COURANT ELECTRIQUE

I. 1. Généralités

On le sait certainement, la matière est constituée de trois types de particules : protons, neutrons et électrons. Les protons et les neutrons ont presque la même masse (le neutron est à peine plus massif que le proton), alors que les électrons sont très légers : environ 1840 fois plus légers que les protons. On le sait aussi, les protons sont *chargées* positivement, les neutrons ne sont *pas chargés* et les électrons sont *chargés* négativement.

Le terme “chargé” peut prêter à confusion : dans le langage courant, “charge” est volontiers synonyme de “poids” (on porte une grosse charge, c'est lourd !). En électricité, la charge d'une particule ou d'un objet n'a aucun rapport avec sa masse ou son poids; c'est encore une malheureuse ambiguïté du vocabulaire de la physique.

Un atome est *neutre* et comporte le même nombre de protons dans son noyau que d'électrons “gravitant” autour, ce qui signifie que la charge du proton est *exactement égale*, changée de signe, à celle de l‘électron. Si ce nétait pas le cas, la matière ne serait pas parfaitement neutre et l'Univers serait complètement différent : la force de gravitation ne serait plus seule à grandes distances car elle serait concurrencée par la force électrique.

On pense donc pouvoir expliquer que la matière est le plus souvent neutre parce qu'elle est constituée d'atomes parfaitement neutres. C'est bien le cas s'il ne s'agit pas des métaux. C'est en effet surprenant mais un bout de fer, pour ne prendre qu'un exemple, n'est pas constitué d'atomes de fer ! Voyons cela :

Structure intime d'un métal.

Considérons un métal à l'état gazeux. Ce n'est pas banal mais pas tellement extraordinaire : il suffit de chauffer du mercure au delà de 357 °C, ou du cuivre au delà de 2562 °C, ce qui est beaucoup, on l'admet. Ce gaz est bien formé des *atomes* du métal. Mais si le gaz se refroidit, le métal se liquéfie puis se solidifie, c'est bien connu. Or, cette condensation fait se rapprocher, “se toucher” les atomes et la situation, la structure change complètement : pour du cuivre par exemple, qui est un excellent conducteur et très commun en électricité, ce rapprochement, ce “contact” fait que chaque atome va perdre un électron, le plus périphérique, et le morceau de cuivre est finalement constitué de ions Cu^{+} en positions fixes, déterminant la forme du morceau solide, et d'électrons libres - ou quasi-libres - circulant parmi les ions. L'électron perdu par chaque atome n'est pas perdu pour le morceau de métal. S'il s'agit d'un fil de cuivre auquel on applique les pôles positif et négatif d'une pile à chaque extrémité, les électrons libres seront attirés par le pôle + (et aussi repoussés par le pôle –) et vont donc se déplacer le long du fil, constituant ainsi un *courant* électrique dans le fil.

Notons que l'agitation thermique du métal à température ambiante fait que les électrons libres se déplacent de façon aléatoire à des vitesses vertigineuses, de l'ordre de 100 km/s ! Mais les chemins parcourus à ces vitesses sont extrèmement courts - on les nomme *libres parcours moyens* - puisque l'intervalle de temps entre chaque choc d'un électron avec un ion ou un autre électron est de l'ordre de 10^{-14} s ! Comme on le calculera plus loin, la vitesse de déplacement qui produit le courant se fait à des vitesses très inférieures mais toutes dans le même sens : le long du fil. Pour distinguer les vitesses d'agitation thermique de ces vitesses dues au courant, on parle de vitesse de *dérive* ou *d'entrainement*.

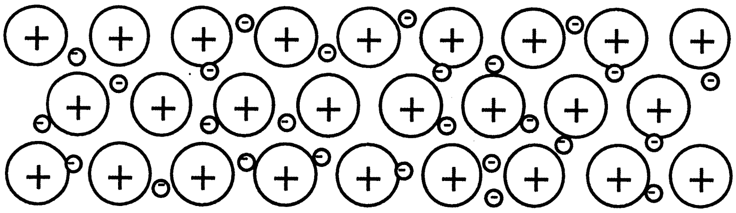


Fig 1 : Un morceau de cuivre montrant les ions Cu^{+} en positions fixes et les électrons libres.
Le morceau de métal est neutre.

Analogie parlante : l'air de cette salle est immobile, pourtant les molécules d'azote et d'oxygène, à cause de l'agitation thermique se déplacent aléatoirement à des vitesses de l'ordre de plusieurs centaines de mètres par seconde. On n'y sent rien si ce n'est la pression dues à la multitude de chocs des particules (c'est cela la pression); par contre, si on ouvre simultanément la porte et la fenêtre, on sentira un courant d'air : aux très rapides mouvements dans tous les sens se superpose alors un bien plus lent mouvement d'ensemble dans un seul sens : porte-fenêtre (ou l'inverse) c'est le courant (d'air).

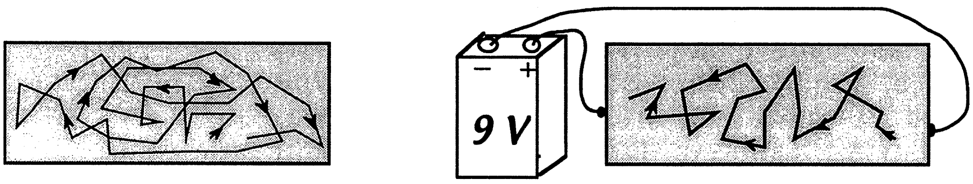


Fig. 2 : A gauche, le parcours d'un électron sous le seul effet de l'agitation thermique: le déplacement global est nul en moyenne. A droite, ce "même" électron soumis en plus à la tension donnée par une pile: il y a un déplacement global non nul du – vers le +, on parle de vitesse de dérive ou de vitesse d'entrainement.

