TE de révision - PROBABILITES
CORRIGE

Exercice 1:

On va utiliser la loi binomiale: $\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$ avec $q = 1 - p$.

a) Ici, $n = 4$, $k = 0$, $p = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$ et $q = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.

Ainsi la probabilité qu'aucune des 4 personnes ne porte un jeans est :

$$\binom{4}{0}\left(\frac{3}{10}\right)^0 \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^{4-0} = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^4 = \left(\frac{7}{10}\right)^4 = 0{,}2401 = \underline{\underline{24{,}01\,\%}}.$$

b) Ici, $n = 5$, $k = 2$, $p = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$ et $q = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.

Ainsi la probabilité que 2 des 5 personnes portent un jeans est :

$$\binom{5}{2}\left(\frac{3}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^{5-2} = 10 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^3 = 10 \cdot 0{,}09 \cdot 0{,}343 =$$
$$= 0{,}3087 = \underline{\underline{30{,}87\,\%}}.$$

c) La probabilité qu'au moins 1 des 5 personnes porte un jeans =
= 1 - la probabilité qu'aucune des 5 personnes porte un jeans.
Ici, $n = 5$, $k = 0$, $p = \frac{3}{10}$ et $q = \frac{7}{10}$.

Donc, la probabilité qu'au moins 1 des 5 personnes porte un jeans est:

$$1 - \binom{5}{0}\left(\frac{3}{10}\right)^0 \left(\frac{7}{10}\right)^{5-0} = 1 - 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^5 = 1 - \left(\frac{7}{10}\right)^5 = 1 - 0{,}16807 =$$
$$= 0{,}83193 = \underline{\underline{83{,}193\,\%}}.$$

Exercice 2:

En introduisant 1 franc et en gagnant les 2 francs, cela fait 1 franc de bénéfice.
En introduisant 1 franc et en perdant, cela fait 1 franc de perte.

a) En jouant 2 fois de suite, pour s'en tirer sans rien perdre ni gagner, il faut gagner 1 fois et perdre 1 fois:
gagner puis perdre: probabilité $= \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{21}{100}$;
perdre puis gagner: probabilité $= \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{21}{100}$.
Au total, la probabilité est donc: $\frac{21}{100} + \frac{21}{100} = \frac{42}{100} = \underline{\underline{42\,\%}}$.

b) En jouant 3 fois de suite, pour faire un bénéfice, il faut soit gagner les 3 fois, soit gagner 2 fois et perdre une fois.

On a donc les 4 possibilités suivantes :

gagner - gagner - gagner : probabilité $= \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{27}{1000}$;

gagner - gagner - perdre : probabilité $= \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{63}{1000}$;

gagner - perdre - gagner : probabilité $= \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{63}{1000}$;

perdre - gagner - gagner : probabilité $= \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{63}{1000}$.

Au total, la probabilité est donc : $\frac{27}{1000} + 3 \cdot \frac{63}{1000} = \frac{216}{1000} = 0{,}216 = \underline{\underline{21{,}6\,\%}}$.

c) On doit avoir la séquence perdre - perdre - perdre - perdre - gagner.
La probabilité est donc : $\frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{7203}{100'000} = 0{,}07203 = \underline{\underline{7{,}203\,\%}}$.

d) La probabilité de l'avoir payer au moins une fois =
= 1 - la probabilité de ne l'avoir payer aucune fois =
= 1 - la probabilité de perdre à chaque fois $= 1 - \left(\frac{7}{10}\right)^n$, où n est le nombre de fois que l'on joue.

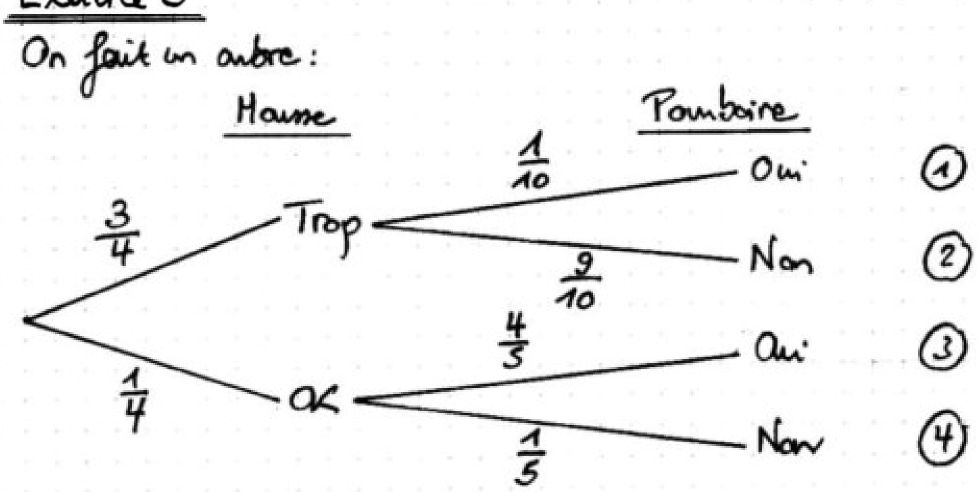
Cherchons n pour lequel $1 - \left(\frac{7}{10}\right)^n = 0{,}95$ $(= 95\,\%)$:

$$\begin{array}{rl|l}
1 - \left(\frac{7}{10}\right)^n = & 0{,}95 & +\left(\frac{7}{10}\right)^n,\ -1 \\
\left(\frac{7}{10}\right)^n = & 0{,}05 & \text{prendre le log des 2 côtés} \\
\log\left[\left(\frac{7}{10}\right)^n\right] = & \log(0{,}05) & \text{propriété du log} \\
n \log\left(\frac{7}{10}\right) = & \log(0{,}05) & : \log\left(\frac{7}{10}\right) \\
n = & \frac{\log(0{,}05)}{\log(7/10)} \cong 8{,}4 &
\end{array}$$

On va donc devoir jouer au minimum $\underline{\underline{9 \text{ fois}}}$ (plus proche entier supérieur à 8,4).

Exercice 3

On fait un arbre :



On doit calculer une probabilité conditionnelle : $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$.

Ici : A = pas trop de mousse dans sa bière, et
B = il a laissé un pourboire (de cinquante centimes).

On a : $A\cap B$ = pas trop de mousse dans sa bière et a laissé un pourboire.

$p(A\cap B)$ correspond au chemin ③ de l'arbre ci-dessous.

Ainsi $p(A\cap B) = \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{5} = \frac{1}{5}$.

Calculons maintenant $P(B)$, c'est-à-dire la probabilité qu'il ait laissé un pourboire. Cela correspond au chemin ① et ③ :

chemin ① : $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{10} = \frac{3}{40}$

chemin ③ : $\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{5} = \frac{1}{5}$.

Ainsi $p(B) = \frac{3}{40} + \frac{1}{5} = \frac{11}{40}$.

On en conclut que $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{1/5}{11/40} = \frac{1}{5} : \frac{11}{40} = \frac{1}{5}\cdot\frac{40}{11} =$

$= \frac{8}{11} = 0{,}7273 = \underline{\underline{72{,}73\%}}.$