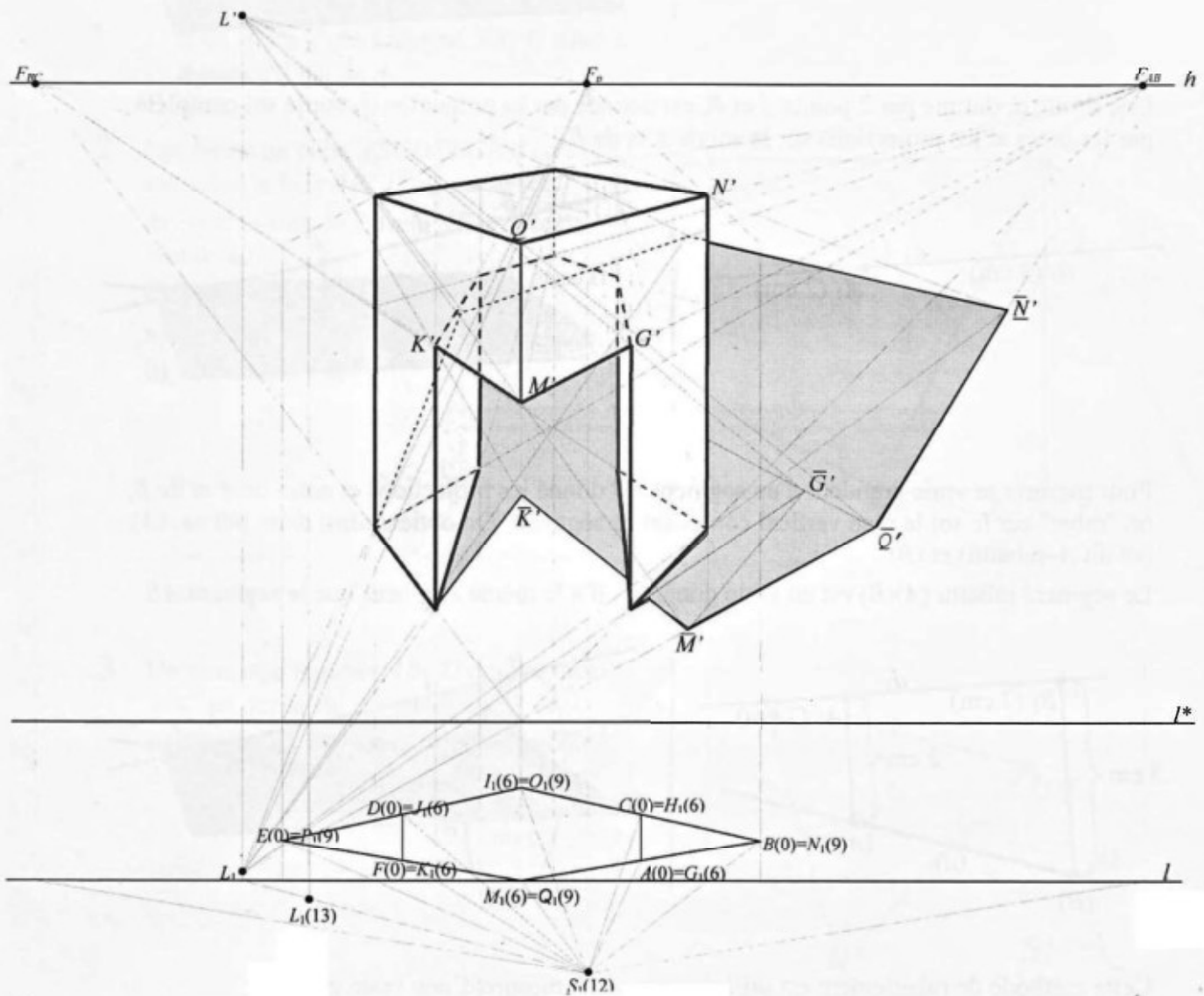


Perspective

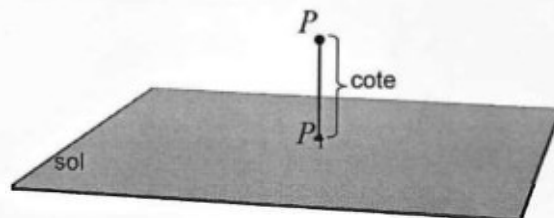


1 Géométrie cotée

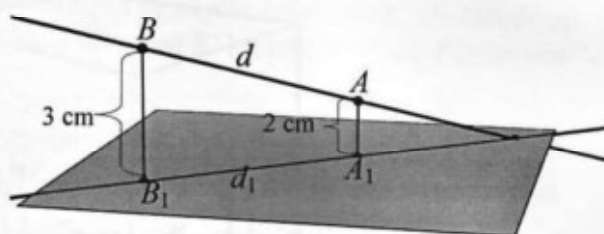
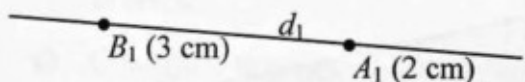
Avant de représenter des corps en perspective, il est nécessaire de décrire l'emplacement de points et de droites dans l'espace. On utilise pour cela une méthode appelée *géométrie cotée*.

Pour fixer l'emplacement d'un point P de l'espace en géométrie cotée, on donne sa projection orthogonale P_1 dans le sol (le sol étant représenté par la feuille de papier) et on indique sa cote (hauteur). La cote du point peut être indiquée, entre parenthèse, à côté de sa projection dans le sol, ou simplement donnée par un texte.

P_1 (cote)

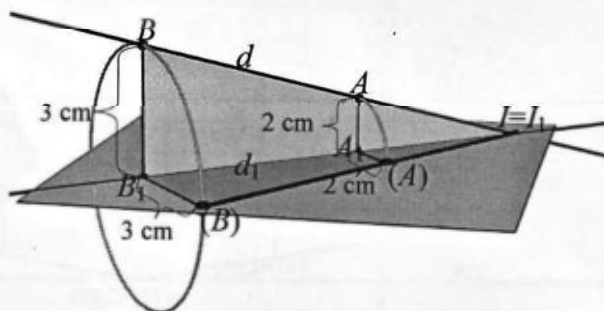
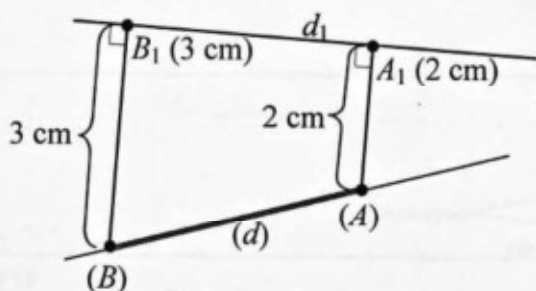


Une droite d , définie par 2 points A et B , est donnée par sa projection d_1 sur le sol complétée par les cotes et les projections sur le sol de A et de B .



Pour mesurer la vraie grandeur d'un segment AB donné les projections et cotes de A et de B , on "rabat" sur le sol le plan vertical contenant ce segment. On obtient ainsi deux points, (A) (se dit A -rabattu) et (B) .

Le segment rabattu $(A)(B)$ est en vraie grandeur, il a la même longueur que le segment AB .



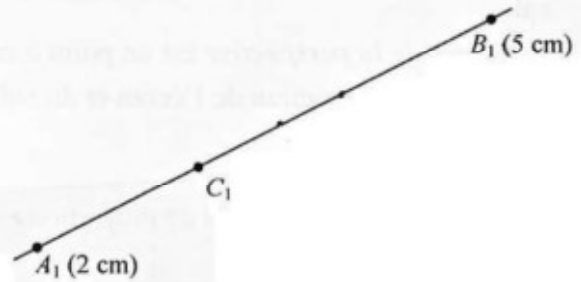
Cette méthode de rabattement est utilisée pour toute mesure d'une vraie grandeur.

Exercices

- 1 Une droite d de l'espace est donnée par la projection sur le sol et la cote de 2 points A et B .

En utilisant un rabattement de la droite d sur le sol,

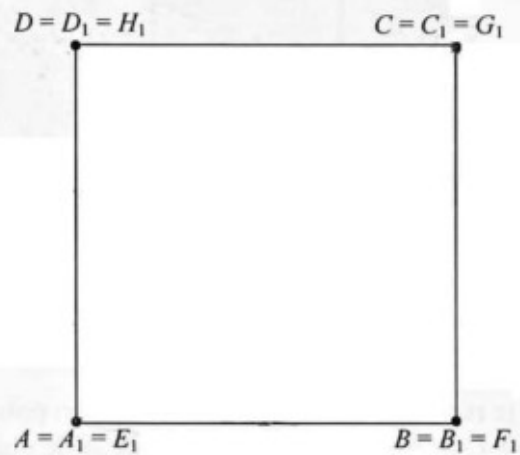
- déterminer la cote du point C de d , C donné par C_1 ;
- construire la projection D_1 sur le sol d'un point D de d dont la cote est 4 cm;
- construire le point E de d dont la cote est nulle;
- construire la projection F_1 sur le sol d'un point F du segment AB , F situé à distance 4 cm de A .



- 2 On donne un cube $ABCDEFGH$ d'arête 5 cm, dont la face $ABCD$ est sur le sol. M est le milieu de l'arête AB et N le milieu de EF .