Notations et valeurs

La bonne habitude est de noter m ou M la masse d'un objet, pour ce qui est de l'éventuelle *charge* électrique de cet objet, c'est la lettre q ou Q qui est systématiquement utilisée.

Bien que cela se trouve dans le F&T, il n'est pas inutile de reproduire ici les valeurs numériques relatives aux particules élémentaires les plus importantes :

	masse (kg)	**charge** (C)
proton	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$	$+ 1{,}60 \cdot 10^{-19}$
électron	$0{,}91 \cdot 10^{-30}$	$- 1{,}60 \cdot 10^{-19}$
neutron	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$	0

Si on donnait plus de précision à ces valeurs, on remarquerait que la masse du neutron est légèrement plus élevée que celle du proton (0,014 %); cela ne nous intéresse pas ici. Par contre, il est nécessaire de mentionner les **unités** de la charge électrique:

[q] = C, c'est le *coulomb* dans le système MKSA.

On examine maintenant sa relation avec l'*ampère* A:

On appelle *courant électrique* et on le note I (on va oublier le qualificatif *électrique*, on a fini de parler de courant d'air !) tout déplacement de charges (électriques, bien sûr, et certainement des électrons) dans une seule direction, typiquement le long d'un conducteur filiforme.

Soit alors un endroit d'un fil parcouru par un courant I; si pendant l'intervalle de temps Δt il y passe une charge $\Delta q = Nq_e$; on définiti le courant à cet endroit par :

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$[I] = A = C/s \Rightarrow C = A \cdot s$. Ainsi par exemple, un courant d'un ampère passant dans un fil, ce qui est assez banal, pour ne pas dire courant, correspond à plus de $6 \cdot 10^{18}$ électrons ($\approx 1/1{,}6 \cdot 10^{-19}$) passant chaque seconde dans le fil !

Ordres de grandeur de courants (très approximatifs) :

Circuits électron. (calculettes, téléph. mob...):	nA - µA
Fils téléphones (fixes) :	qques µA
Lampes d'éclairage :	0,1 A - 10 A
Moteur de train :	100 A - 1000 A
Foudre :	100.000 A
Valeur létale (= mortelle) :	0,01 A

Types de matériaux du point de vue électrique :

A) Les conducteurs : *tous les métaux*, sans exception, qu'ils soient solides ou liquides, cela grâce aux électrons (quasi-) libres. D'autres substances, étant porteuses de charges mobiles, sont conductrices, ce sont *les électrolytes*, grâce aux ions en solution.

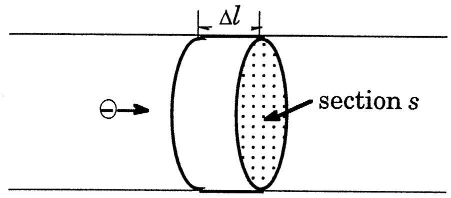
B) Les isolants: faits d'atomes ou de molécules neutres, ils ne contiennent pas de charges libres et ne peuvent donc pas être conducteurs. Les exemples sont très nombreux : les matières synthétiques (plastiques...), le caoutchouc, les céramiques, le verre, les sels à l'état cristallisé, le diamant, la plupart des liquides, même l'eau si elle est très pure, tous les gaz, etc.

C) Les semiconducteurs : ils sont le matériau de base de tout composant électronique. Le roi incontesté des semiconducteurs est le **silicium**, situé dans la colonne 4 du tableau périodique des éléments. Juste au dessous de lui se trouve le germanium, un autre semiconducteur, mais pratiquement plus utilisé. On fabrique des semiconducteurs à usages spéciaux en alliant des éléments de la 3$^{\text{ième}}$ colonne et des éléments de la 5$^{\text{ième}}$, tels AsGa, InSb et d'autres encore. L'énorme particularité d'un semiconducteur est que sa conductivité peut être modifiée sur commande, par des actions extérieures, comme des champs électriques ou magnétiques, de la lumière, des pressions, etc.

La relation entre le courant I et la vitesse des porteurs de charge :

Puisque le conducteur est parcouru par un courant, c'est de la vitesse de *dérive* qu'il s'agit, cette vitesse moyenne, globale, orientée le long du conducteur.

Soit une tranche d'un fil conducteur de section circulaire :



Volume de la tranche : $V = s\,\Delta l$

Ce volume contient un nombre N électrons libres.
On écrit $N = n\,V$ où n est la densité électronique, c-à-d le nombre d'e⁻ libres par unité de volume.

La charge de l'ensemble de ces e- dans cette tranche est notée $\Delta q = -N\,e$ (on rappelle que e est la valeur de la charge élémentaire et est positive, c'est celle du proton).

Le courant passant dans le fil et donc à travers la tranche est par définition : $I = \Delta q / \Delta t$, ainsi, en valeur absolue parce qu'on ne s'intéresse pas ici du sens du courant :

$$I = \frac{|\Delta q|}{\Delta t} = \frac{N\,e}{\Delta t} = \frac{n\,V\,e}{\Delta t} = \frac{n\,s\,\Delta l\,e}{\Delta t} = n\,s\,e\,\frac{\Delta l}{\Delta t}$$

Or, $\frac{\Delta l}{\Delta t}$ n'est autre que la vitesse de dérive v, alors :

$I = n\,s\,e\,v$, qu'on écrit plus volontiers : $\boldsymbol{I = s\,v\,e\,n}$.

