

Chapitre 3 Fonctions du 2^{ème} degré

Définition : Une fonction f est une fonction du deuxième degré si $f : y = ax^2 + bx + c$, où a , b et c sont des nombres réels et $a \neq 0$.

Son graphe est une parabole.

Exercice 1. Représenter les paraboles suivantes.

1. $f : y = \frac{1}{2}x^2$
2. $f : y = 2x^2$
3. $f : y = -x^2$
4. $f : y = \frac{1}{2}x^2 + 3$
5. $f : y = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 2$
6. $f : y = 2x^2 - 3x + 5$

Exercice 2. Représenter les paraboles suivantes en utilisant les coordonnées du sommet ainsi que les intersections avec les axes

1. $f_1 : y = \frac{1}{2}x^2 - 2$
2. $f_2 : y = x(x-4)$
3. $f_3 : y = -x^2 + 2x - 1$
4. $f_4 : y = x^2 - 6x + 8$

Exercice 3. Trouver l'axe de symétrie et les coordonnées du sommet des 5 paraboles suivantes.

1. $y = x^2$
2. $y = 2x^2 + 12x + 16$
3. $y = \frac{x^2}{3} + 5$
4. $y = (x+4)^2$
5. $y = 3x^2 - 12x - 15$

Exercice 4. Etudier la fonction $f(x) = 2x^2 - 16x - 30$

Où est-elle croissante, décroissante ? A-t-elle un maximum ou un minimum ?
A-t-elle des intersections avec les axes ? Si oui, où sont-elles ?

Exercice 5. Etudier la fonction $f(x) = 3x^2 + 21x + 18$

Où est-elle croissante, décroissante ? A-t-elle un maximum ou un minimum ?
A-t-elle des intersections avec les axes ? Si oui, où sont-elles ?

Exercice 6. Trouver l'équation des 4 paraboles dont on donne les renseignements suivants.

1. y passe par $(-2 ; 0)$, $(6 ; 0)$ et $(0 ; 3)$
2. y passe par $(1;3)$, $(-11 ; 0)$ et $(11 ; 0)$
3. y passe par l'origine, son sommet est $S(2;2)$
4. y passe par $(4.5 ; 0)$, $(3;3)$ et atteint son maximum pour $x=1.5$

Exercice 7. Déterminer algébriquement les points d'intersection des fonctions suivantes.

1. $y = -x^2 + x + 6$ et $y = 2x + 4$
2. $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ et $y = 2x + 3$
3. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 4$ et $\frac{7}{2}x - y + 5 = 0$
4. $y = 2(x - 2)^2 + 2$ et $y - x + 1 = 0$
5. $y = 2x^2 - 4x + 9$ et $y = x^2 + x + 3$

Exercice 8. 1. Représenter les graphes des 2 fonctions suivantes :

$$y_1 = -2x^2 + 4x + 3 \text{ et } y_2 = x - 2$$

2. Entre les deux points d'intersection de la parabole et de la droite, déterminer pour quelle valeur de x la distance entre y_1 et y_2 est maximale.

Exercice 9. 1. Représenter les graphes des 2 fonctions suivantes :

$$y_1 = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{9}x + \frac{64}{9} \text{ et } y_2 = \frac{1}{4}(x - 4)^2 + 1$$

2. Entre les deux points d'intersection des paraboles, déterminer pour quelle valeur de x la distance entre y_1 et y_2 est maximale.