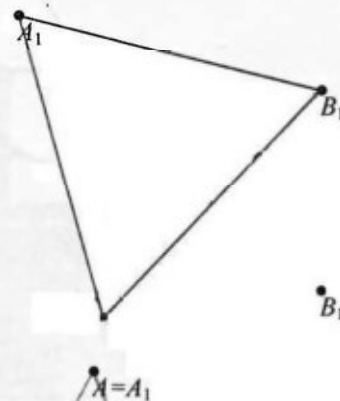
Construire la vraie grandeur

- du triangle CMN
- du triangle CMF



- 3 Un tétraèdre régulier $ABCD$ dont la face ABC est sur le sol est donné par A et B . Construire C_1 et D_1 , puis trouver la cote du point D .

cote = 3,5 cm



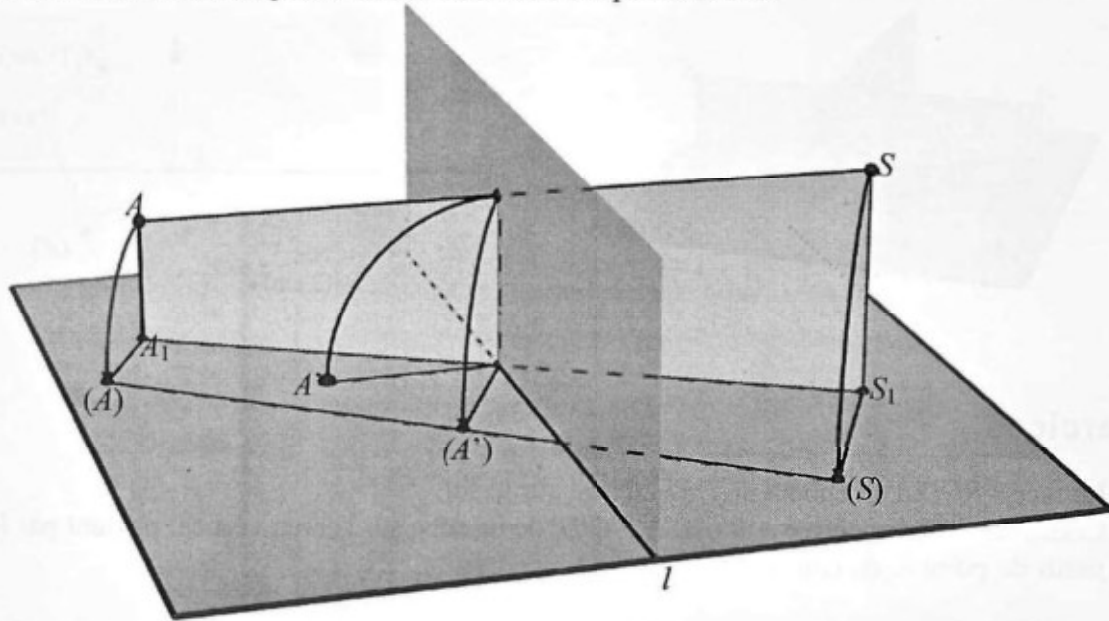
- 4 On donne les points A (de cote nulle), B (de cote 3 cm) et S (de cote 5 cm) ainsi qu'une droite l du sol.

Les droites SA et SB coupent le plan vertical contenant l en A' et B' .

Construire la vraie grandeur du segment $A'B'$.



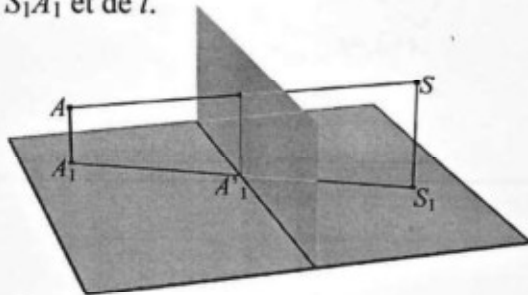
On considère une perspective de centre S sur un écran vertical donné par sa ligne de terre l . Un point A étant donné, la construction de la perspective A' du point A se fait en utilisant un rabattement sur le sol du plan vertical contenant les points S et A .



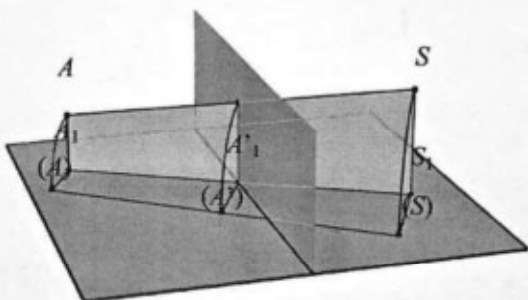
Marche à suivre de la construction de A'

Le point A est donné par sa cote et sa *projection* A_1 sur le sol. La construction de la perspective A' de centre S (donné par S_1 et sa cote) dans l'écran vertical donné par l peut se faire de la façon suivante.

- 1) Construire A'_1 , intersection de la droite S_1A_1 et de l .



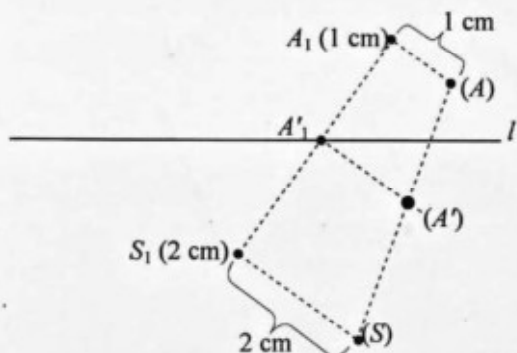
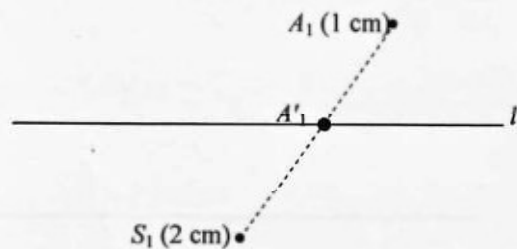
- 2) Construire (A') en rabattant sur le sol le plan vertical contenant S et A .



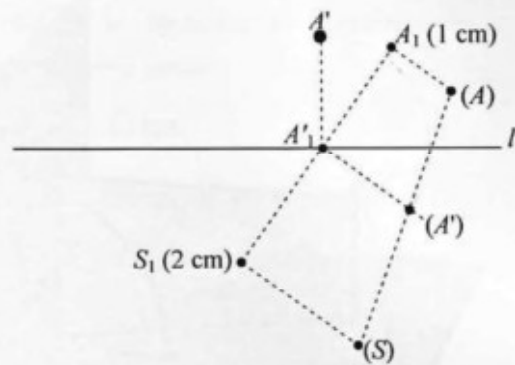
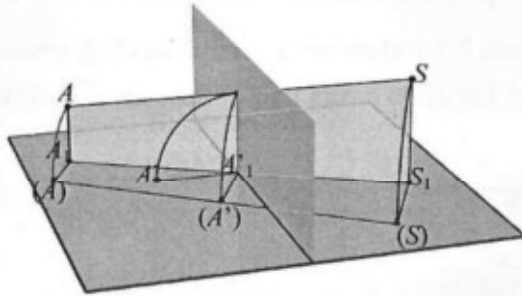
A_1 (1 cm) ▶



S_1 (2 cm) ●

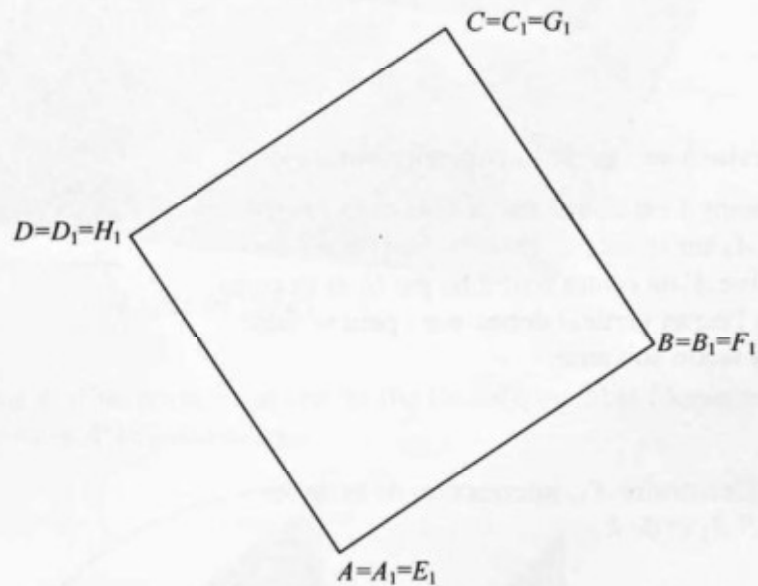


- 3) Relever (A') pour obtenir A'_1 .
 La distance entre A'_1 et (A') est la même
 que celle entre A'_1 et A' .



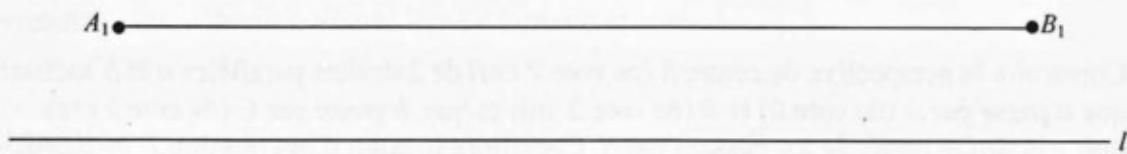
Exercices

- 5 La face $ABCD$ d'un cube $ABCDEFGH$ est sur le sol.
 Construire la perspective $A'B'C'D'E'F'G'H'$ de ce cube sur l'écran vertical passant par l , à
 partir du point S , de cote 4 cm.