Exemple de calcul : Dans un fil de cuivre de section s = 1 mm^2 passe un courant de 1 A. Quelle est la vitesse moyenne des électrons donnant lieu à ce courant ?

$$I = s\,v\,e\,n \quad => \quad v = \frac{I}{s\,e\,n}$$

La seule grandeur à calculer est n pour le cuivre; elle ne se trouve pas dans le F & T mais est calculable si on sait que dans ce métal, chaque atome a libéré un seul électron et que par conséquent n est aussi le nombre d'atomes de cuivre par unité de volume, c-à-d par m^3. Ainsi :

$$n = \frac{\text{nb. d'e}^-}{\text{m}^3} = \frac{\text{nb. d'at.}}{\text{m}^3} = \frac{\text{nb. d'at.}}{\text{mole}}.\frac{\text{mole}}{\text{m}^3} = \frac{\text{nb. d'at.}}{\text{mole}}.\frac{\text{mole}}{\text{kg}}.\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Le dernier membre comprend trois facteurs qui sont, dans l'ordre : le nombre d'Avogadro $N_A \approx 6 \cdot 10^{23}$, l'inverse de la masse molaire, ou plutôt atomique pour un métal : m.m. = 63,5 g/mol = 0,0635 kg/mol pour le cuivre et finalement sa masse volumique ρ = 8960 kg/m^3.

On arrive ainsi à $n \approx 8{,}5 \cdot 10^{28}$ m^{-3}. On calcule alors v et on trouve une vitesse, bizarrement faible, de $7{,}4 \cdot 10^{-5}$ m/s, c-à-d de moins d'un dixième de mm par seconde !

On laisse au lecteur le soin d'expliquer le paradoxe qui ne manque pas de surgir lorsqu'alors, par exemple, on agit sur un commutateur et qu'on voit la lumière s'allumer "instantanément" à plusieurs mètres de distance.

I.2. Cause et effet : la loi d'Ohm

L'existence d'un courant dans un conducteur est un *effet* dont il chercher la *cause*. Prenons le cas d'une pile électrique, elle possède deux bornes, l'une positive, l'autre négative. On dit qu'il y a une *tension* entre ses bornes, laquelle s'exprime en volts (V). Les piles courantes cylindriques ont une tension (nominale) de 1,5 V alors que les piles parallélipipédiques ont une tension de 9 V. Le réseau électrique domestique, lui, fournit 230 V mais c'est une tension alternative à 50 Hz, donc qui change de signe 100 fois par seconde. Une batterie de voiture donne une tension, continue c-à-d pas alternative, de 12 V, en principe, etc.

Lorsque les bornes de la pile sont connectées à un conducteur comme une ampoule et ses deux fils, le pôle + de la pile attire les e^- libres du métal et le pôle – de la pile les repousse, provoquant ainsi l'apparition et le maintien d'un courant. A l'intérieur de la pile, le courant se poursuit par des réactions chimiques, donc des transferts d'électrons.

Ainsi la *cause* d'un *courant* I est une *tension*, symbolisée souvent par la lettre U.

Il s'agit d'obtenir maintenant la loi la plus importante de toute l'électricité, et probablement la plus simple.

Nous connaissons déjà une fameuse loi physique qui est une relation de cause à effet, c'est la célèbre 2$^{\text{ième}}$ loi de Newton, qu'on écrit ici sans s'occuper de son caractère vectoriel : $F = m\,a$. La force (résultante) est la *cause* du mouvement et l'accélération en est l'*effet*. Cette cause agit sur un objet matériel, la *masse*. De même en électricité ou l'objet matériel est bien sûr le conducteur dans lequel passe le courant. Il doit aller de soit que pour une tension U fixe donnée par la pile ou une autre source, le courant I sera d'autant plus faible que la conductivité du conducteur sera faible, ou autrement dit, que la résistance au passage du courant sera grande. C'est le terme de *résistance* qui est important ici. On le note simplement R et l'expérience montre, comme la théorie d'ailleurs, que :

$$U = R\,I \qquad \text{c'est la loi d'Ohm.}$$

Il faut naturellement en dire un peu plus sur R. Tout d'abord les unités : on a évidemment $R = U/I$, donc $[R] = \text{V/A} = \Omega$, l'ohm.

R est la résistance d'un conducteur, c'en est une caractéristique qui dépend des dimensions du conducteur (longueur, diamètre), de la nature de sa matière si c'est un bon conducteur ou non et parfois dans une faible mesure qu'on traitera brièvement, de sa température.

Voyons maintenant comment les caractéristiques citées d'un conducteur interviennent dans la valeur de sa résistance :

a) **la longueur l** : Plus le conducteur est long, plus les porteurs de charge auront de chmin à parcourir et plus ils subiront des forces de "frottement". En effet, on peut parler de "frottements" qui font que la vitesse (de dérive) est constante; la force électrique qui fait transiter les e– d'un pôle vers l'autre doit être compensée par une force égale mais opposée en vertu de la 2$^{\text{ième}}$ loi de Newton. Une étude un peu plus (mais pas beaucoup) fouillée montrerait que ces "frottements" sont de type "visqueux", comme ceux apparaissant dans les frottements fluides en régime laminaire, c-à-d qu'ils sont proportionnels à la vitesse, ce qui explique pourqoi la tension est simplement proportionnelle au courant (loi d'Ohm) et non pas, par exemple, au carré du courant. En conclusion la résistance du conducteur, souvent filiforme, est proportionnelle à sa longueur : $R \propto l$.

b) **le diamètre** d: plus il est grand, mieux pourront passer les e^-, ou plutôt, plus il est grand, plus grand sera le nombre d'e^- pouvant passer. Comme pour un tuyau d'eau, c'est en fait la *section* $s = \pi d^2/4$ du conducteur qui sera proportionnelle au courant, autrement dit, la résistance du conducteur est inversément proportionnelle sa section, c-à-d : $R \propto 1/s$.

c) **la matière** : c'est le F & T qui donne cette information par la caractéristique électrique essentielle des matériaux, leur *résistivité* ρ. Avec les bonnes unités, ρ sert aussi de constante de proportionnalité pour écrire :

$$R = \rho \frac{l}{s}$$

Mise en garde :

* Le symbole utilisé pour la résistivité est le même que celui pour la masse volumique. Ces deux caractéristiques d'une substance n'ont *strictement rien à voir entre elles*. On peut déplorer ce problème de notation mais il faut faire avec. Confondre masse volumique et résistivité est la plus grosse ânerie qu'on puisse faire en électricité !

