FONCTIONS SIMPLES

CORRIGÉ DU TE A.

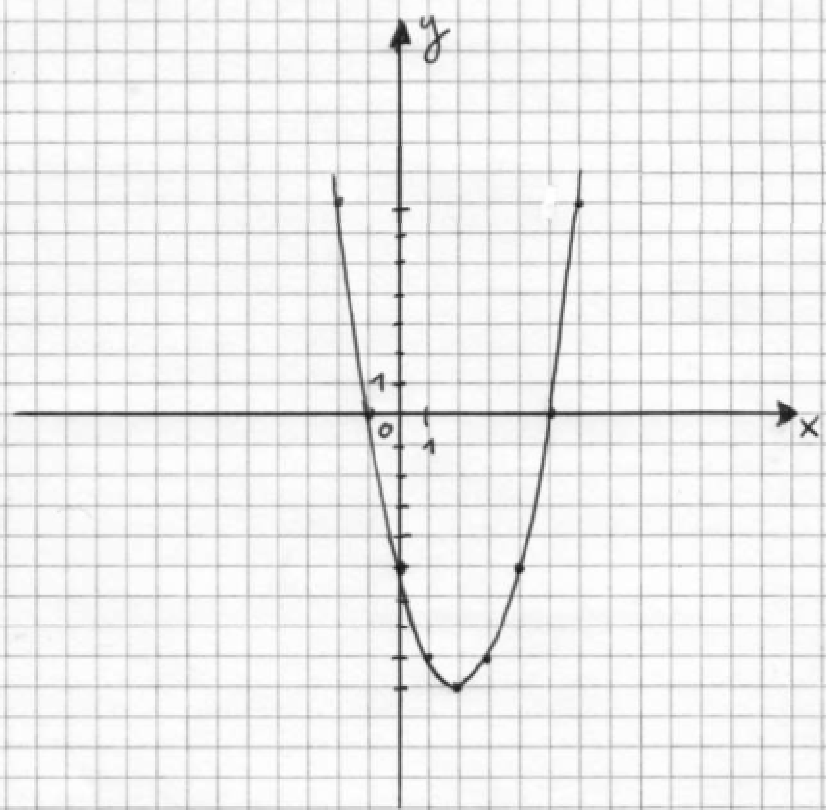
(1)

Exercice 1

$f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$

$x \mapsto y = x^2 - 4x - 5.$

a)



b) $f(-x) = (-x)^2 - 4(-x) - 5 = x^2 + 4x - 5 \neq f(x) \Rightarrow f$ n'est pas paire.
On peut aussi le voir sur le graphique puisque l'axe y n'est pas un axe de symétrie pour le graphe de f.

c) Cherchons le minimum de f : comme f est une parabole de la forme $y = ax^2 + bx + c$, la 1ère coordonnée de son sommet est $x_S = -\frac{b}{2a}$; ici, on a : $a = 1$, $b = -4$ et $c = -5$; donc $x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$; de plus $f(x_S) = f(2) =$
$= 2^2 - 4 \cdot 2 - 5 = 4 - 8 - 5 = -9$; ainsi le sommet (minimum) de f est $(2 ; -9)$.

On a donc $\underline{f(\mathbb{R}) = [-9 ; +\infty[}$.

d) D'après le graphe de f, f est décroissante sur $\underline{]-\infty ; 2[}$ et croissante sur $\underline{]2 ; +\infty[}$.

Exercice 2

$f(x)=\dfrac{2x-7}{3x+4}$ et $g(x)=-4x+1$

$f^{-1}(x)$: on a $y=\dfrac{2x-7}{3x+4} \Rightarrow (3x+4)y=2x-7 \Rightarrow 3xy+4y=2x-7$

$\Rightarrow 3xy-2x=-4y-7 \Rightarrow (3y-2)x=-4y-7$

$\Rightarrow x=\dfrac{-4y-7}{3y-2} \Rightarrow y=\dfrac{-4x-7}{3x-2}.$

Ainsi $\underline{\underline{f^{-1}(x)=\dfrac{-4x-7}{3x-2}}}.$

$(g\circ f)(x)$: $(g\circ f)(x)=g(f(x))=g\left(\dfrac{2x-7}{3x+4}\right)=-4\cdot\dfrac{2x-7}{3x+4}+1=$

$=\dfrac{-8x+28}{3x+4}+1=\dfrac{-8x+28+3x+4}{3x+4}=\underline{\underline{\dfrac{-5x+32}{3x+4}}}.$

Exercice 3

$y=-\frac{1}{2}|x+3|+4.$

Intersection avec l'axe x : on pose $y=0 \Rightarrow -\frac{1}{2}|x+3|+4=0 \Rightarrow \frac{1}{2}|x+3|=4$

$\Rightarrow |x+3|=8 \Rightarrow$ soit $x+3=8$, i.e. $x=5$

soit $x+3=-8$, i.e. $x=-11$

$\Rightarrow (5;0)$ et $(-11;0)$.

Intersection avec l'axe y : on pose $x=0 \Rightarrow y=-\frac{1}{2}|3|+4=-\frac{3}{2}+4=\frac{5}{2}$

$\Rightarrow \left(0;\frac{5}{2}\right)$.