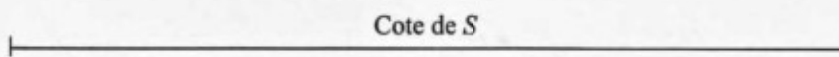


• S_1

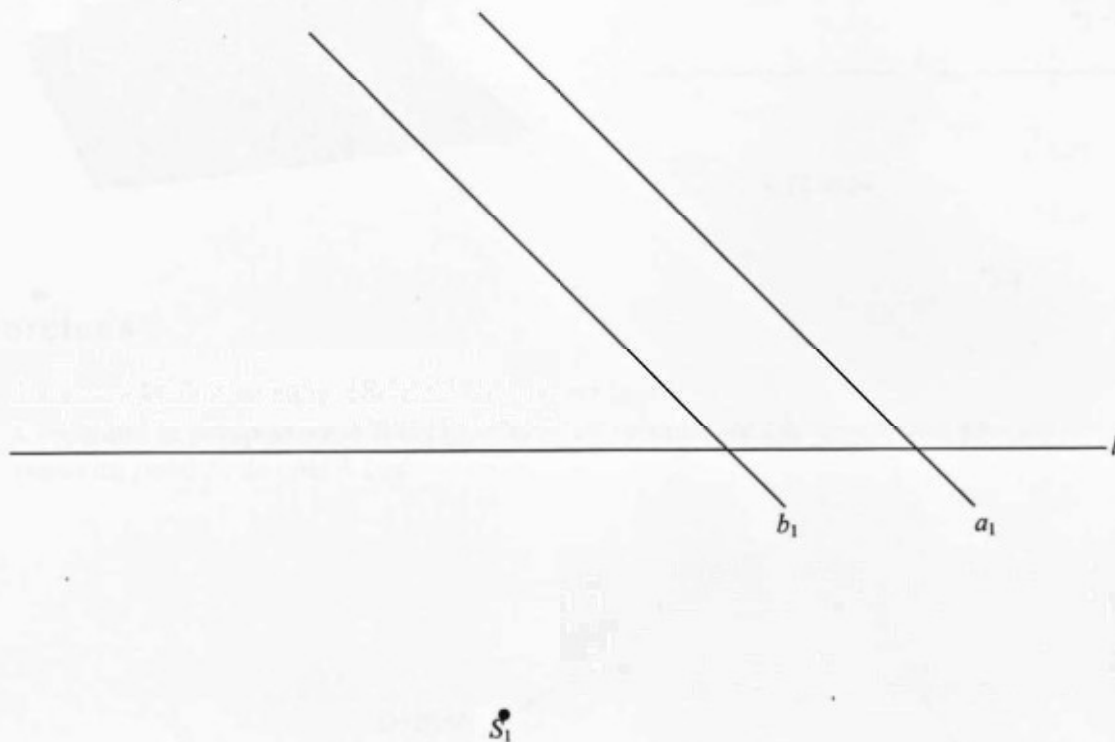
- 6 La face ABC du tétraèdre régulier $ABCD$ est dans le sol. Construire C_1, D_1 et la cote de D . Construire ensuite la perspective $A'B'C'D'$ du tétraèdre sur l'écran contenant l à partir du point S .



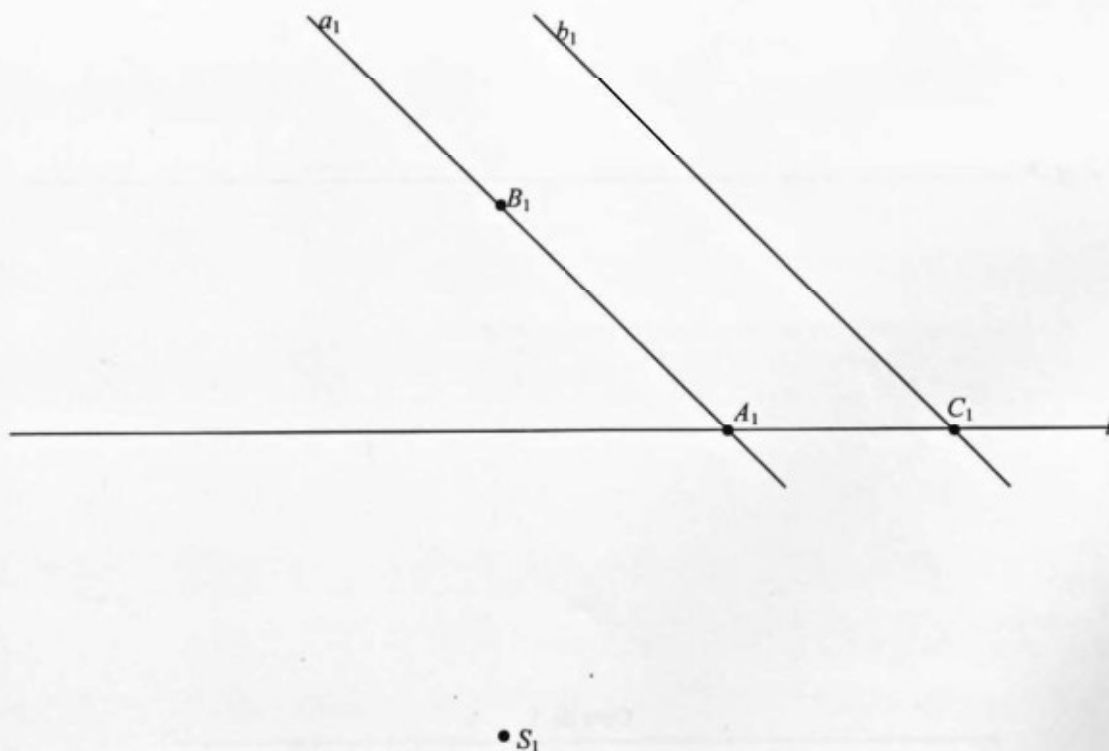
S_1 •



- 7 Construire la perspective de 2 droites horizontales et parallèles a et b sachant que a est à hauteur 3 cm et b à hauteur 1 cm.
 Soit c , la parallèle à a et passant par S (de cote 6 cm). Construire le point d'intersection F de c et de l'écran.
 Ce point F est appelé le point de fuite de la direction des droites a , b et c .



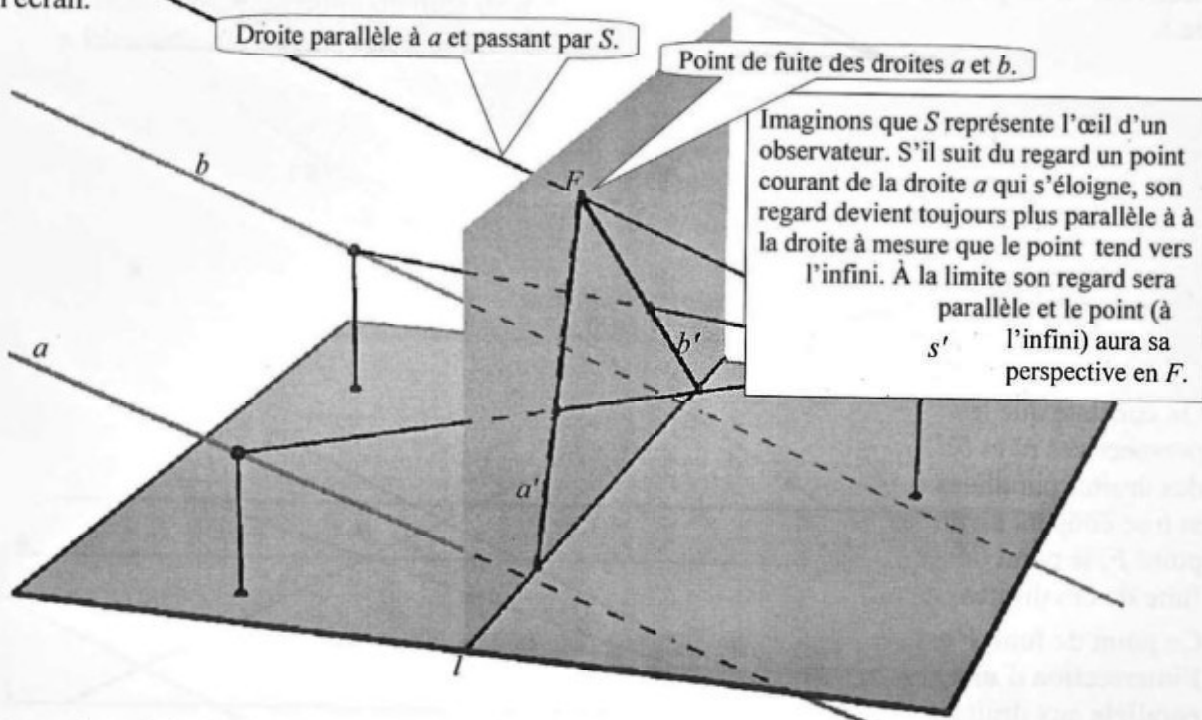
- 8 Construire la perspective de centre S (de cote 2 cm) de 2 droites parallèles a et b sachant que a passe par A (de cote 0) et B (de cote 2 cm) et que b passe par C (de cote 1 cm).
 Soit c la droite parallèle à a passant par S . Construire le point d'intersection F de c et de l'écran.



3 Points de fuite

Les perspectives a' et b' de deux droites parallèles a et b se coupent en un point F appelé *point de fuite*. Les perspectives de toute les droites parallèles aux droites a et b passent par le même point de fuite.

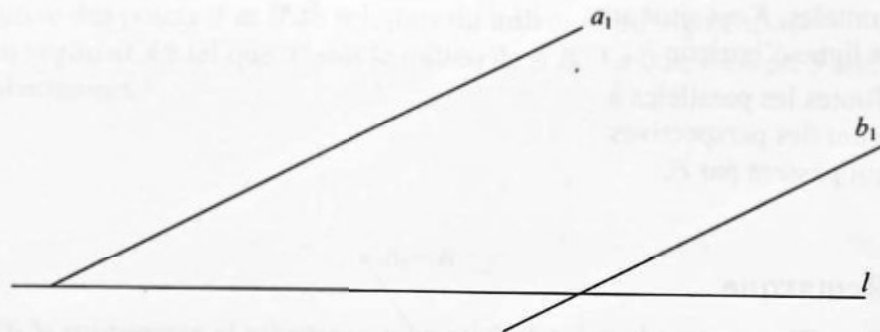
Le point de fuite F d'une droite a est l'intersection de la parallèle à a passant par S et de l'écran.



Les points de fuite des droites horizontales ont la même cote que S , ils forment une droite horizontale dans l'écran nommée ligne d'horizon et notée h .

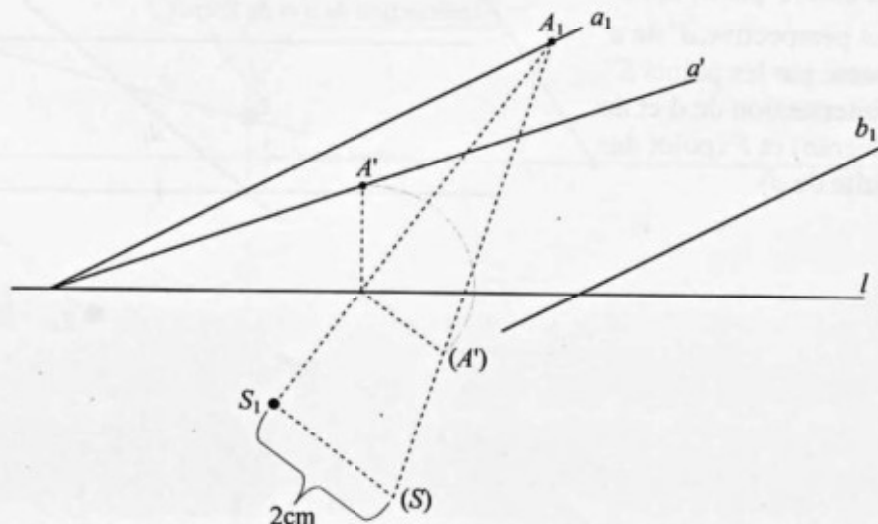
Exemple

Deux droites a et b sont horizontales et parallèles; a est sur le sol, la cote de b vaut 1 cm et la cote de S est de 2 cm.