* On insiste en disant que R est la caractéristique d'un conducteur alors que ρ est la caractéristique de la matière qui le constitue. Pas de confusion là non plus.

Unités de ρ : de la relation ci-dessus, on tire $\rho = Rs/l$ =>
$[\rho] = \Omega.m^2/m = \Omega.m$, unités dans lesquelles sont données les valeurs figurant dans le F & T, par exemple :

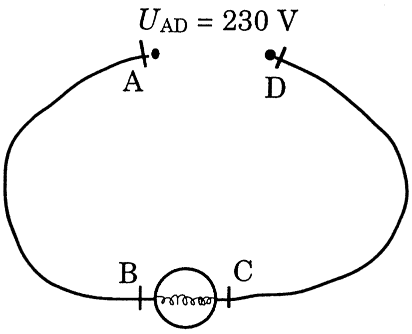
ρ(cuivre) = $1{,}68 \cdot 10^{-8}$ Ωm, ρ(verre acrylique = plexig.) $\approx 10^{17}$ Ωm. On doit remarquer l'immense facteur, de l'ordre de 10^{25}, entre ces deux valeurs, celle d'un excellent conducteur et celle d'un excellent isolant. La résistivité est certainement la constante matérielle dont les valeurs peuvent être aussi différentes.

Exemple de calcul :

La résistance des fils de connexion utilisés au TP : cuivre d'une longueur de 1 m et d'une section de 1 mm^2. Appliquant la formule, sachant que 1 $mm^2 = 10^{-6}$ m^2 (!), on trouve $R \approx 0{,}017$ Ω. Est-ce beaucoup, est-ce peu ? Comment savoir ? Il suffit par exemple pour se faire une idée, de brancher ce fil sur la tension du réseau de 230 V et de calculer le courant qui y passerait; on trouve environ 13 500 A !! Que se passe-t-il ? Y a-t-il une faute quelque part ? Non, c'est juste, mais ce serait assez stupide de vouloir faire une chose pareille. Les bons fusibles supportent généralement 20 A, alors 13 500 ! Quel court-circuit magistral ! Autre idée : on s'arrange pour faire passer un courant de 1 A dans le fil et on calcule puis mesure une tension à ses bornes de 0,017 V = 17 mV, ce qui est bien faible et sera très souvent négligeable lorsqu'on travaille avec des tension de quelques volts ou quelques dizaines de volts, voire plus.

Moralité : sauf mention contraire explicite, les fils de connexion n'ont que le rôle de transport du courant et la tension à leurs bornes sera négligée; un paragraphe spécial sera consacré aux pertes dans les fils de connexion, en fait dans les lignes, à haute ou à basse tension, de transport de l'électricité (chap. III).

Illustrons encore : Au moyen de deux fils de connexion, on branche une banale ampoule de 60 W fonctionnant sur le réseau de 230 V :



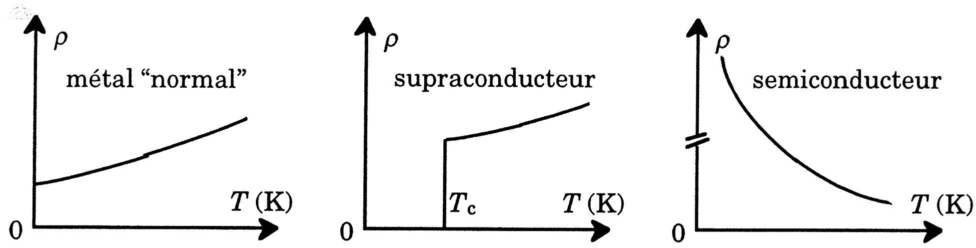
On verra au chap. III que la puissance P (en W) est simplement le produit $P = UI$, et que donc le courant dans l'ampoule vaut alors env. 0,26 A. Ce courant passe dans les deux fils et produit une tension de l'ordre de 4 mV à leurs bornes, ce qui est très négligeable; l'ampoule est ainsi bien alimentée par 230 V (– 0,008 V !).

C'est l'occasion de préciser quelque chose de particulièrement important :

Une tension n'a de signification **qu'entre deux points** : les bornes d'une pile, les extrémités d'un conducteur, etc. Il n'y a que le courant *qui passe*, pas la tension. Ainsi pour le simple circuit ci-dessus, la tension aux bornes de la source (entre les points A et D) est (presque) la même que la tension aux bornes de l'ampoule (entre les points B et C): $U_{AD} = U_{BC}$, alors qu'aux bornes des fils, elle est quasi nulle : $U_{AB} = U_{CD} \approx 0$.

Effet de la température sur la résistance

La situation est très différente selon qu'il s'agit d'un métal "normal", d'un métal supraconducteur ou d'un semiconducteur. La figure ci-dessous montre la résistivité en fonction de la température *absolue* :



a) **Un métal dit "normal"** voit sa résistivité augmenter relativement faiblement lorsque sa température croît, de l'ordre de 0,4 % par degré. Au zéro absolu, sa résistivité n'est pas nulle. Comme exemples, il y a le cuivre, l'argent, l'or, le fer, et bien d'autres. Au voisinage de la température ambiante, le comportement en température de ρ est assez bien décrit par une relation semblable à celle décrivant les dilatations :

$$\rho(\theta) = \rho_{(\theta=0)}(1 + \alpha\,\theta) \qquad (\theta : \text{temp. en °C})$$

où α est le *coefficient de température de la résistivité*; on en trouve des valeurs dans le F & T.

Il faut noter que les variations de ρ sont indépendantes des dilatations qui elles, affectent longueur et section du conducteur. Pour la plupart des métaux, les effets de température sur la résistivité l'emportent nettement sur les dilatations ($\alpha_{(\text{dilat.})} << \alpha_{(\text{résist.})}$). Un contre exemple est le constantan pour lequel $\alpha_{(\text{dilat.})} > \alpha_{(\text{résist.})}$, (voir le F & T).

