

Exercices de préparation à l'examen de statistique 1 de janvier 2015

Problème 1

Au début de l'année 2012, un centre d'études et de recherches sur la philanthropie mène une enquête relative aux dons versés en 2011 à une œuvre caritative par des élus cantonaux membres d'un parti (« Les nouveaux Démocrates »). Le tableau suivant résume les observations faites dans ce cadre.

Montants des dons en euros	Nombre de donateurs	
[0 ; 50[70	
[50 ; 100[83	
[100 ; 200[102	
[200 ; 300[91	
[300 ; 500[54	

- Quel est le montant moyen de l'ensemble des dons versés par les membres de ce parti ?
- Quel est le montant modal ? Interpréter le résultat.
- L'œuvre caritative en question décide de relancer, en vue d'un don supplémentaire, la moitié des donateurs : ceux s'étant montrés les moins généreux. Au-dessous de quel montant versé, un donateur sera-t-il contacté ?
- En arrondissant la moyenne à l'entier le plus proche, calculer la variance et l'écart-type liés à ces données.
- La même statistique établie auprès des élus d'un autre parti (« Force citoyenne ») faisait ressortir un montant moyen des dons de 202,05 euros avec un écart-type de 143,10 euros. Comparer la dispersion des montants versés par chacun de ces deux partis.

Problème 2

Pour la même période et la même œuvre humanitaire, les données relatives au parti « Economie et Liberté » sont les suivantes.

Montants des dons en euros	Nombre de donateurs	
[0 ; 100[34	
[100 ; 300[91	
[300 ; 500[142	
[500 ; 2000[71	

- Calculer la médiale de cette distribution. En sachant que la médiane vaut 362, en déduire l'indice de concentration relatif.
- Donner les coordonnées des extrémités des segments formant la courbe de Lorenz et calculer le coefficient de Gini. Porter un jugement sur la concentration de cette distribution.

Problème 3

Dans le but de déterminer l'influence du surpoids corporel sur la vitesse d'un athlète, un médecin du sport chronomètre un sujet sur une course longue de 5000 mètres. A six reprises espacées dans le temps, l'athlète court sur cette distance avec un équipement comprenant une charge (handicap) différente. Le tableau ci-dessous contient les résultats observés. La première colonne donne le handicap (en kg) et la deuxième, le temps (en secondes) mis par le coureur pour parcourir la distance de 5000 m.

Handicap (en kg) X	Chrono (en s) Y
1	876
3	960
5	1008
7	1032
9	1113
11	1140

On donne :

$$\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 1803$$

$$\Sigma(x_i - \bar{x})^2 = 70$$

$$\Sigma(y_i - \bar{y})^2 = 47'659.5$$

- Déterminer la pente a et l'ordonnée à l'origine b de la droite de régression d'équation $y = ax + b$ qui représente la relation liant le surpoids au temps.
- Donner le sens, en termes de performance sportive, des coefficients a et b .
- Calculer le coefficient de corrélation relatif aux variables X et Y. Interpréter le résultat.
- A quel temps chronométré doit s'attendre cet athlète avec un handicap de 20 kg ? Ce résultat est-il fiable ?
- Si cet athlète met 1253.34 secondes pour parcourir les 5000 m, quel est le poids de son handicap ?

Réponses

Problème 1

- a) 169.06 b) 64.44 c) 146.08 d) $\sigma^2 = 14250.69$; $\sigma = 119.38$ e) $C_{ND} = 70.6\%$ $C_{FC} = 70.8\%$ dispersion identique

Problème 2

- a) ML = 601.83 ICR = 12% b) ECC% : 10.1 37 79 100 Masse cum.% : 1 12 46.4 100 ; Gini = 0.41: concentration forte

Problème 3

- a) $a = 25.76$ $b = 866.94$ b) a : tps supplémentaire pour 1 kg de plus ; b : tps idéal sans charge c) 0.987 très bonne corrélation positive d) 1382.14 e) 15