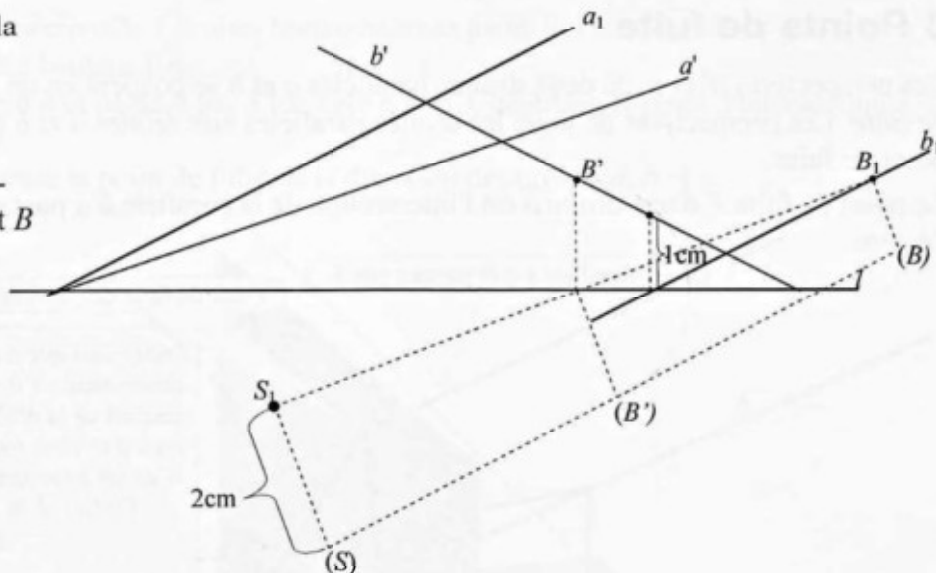


On construit d'abord la perspective a' de a .

La droite a' passe par l'intersection de a avec l'écran (sur le sol, donc sur la ligne de terre l) et par la perspective A' d'un point A de a .



On construit encore la perspective b' de b .
 b' passe par l'intersection de b avec l'écran et par la perspective B' d'un point B de b .

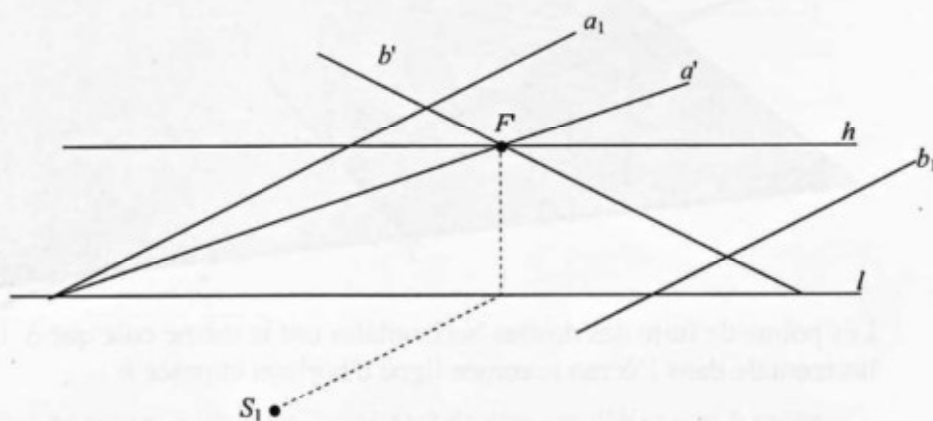


On constate que les perspectives a' et b' des droites parallèles a et b se coupent en un point F , le point de fuite de ces droites.

Ce point de fuite F est l'intersection d'une parallèle aux droites a et b passant par S .

Les droites étant horizontales, F est situé sur la ligne d'horizon h .

Toutes les parallèles à a ont des perspectives qui passent par F .

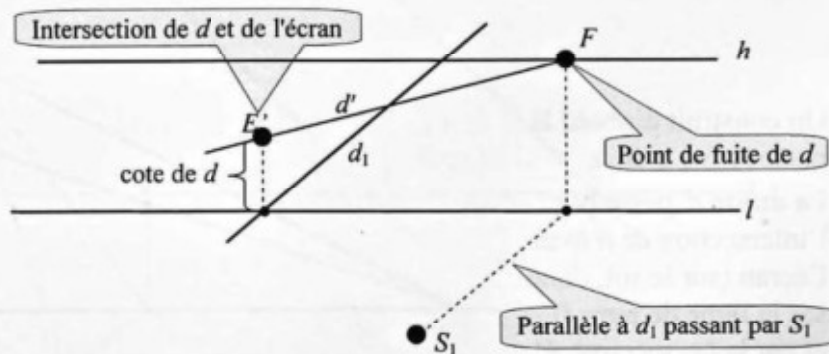


Remarque

On utilise souvent le point de fuite pour construire la perspective d' d'une droite horizontale d .

d est donnée par d_1 et sa cote, S par S_1 et h .

La perspective d' de d passe par les points E' (intersection de d et de l'écran) et F (point de fuite de d).

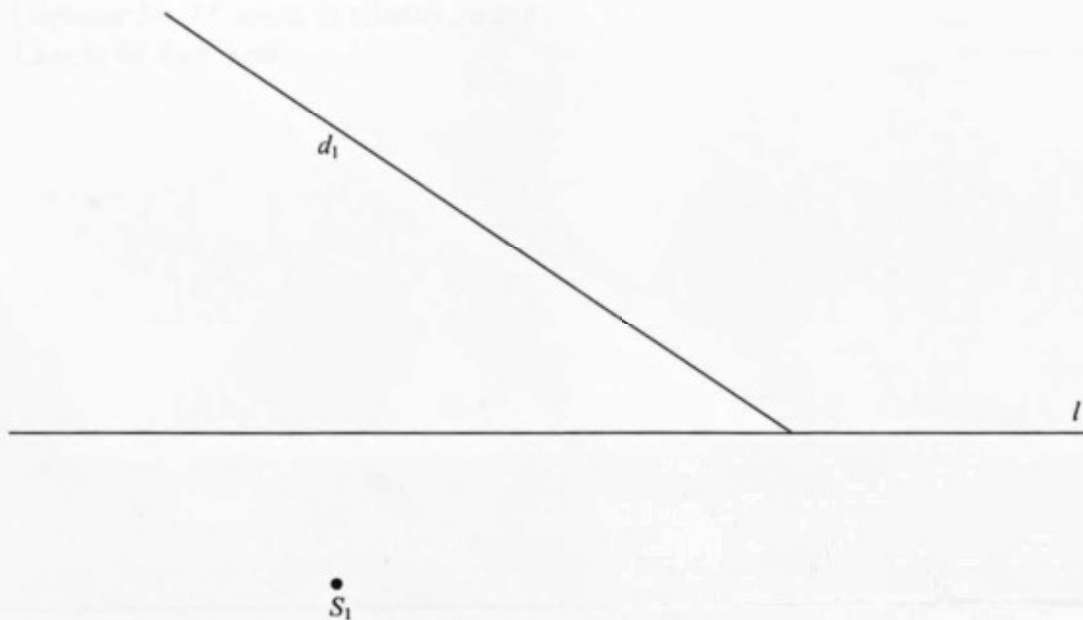


Exercices

9 Construire la perspective de l'horizontale d (de cote 3 cm), la cote de S étant 5 cm.

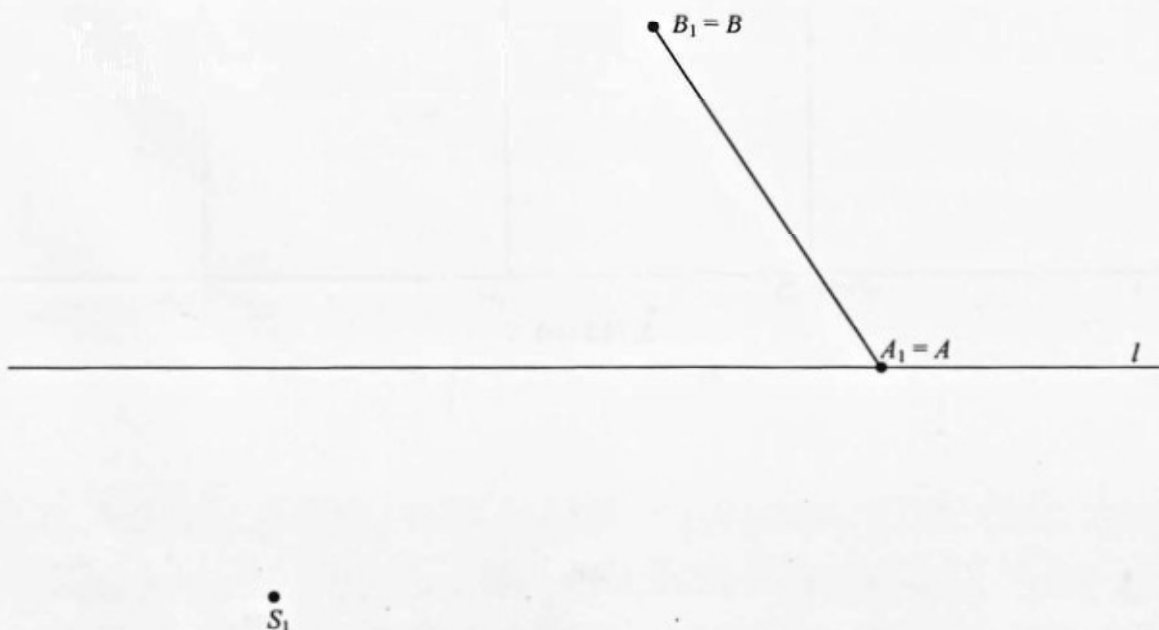
Marche à suivre:

- dessiner la ligne d'horizon h ;
- construire A' , perspective de l'intersection de d et de l'écran ;
- construire F , le point de fuite de d ;
- dessiner d' passant par A' et F .