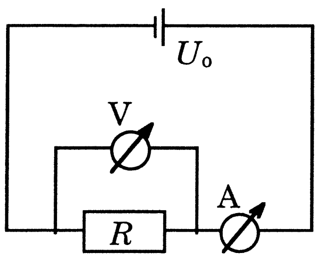
b) **Un métal supraconducteur** a le comportement d'un métal normal au dessus d'une température T_c dite *critique* très basse, quelques kelvins. Par contre, au dessous de T_c, sa résistivité est strictement *nulle*, et le passage d'un comportement à l'autre se fait très brutalement, un peu comme les changements d'état d'une substance (fusion, ébullition, etc), le métal conduit parfaitement le courant, sans aucune dissipation thermique, il est *supraconducteur*. Une trentaine d'éléments métalliques deviennent supraconducteurs si leur température est assez basse. Citons seulement l'aluminium (T_c = 1,18 K), le plomb (T_c = 7,2 K), le mercure (T_c = 4,1 K) et le tungstène (T_c = 0,015 K), mais ni le cuivre, l'or ou l'argent, pourtant excellents conducteurs; ils ne deviennent jamais supra, aussi basse que soit leur température. Certains alliages subtils de métaux et de semiconducteurs ont permis de dépasser quelque peu T_c = 20 K, tel le $GeNb_3$, mais en 1986, un groupe de recherche suisse a complètement révolutionné le domaine en découvrant que certains oxydes, surtout de cuivre et d'autres éléments plus exotiques, isolants à la température ordinaire, devenaient supra au dessous de T_c particulièrement élevées: on dépasse maintenant 120 K, ce qui permet d'utiliser l'azote liquide comme réfrigérent (T_f = 77 K) plutôt que l'hélium liquide (T_f = 4,2 K), bien plus rare et cher. La découverte, plus ou moins fortuite, de ce phénomène de supraconductivité a eu lieu en Hollande, par Kammerling Onnes en 1911 sur du mercure immergé dans l'hélium liquide. La théorie expliquant ce comportement étonnant n'a émergé que très lentement; c'est seulement dans les années 1950-60 qu'une théorie, dite BCS du nom des trois physiciens géniteurs, est apparue. Elle ne mis de loin pas un point final aux recherches théoriques et expérimentales; d'autres théories plus perfomantes apparaissent, toutes particulièrement difficiles (mécanique quantique à haute dose); le travail n'est pas achevé mais cela n'empêche pas la technique d'utiliser les supraconducteurs pour par exemple engendrer des champs magnétiques très intenses, tels ceux utilisés en médecine pour les scanners d'imagerie RMN ou pour les énormes aimants des immenses accélérateurs de particules.

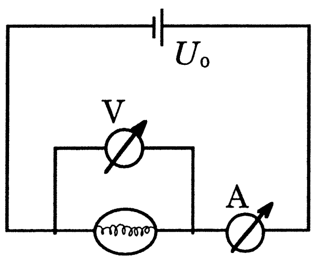
c) **Un semiconducteur** (Si, etc) voit sa résistivité diminuer très sensiblement lorsque sa température augmente. La décroissance n'est pas du tout linéaire mais bien connue; la théorie qui l'explicite est aussi quantique mais moins compliquée qu'en supra : $\rho(T) = A\exp(-B/T)$ ou A et B sont des constantes connues avec bonne précision. Les thermomètres électroniques modernes utilisent ces propriétés du Si. Disons simplement qu'une élévation de la température d'un semiconducteur augmente l'agitation thermique des atomes et que cela libère un plus grand nombre d'électrons, augmentant ainsi la conductivité (= diminuant la résistivité).

d) Pour **les isolants**, la question de la variation de leur résistivité avec la température pourrait paraître déplacée puisqu'ils ne sont par définition pas conducteurs. En fait ils le sont très très peu et le deviennent de plus en plus à mesure que leur température croît. La raison en est aussi l'agitation thermique qui peut libérer quelques électrons ou faire migrer des ions. Notons que le verre chauffé au rouge devient passablement conducteur.

Illustration expérimentale de la loi d'Ohm :

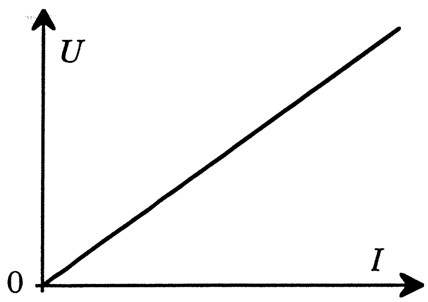
Etablissons les deux circuits ci-dessous. Sur le circuit de gauche, le rectangle couché est une résistance de quelques dizaines d'ohms par exemple. On l'alimente avec une source de tension U_0 symbolisée par les deux segments d'inégales longueurs; on place un ampèremètre dans le circuit pour mesurer le courant qui la traverse et un voltmètre pour mesurer la tension à ses bornes. Admettons que le voltmètre n'est traversé par aucun courant. Le circuit de droite est presque identique sauf que la résistance est cette fois le filament d'une ampoule qui devra s'allumer si la tension est suffisante :

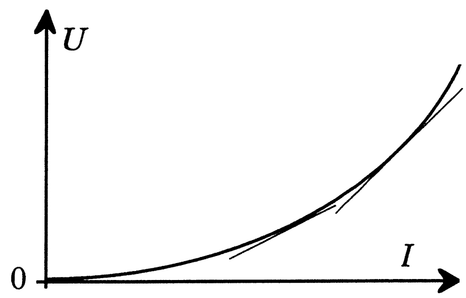




La température du filament augmente jusque vers 2500 degrés, ce qui augmente alors cette fois très visiblement sa résistance, bien que le coefficient α de la résistivité du tungstène, métal dont sont faits les filaments d'ampoules, soit faible.

