées des éventuels points communs.

Exercice 49

Déterminer l'équation de la tangente au cercle $\mathcal{C} : x^2+y^2+10y+2y+13=0$ en son point $T(-3;2)$.

Exercice 50

Déterminer l'intersection de la droite $d : x+y-4=0$ et du cercle $\mathcal{C} : (x-1)^2+(y+3)^2=20$.

Exercice 51

Déterminer l'équation du cercle qui est centré en $M(-2;3)$ et tangent à la droite $d : x+2y=0$.

Exercice 52

Trouver les équations des droites qui sont tangentes au cercle $\mathcal{C} : (x-2)^2 + (y+5)^2 = 17$ et parallèles à $d : x - 4y + 10 = 0$.

Exercice 53

Soient les points $P(-2;7)$, $Q(2;3)$ et $R(4;5)$. Prouver, par calcul, que le triangle PQR est un triangle rectangle. Déterminer l'équation du cercle passant par P, Q et R.

Exercice 54

Déterminer l'équation du cercle inscrit dans le triangle formé par les droites $d_1 : x+2=0$, $d_2 : y-3=0$ et $d_3 : 5x+12y-60=0$.

Exercice 55

Soient les points $A(-3;3)$ et $B(4;0)$. Déterminer les coordonnées des points P_1 et P_2 sur $d : y = x$, de manière à ce que le triangle ABP soit isocèle en B. Calculer l'aire du quadrilatère AP_1BP_2.

Exercice 56

Pour quelles valeurs de m la droite d'équation $y = mx$

a. coupe-t-elle le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$?

b. est-elle tangente à ce cercle ?