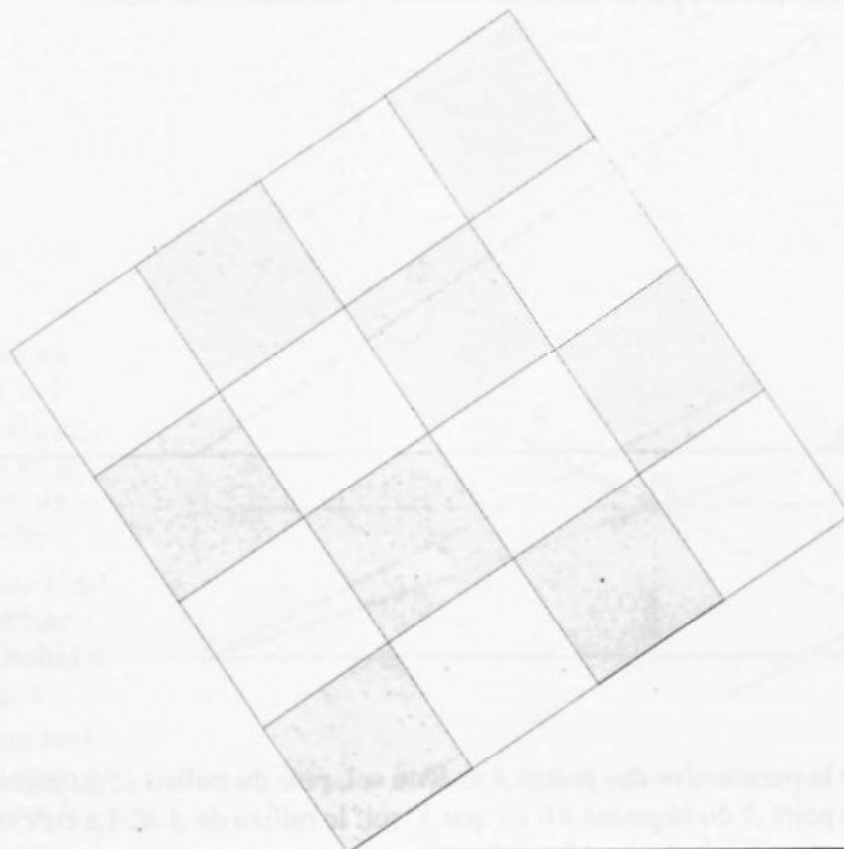


10 Construire la perspective des points A et B du sol, puis du milieu M du segment AB .

Trouver le point X du segment AB tel que X' soit le milieu de $A'B'$. La cote de S est 5 cm. N'effectuer aucun rabattement !



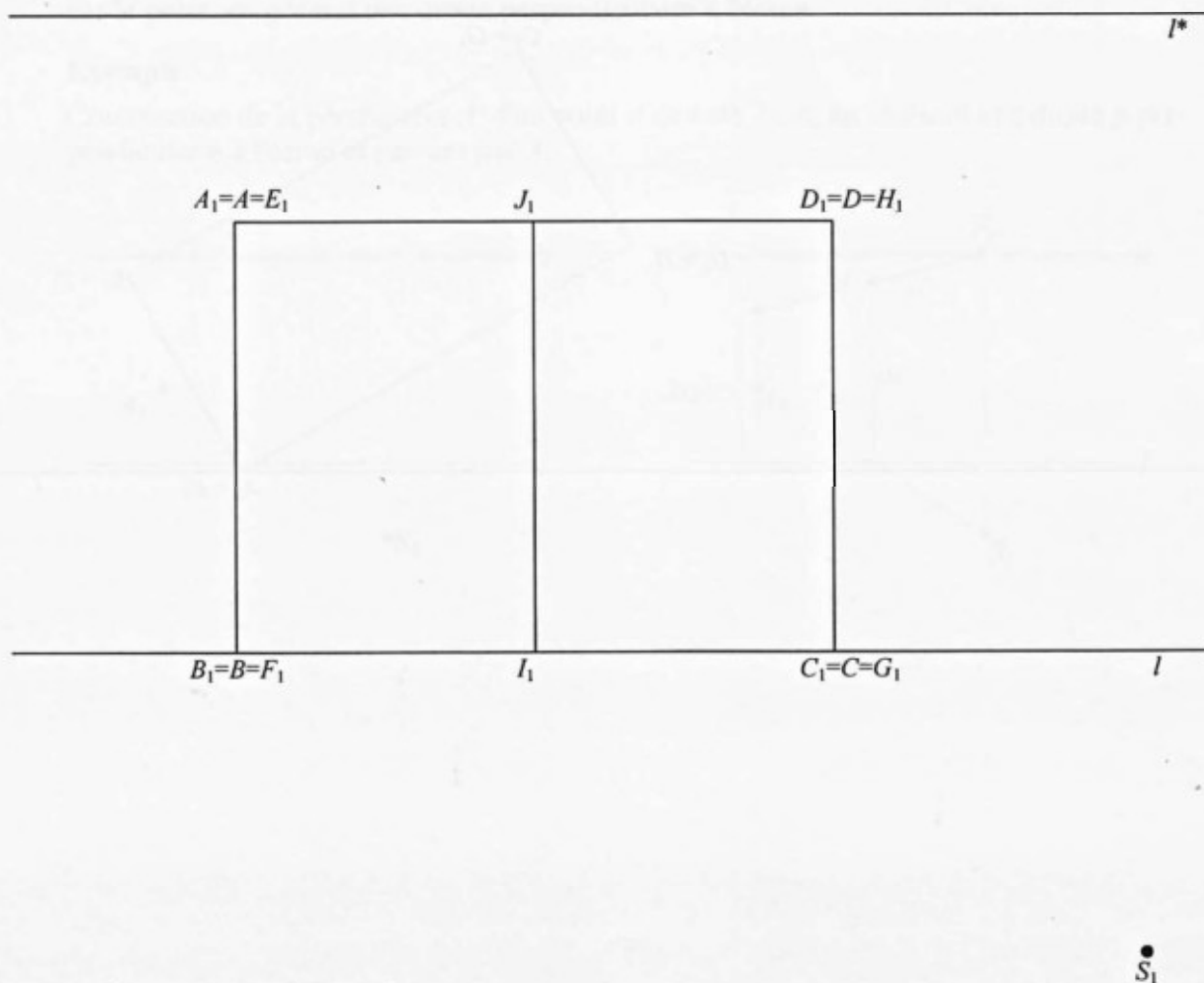
- 11** Un échiquier de 16 cases est peint sur le sol.
Construire, sur l'écran vertical donné par l et à partir du point S , la perspective de cet échiquier.



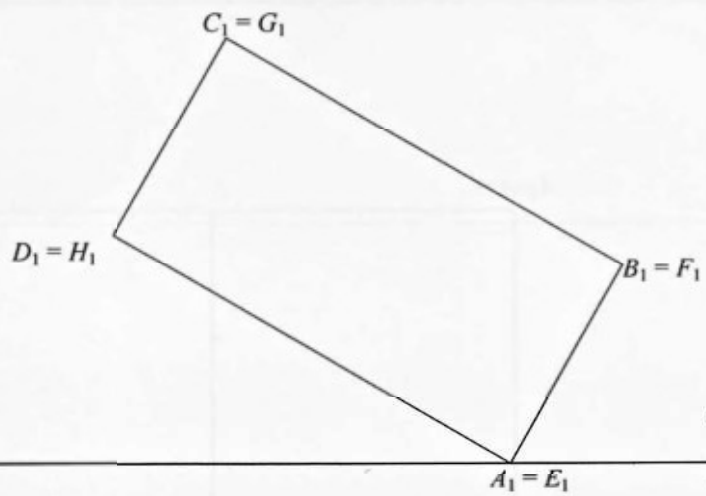
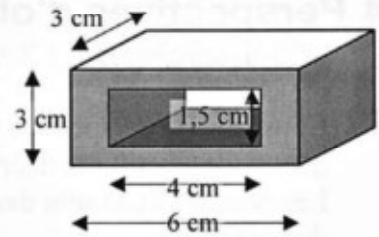
S_1 (4,5 cm)

4 Perspectives d'objets divers

- 12** Construire la perspective sur l'écran vertical donné par l et à partir du point S , de la maquette d'un bâtiment décrit ci-dessous.
Les points $ABCD$ sont dans le sol, les points $EFGH$ sont de cote 4 cm et les points I et J de cote 6 cm.
Les faces du bâtiment sont opaques, sauf la face $BFIG$.
Déplacer l en l^* avant de rabattre l'écran.
La cote de S est 3 cm.



- 13** Un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ de hauteur 3 cm est posé sur le sol. Construire sa perspective sur un écran déplacé de l en l^* . Compléter cette perspective en trouant le volume comme indiqué ci contre. La cote de S est 4 cm.



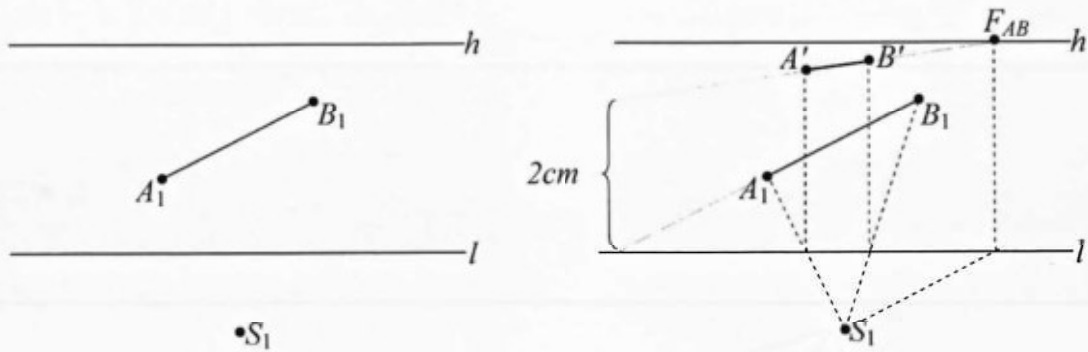
• S_1

Remarques

- 1) Pour construire la perspective d'un segment, on peut le prolonger jusqu'à ce qu'il coupe l'écran.