En faisant varier la tension de l'alimentation et en mesurant quelques valeurs indiquées par les deux instruments, on trace les points de mesure graphiquement : tension aux bornes en fonction du courant : $U = \mathrm{f}(I)$ et on obtient respectivement les deux représentations ci-dessous :



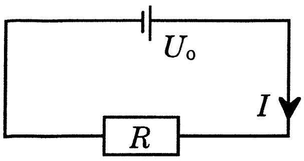


La loi d'Ohm dit que $U = RI$, équation qui n'est autre que celle de la droite du graphe de gauche si R ne dépend pas de I et alors R est la *pente* de cette droite. Par contre, dans le cas du filament, sa résistance augmente avec le courant puisqu'elle chauffe et $U = \mathrm{f}(I)$ n'est plus du tout linéaire. On peut définir dans ce cas la résistante *dynamique* comme $\Delta U/\Delta I$, une variation de tension (ou de courant) ΔU produisant une variation de courant (ou de tension) ΔI ; si on considère des variations très petites, la résistance dynamique tend alors vers la *dérivée* de U par rapport à I , c-à-d la pente de la *tangente* à la courbe : $R_{\mathrm{dyn}} = \mathrm{d}U/\mathrm{d}I$.

CIRCUITS

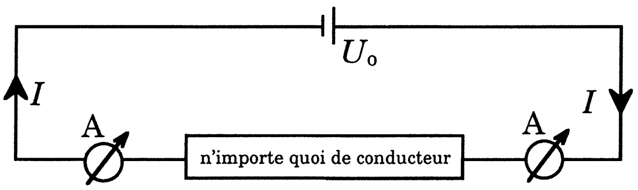
II. 1. Lois de courants

Dans un circuit le courant *circule*; un circuit est par définition *fermé*.



Dans un circuit ne comportant qu'une seule boucle (ou maille) comme celui-ci, la quantité d'électrons Δq passant par intervalle de temps Δt, donc le courant $\Delta q/\Delta t$, *en chaque point* du circuit est le même.

On le montre en installant des ampèremètres :



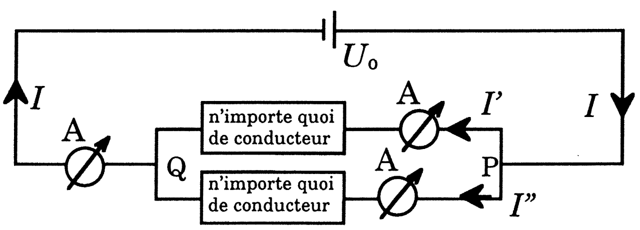
les deux instruments indiquent la même valeur de I. On aurait bien tort de croire que l'instrument placé "après" la résistance indique un courant plus faible que celui placé "avant", comme si le courant se perdait dans la résistance. C'est très faux, il n'y a ni avant ni après, le sens du courant est conventionnel. D'où la

1ère loi de courant:

"En tout point d'un conducteur quelconque, le courant est le même, pour autant qu'il n'y ait pas de branchement".

Ce n'est qu'une conséquence de la *loi de la conservation de la charge électrique*, jamais mise en défaut : "une charge électrique n'est jamais créée ou détruite". Le courant n'étant qu'un déplacement d'électrons (dans un métal), un courant plus faible "après" signifierait que des électrons ont disparus dans la résistance (dans l'ampoule, par exemple), ce qui est absurde.

Lorsque le conducteur n'est pas monofil, mais comprend des branchements (ou noeuds), des courants différents circuleront dans les diverses branches. La 2ème loi de courant explicite cela tout en n'étant qu'un prolongement de la 1ère :

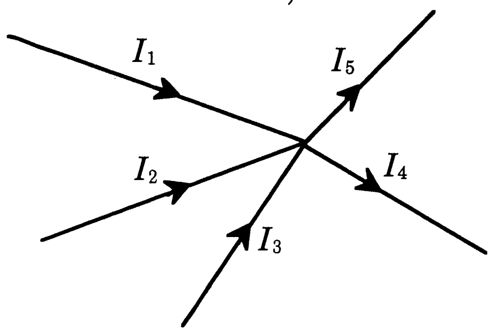


Au noeud P le courant I se divise en I' et I'', ces deux courants se recombinent en Q pour redonner I, on a donc la :

2ème loi de courant (dite aussi 1ère loi de Kirchhoff):

"En un noeud, la somme des courants y entrant est égale à la somme des courants qui en sortent. Plus généralement : la *somme* *algébrique* des courants en un noeud est nulle".

Par *algébrique*, on entend que dans la sommation, les courants sont affectés d'un signe, selon qu'ils "entrent" ou qu'ils "sortent" du noeud; ainsi :



$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$ <=>

$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$, c-à-d :

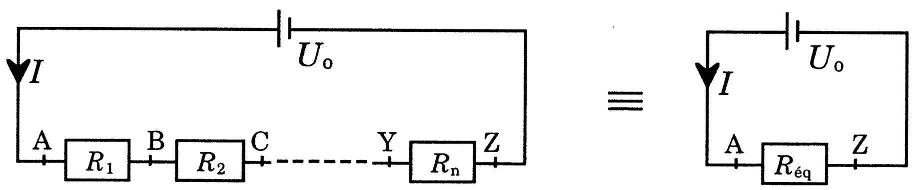
$\sum_{\text{alg.}} I_i = 0$

II. 2. Applications de la loi d'Ohm

a) Groupements de résistances

a1) en série :

L'ensemble des résistances R_1, R_2, ... R_n est remplacé par une seule $R_{éq}$: la *résistance équivalente*, de façon à ce que la source de tension U_0 débite le même courant :