Exemple

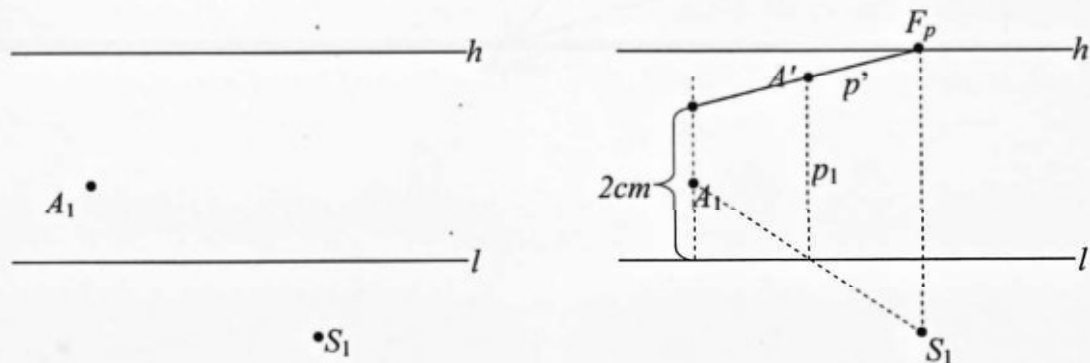
Construction de la perspective d'un segment horizontal AB de cote 2 cm.



- 2) Pour construire la perspective d'un point, on utilise souvent une droite auxiliaire qui passe par le point, en général une droite perpendiculaire à l'écran.

Exemple

Construction de la perspective A' d'un point A de cote 2 cm, en utilisant une droite p perpendiculaire à l'écran et passant par A .



14 On donne un cube $ABCDEFGH$ posé sur le sol par la perspective $A'B'$ d'une arête dans le sol. Construire la perspective du cube.

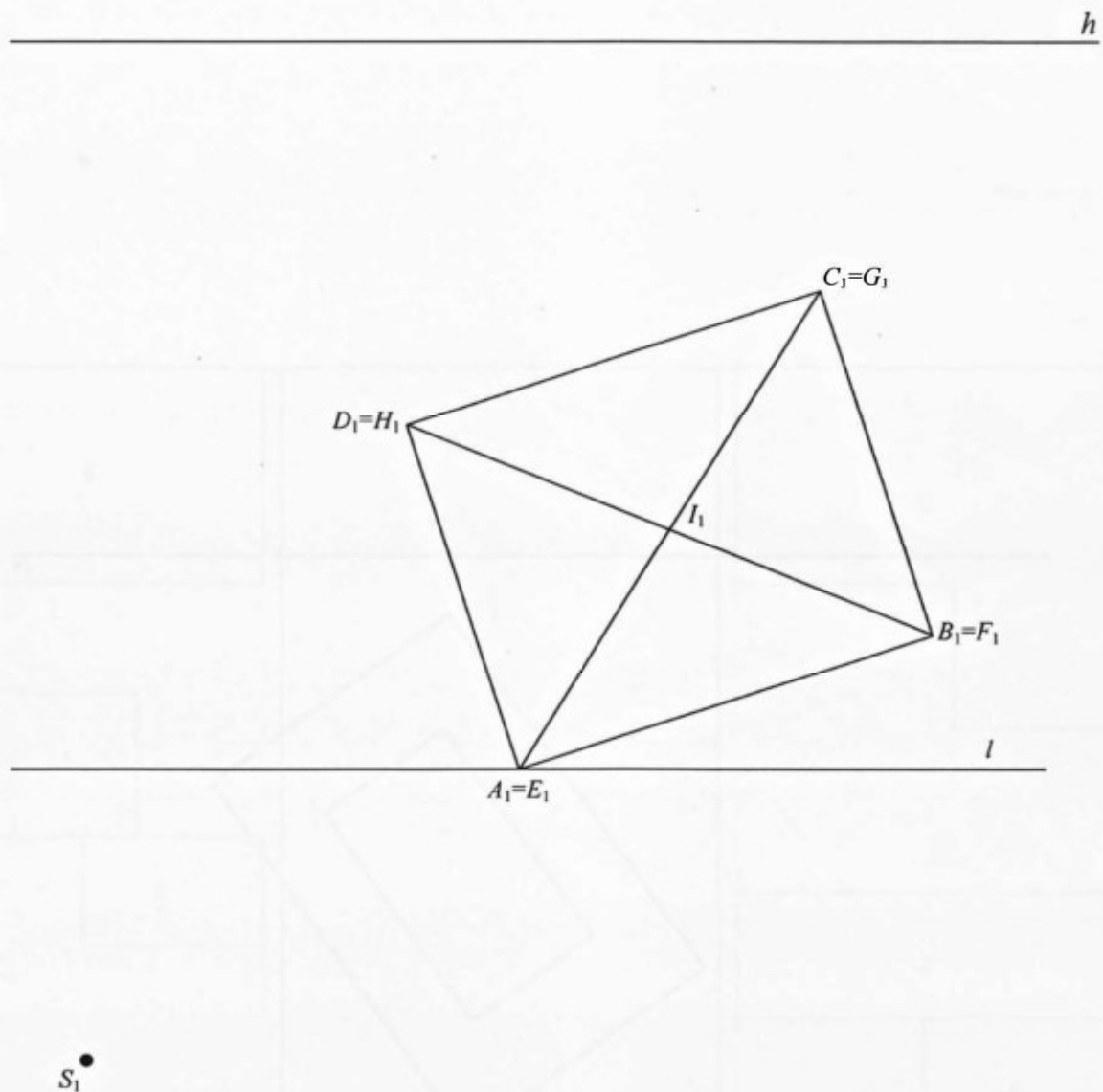
h

l

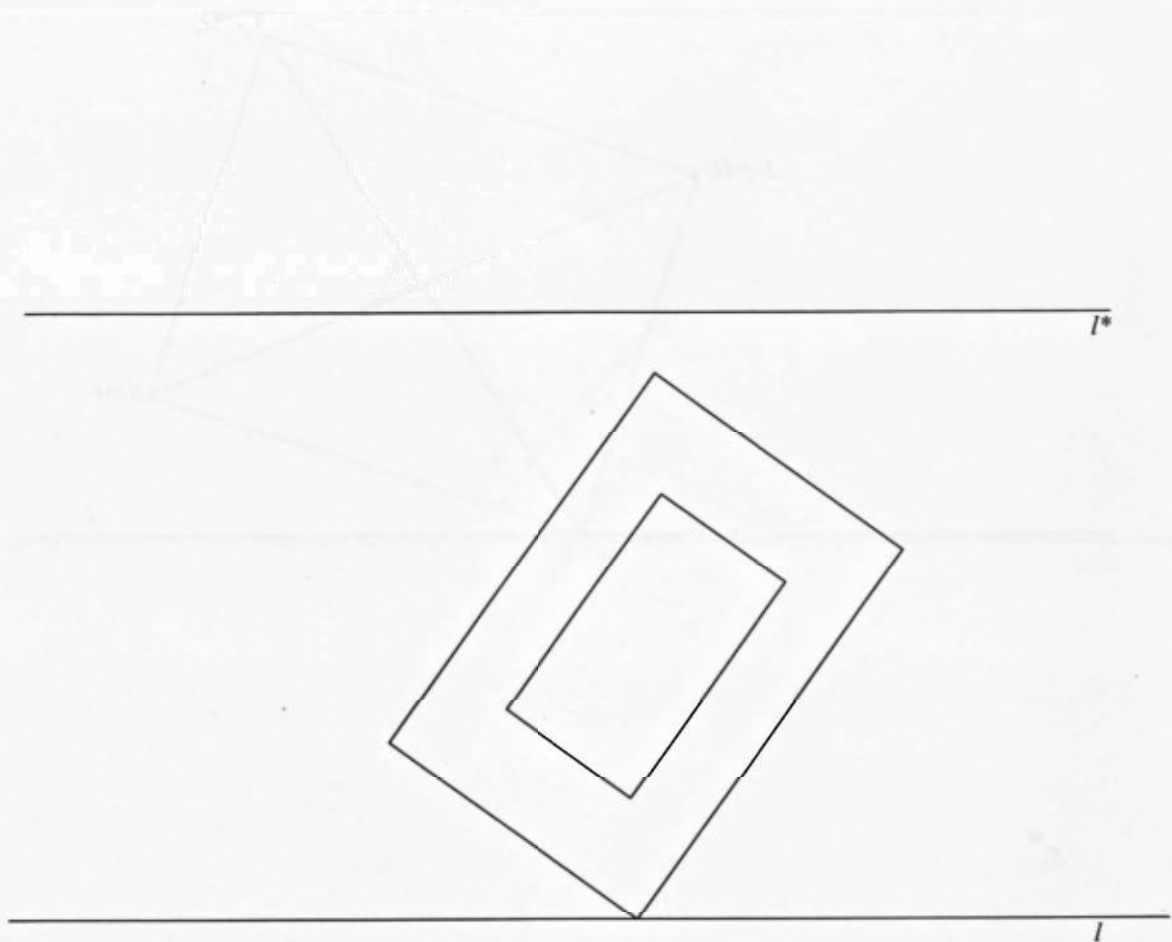


S_1

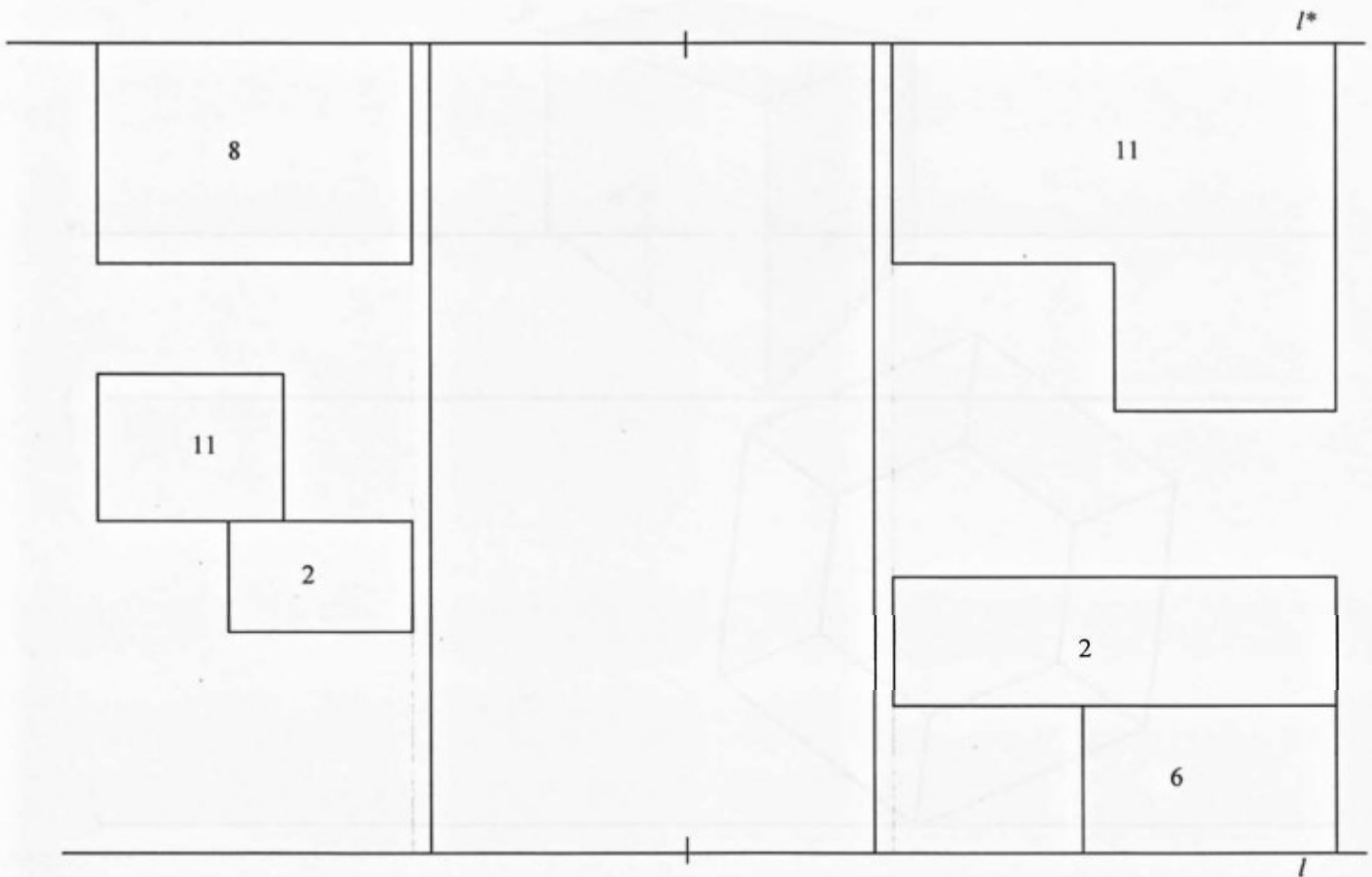
- 15** Construire la perspective de l'objet $ABCDEFGHI$ formé d'un parallélépipède rectangle de hauteur 4 cm surmonté d'une pyramide droite de hauteur 4 cm également. La cote de S est 10 cm.
La base $ABCD$ de l'objet est posée sur le sol.



- 16** Un édifice à 2 blocs est posé sur le sol. La hauteur du grand bloc inférieur est 3 cm, celle du petit bloc supérieur est 2 cm. La cote de S est 4 cm.
Construire la perspective de cet édifice.



- 17** Une rue est bordée de bâtiments parallélépipédiques rectangles dont on donne la hauteur (en cm).
 La cote de S est 4 cm.
 Construire la perspective de cette scène.

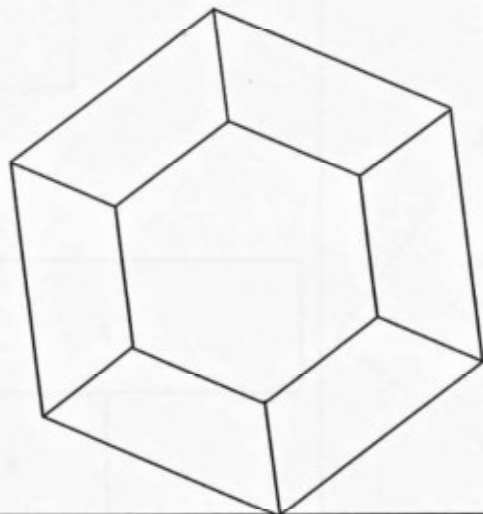


• S_1

- 18** Un tronc de pyramide régulière à base hexagonale est posé sur le sol, Sa hauteur est de 3.5 cm.
Construire sa perspective.