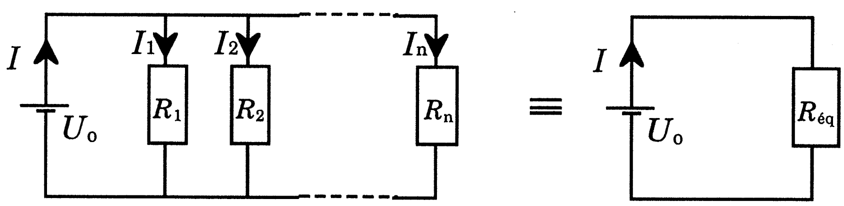
Utilisons la propriété d'additivité des tensions (elle n'a pas été démontrée mais se montre aisément expérimentalement) et la loi d'Ohm :

$$R_{éq} I = U_0 = U_{AZ} = U_{AB} + U_{BC} + \ldots + U_{YZ}$$
$$= R_1 I + R_2 I + \ldots + R_n I = (R_1 + R_2 + \ldots + R_n)\, I$$

=> $R_{éq} = \sum R_i$ *les résistances en série s'additionnent*

a2) en parallèle :

De même, l'ensemble des résistances R_1, R_2, ... R_n est remplacé par une seule $R_{éq}$: la *résistance équivalente*, de façon à ce que la source de tension U_0 débite le même courant :



On utilise la 2ème loi de courant (ou 1ère loi de Kirchhoff) : $I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n$ et la loi d'Ohm, bien sûr, en remarquant que toutes les résistances ont la même tension à leurs bornes :

$$I = \frac{U_0}{R_{éq}} = \frac{U_0}{R_1} + \frac{U_0}{R_2} + \ldots + \frac{U_0}{R_n} = U_0\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{R_{éq}} = \sum \frac{1}{R_i}$$

l'inverse de la résistance équivalente est la somme des inverses des résistances mises en parallèle.

Le calcul est donc moins simple que pour le groupement en série. Lorsqu'il n'y a que deux résistances (et pas plus), l'expression ci-dessus devient plus maniable; on montre facilement que :

$$R_{éq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Résumé et *définitions* :

Des éléments de circuits (ici des résistances) mis en série sont tous parcourus par le même courant.

Des éléments de circuits (ici des résistances) mis en parallèle ont tous la même tension à leurs bornes.

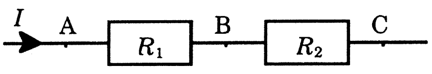
Remarques :

* Tout groupement de résistances dans un circuit peut toujours se décomposer en associations de séries et de parallèles.

* Pour des résistances en série, la résistance équivalente est plus grande que la plus grande du lot, ce qui est assez évident, une résistance étant définie positive.

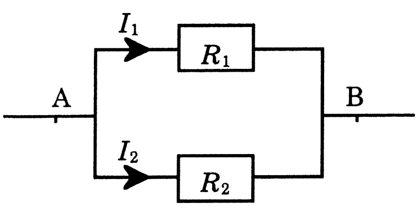
* Pour des résistances en parallèle, la résistance équivalente est plus petite que la plus petite du lot, ce qui est moins évident. Ainsi par exemple, la résistance équivalente à n résistances *égales* en parallèle est $R_{éq} = R/n$.

* Pour des résistances en *série*, les tensions aux bornes de chacune sont proportionnelles aux valeurs des résistances :



$$I = \frac{U_{AB}}{R_1} = \frac{U_{BC}}{R_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{U_{AB}}{U_{BC}} = \frac{R_1}{R_2}$$

* Pour des résistances en *parallèle*, les courants dans chacune sont inversément proportionnels aux valeurs des résistances :

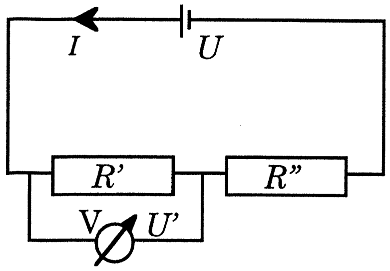


$$U_{AB} = R_1 I_1 = R_2 I_2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

plus la résistance est élevée, plus le courant est faible.

b) Diviseur de tension - potentiomètre

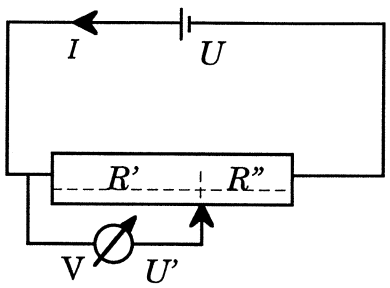
C'est un montage très commode lorsqu'on a besoin d'une tension U' plus faible que la tension U qui est à disposition. On peut faire le montage suivant :



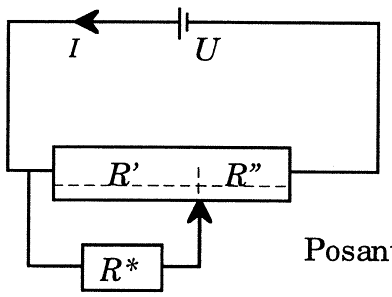
Soit $R = R' + R''$ avec $0 \leq R' \leq R$ ainsi $0 \leq U' \leq U''$ car $U = R\,I$ et $U' = R'\,I$, par conséquent :

$$\frac{U'}{U} = \frac{R'}{R} \leq 1$$

Pratiquement, les deux résistances R' et R'' sont remplacées par une seule valant R mais avec trois bornes, la 3ème étant reliée à un curseur, partageant R en $R' + R''$ quelle que soit sa position. Le circuit ci-dessus devient :



Le partage $U'/U = R'/(R' + R'')$ n'est correct que si rien, sinon un voltmètre, n'est branché sur la fraction R' de R. En général, la tension $U' \leq U$ sert à alimenter un appareil (c'est un potentiomètre qui sert à règler manuellement le volume sonore d'un appareil radio, par exemple) et il faut tenir compte de la résistance R^* de l'appareil :



Pour connaître la tension U' aux bornes de R^*, il faut considérer que R' est en parallèle avec R^*, ainsi :