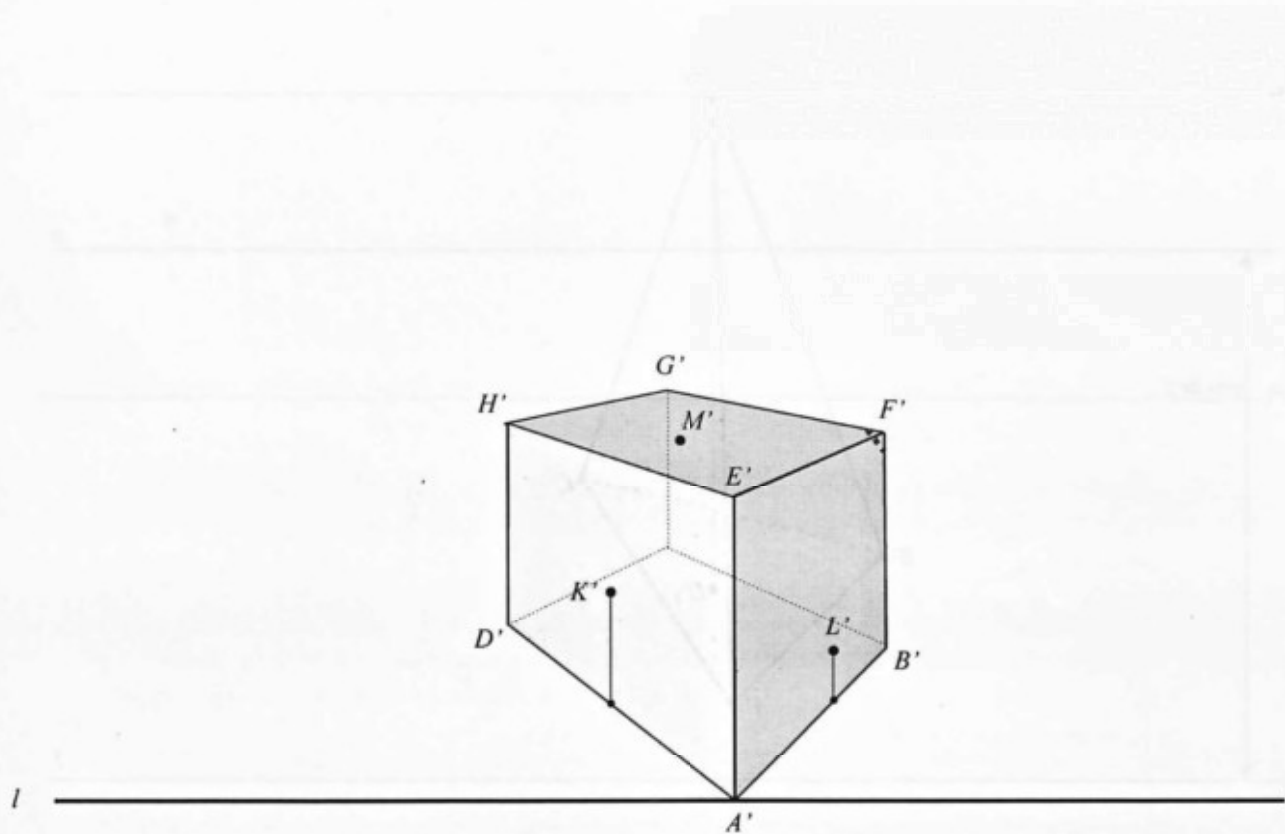
h^*

l^*

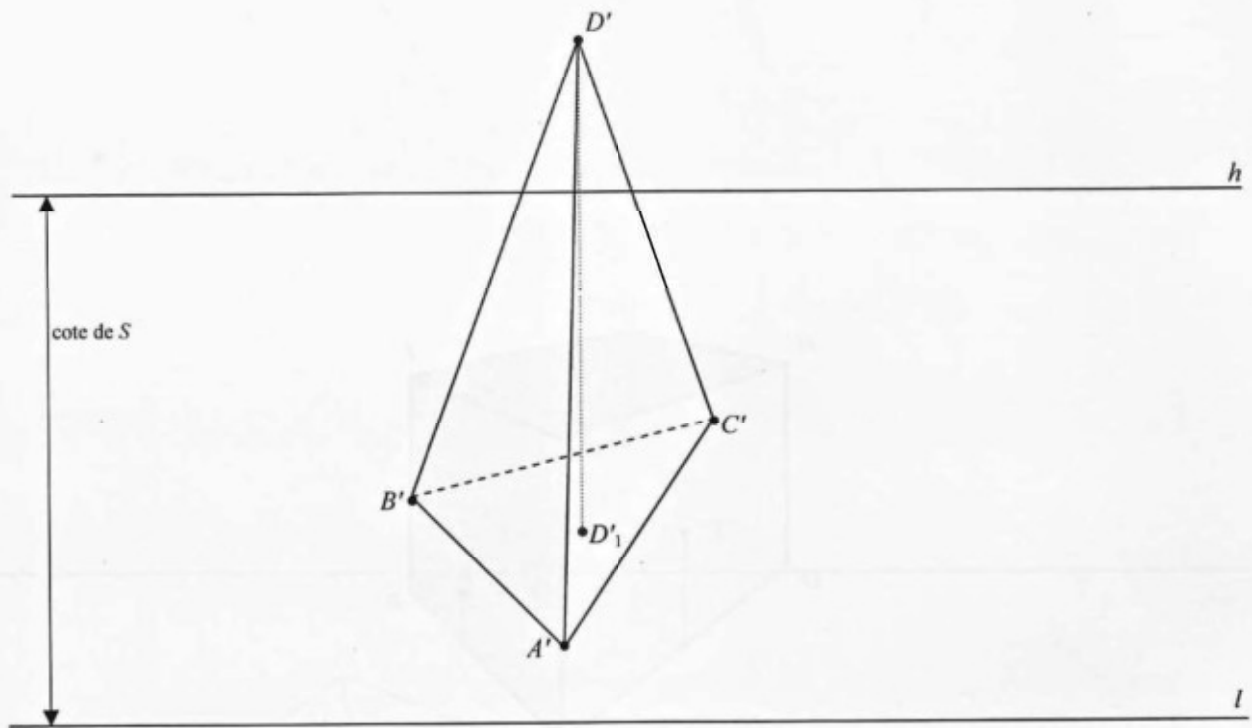


S_1

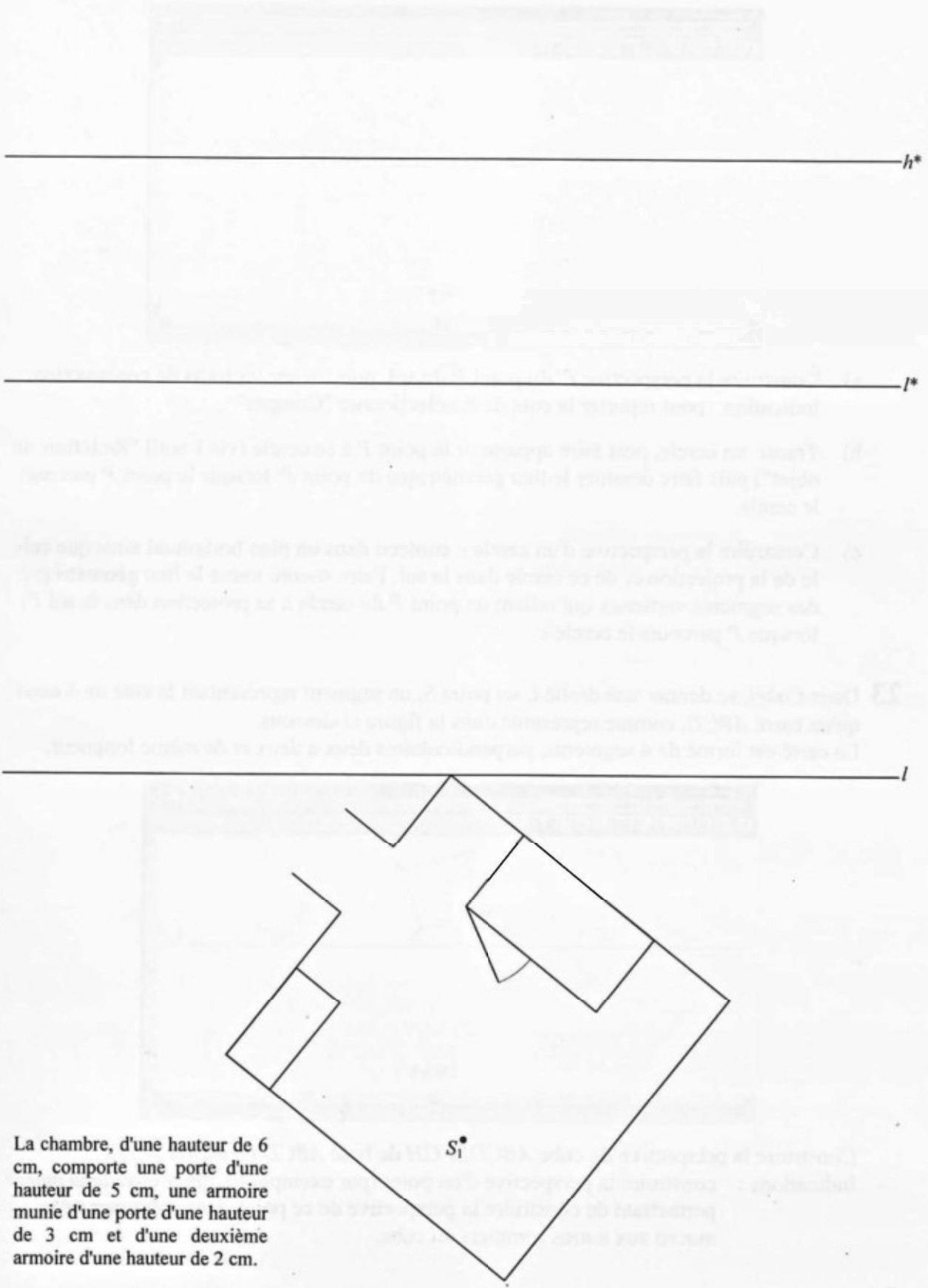
- 19 On donne un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ posé sur le sol par sa perspective ainsi que la perspectives de 3 points, K , un point de la face $AEHD$, L , un point de la face $ABFE$ et M , un point de la face $EFGH$.
 Construire la perspective M_1' de la projection de M sur le sol, puis de construire la perspective de la section du parallélépipède avec le plan contenant KLM .



20 On donne la perspective $A'B'CD'$ d'une pyramide posée sur le sol.
 Construire la projection $A_1B_1C_1D_1$ de cette pyramide sur le sol et donner la cote de D .



21¹ Construire la perspective intérieure de la maquette de la chambre ci-dessous. La cote de S est 4 cm.

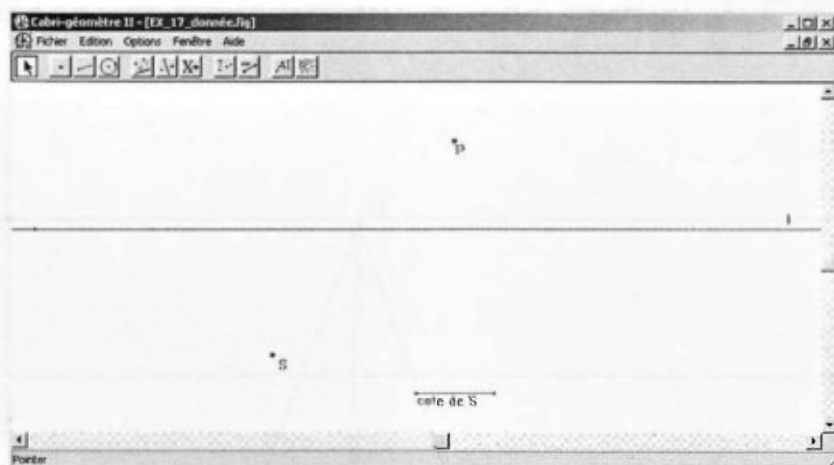


La chambre, d'une hauteur de 6 cm, comporte une porte d'une hauteur de 5 cm, une armoire munie d'une porte d'une hauteur de 3 cm et d'une deuxième armoire d'une hauteur de 2 cm.

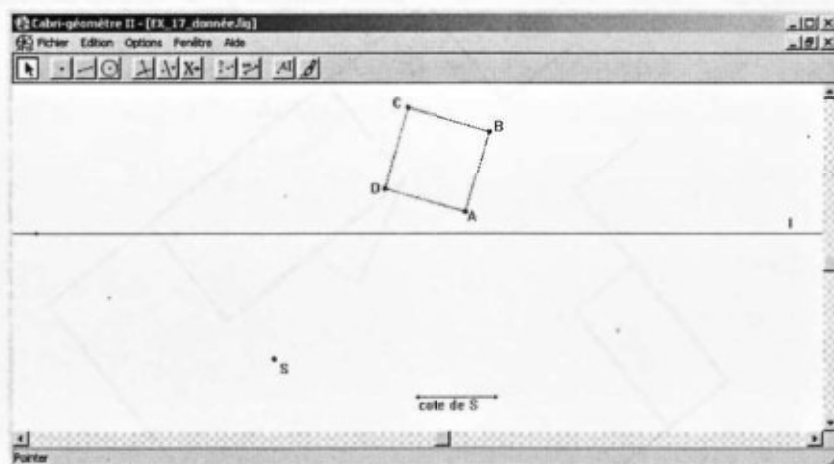
¹ D'après un exercice d'un cours de perspective de la section d'architecture de l'EPFL.

5 Utilisation du logiciel Cabri

- 22 Avec le logiciel *Cabri*, dessiner une droite l , un point S , un point P ainsi qu'un segment représentant la cote de S , comme représenté dans la figure ci-dessous.



- Construire la perspective P' du point P du sol, puis cacher les traits de construction. Indication : pour reporter la cote de S , sélectionner "Compas"
 - Tracer un cercle, puis faire appartenir le point P à ce cercle (via l'outil "Redéfinir un objet") puis faire dessiner le lieu géométrique du point P' lorsque le point P parcourt le cercle.
 - Construire la perspective d'un cercle c contenu dans un plan horizontal ainsi que celle de la projection c_1 de ce cercle dans le sol. Faire encore tracer le lieu géométrique des segments verticaux qui relient un point P du cercle à sa projection dans le sol P_1 lorsque P parcourt le cercle c .
- 23 Dans *Cabri*, se donner une droite l , un point S , un segment représentant la cote de S ainsi qu'un carré $ABCD$, comme représenté dans la figure ci-dessous.
Le carré est formé de 4 segments, perpendiculaires deux à deux et de même longueur.



Construire la perspective du cube $ABCDEFGH$ de base $ABCD$ posée sur le sol.

Indications : construire la perspective d'un point (par exemple E), créer ensuite la *macro* permettant de construire la perspective de ce point, puis appliquer cette *macro* aux autres sommets du cube.

- 24 Refaire, en utilisant le logiciel Cabri, l'une ou l'autre des constructions des exercices pré4574cédents.