Posant $R''' = \dfrac{R'\,R^*}{R' + R^*}$ on a : $U' = U\dfrac{R'''}{R''' + R''}$

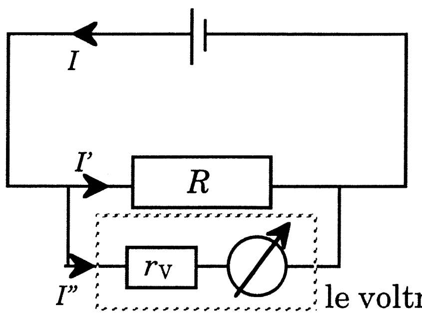
c) Instruments de mesure

La tension et le courant sont les grandeurs fondamentales de l'électricité pour la 1ère bonne raison qu'elles apparaissent reliée simplement dans la loi d'Ohm et pour la 2ème, encore plus importante, est qu'elles se *mesurent* très aisément. Il est nécessaire alors de préciser quelques particularités des voltmètres et des ampèremètres.

Un instrument de mesure, quel qu'il soit, ne doit pas modifier par sa présence le phénomène qu'il doit mesurer. Le voltmètre et l'ampèremètre insérés dans le circuit ne doivent pas modifier les courants et tensions par leur présence, ils doivent donc avoir certaines caractéristiques que nous examinons maintenant.

1°) le voltmètre

On rappelle qu'il doit se placer en *parallèle* avec l'élément (la résistance par exemple) aux bornes duquel il a le rôle de mesurer la tension. Un tel appareil comporte presque inévitablement des circuits en son intérieur, lesquels circuits, vus des deux bornes d'entrée de l'appareil ont une certaine résistance. On la nommera *résistance interne* et notera r_V cette caractéristique d'un voltmètre. En extrayant r_V pour en tenir compte, on a le schéma suivant :



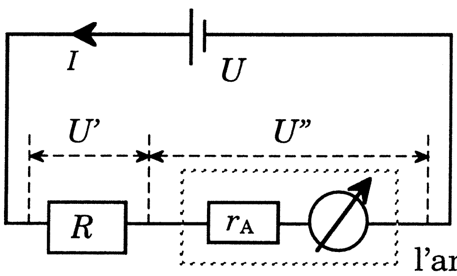
Le voltmètre perturbera d'autant plus le circuit que le courant *I"* qui le traversera sera important vis à vis de *I*. Il faut donc que :

La résistance interne r_V d'un voltmètre soit la plus grande possible.

Les voltmètres électroniques à affichage digital actuels, qu'on trouve pour peu de dizaines de francs dans les super-marchés, ont généralement une r_V de 20 MΩ sur toutes leurs échelles, ce qui est largement suffisant pour la plupart des mesures.

2°) l'ampèremètre

On rappelle qu'il doit se placer en *série* avec l'élément (la résistance par exemple) au travers duquel il a le rôle de mesurer le courant. Un tel appareil comporte aussi inévitablement des circuits en son intérieur, lesquels circuits, vus des deux bornes d'entrée de l'appareil ont une certaine résistance. On la nommera aussi *résistance interne* mais on notera r_A cette caractéristique d'un ampèremètre. En extrayant r_A pour en tenir compte, on a le schéma suivant :



La tension *U'* aux bornes de *R* sera d'autant plus proche de *U*, qui serait la tension *sans* l'instrument, que r_A est faible vis-à-vis de *R*. Il faut donc que *U"* soit négligeable devant *U*, c-à-d que :

La résistance interne r_A d'un ampèremètre soit la plus faible possible.

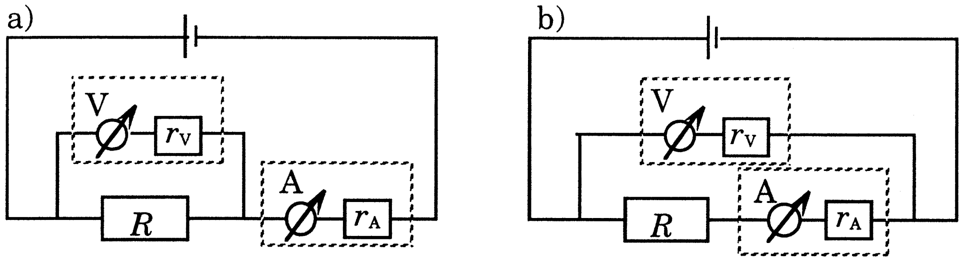
Les appareils cités plus haut sont en fait souvent des *multimètres*, donc aussi bien des voltmètres que des ampèremètres, voire encore ayant d'autres fonctions. Or, en ampèremètre, le multimètre n'est pas aussi idéal qu'en voltmètre, c-à-d que r_A n'est vraiment faible (moins de 1 Ω) que sur les échelles peu sensibles. Si on doit mesurer un très faible courant, on devra payer la sensibilité de l'ampèremètre par une résistance interne qui peut aller jusqu'à 1 kΩ, d'ailleurs souvent sans en fait connaître la valeur de r_A.

II. 3. Mesures de résistances

1°) Utilisation d'un voltmètre et d'un ampèremètre

C'est toujours une mise en pratique de la loi d'Ohm. C'est à priori simple, il suffit de mesurer la tension aux bornes de la résistance au moyen du voltmètre et le courant qui la traverse au moyen de l'ampèremètre. Mais si la mesure doit se faire simultanément avec les deux instruments, il faut parfois tenir compte de leur résistance interne.

Deux circuits sont à envisager :



circuit a) : La tension qu'indique le voltmètre est bien celle existant aux bornes de R puisque l'instrument y est branché en parallèle. Par contre le courant indiqué par l'ampèremètre n'est pas forcément celui passant dans R, cela dépend de la valeur de R vis-à-vis de celle de r_V. C'est seulement si $R << r_V$ que la mesure de I pourra être considérée comme correcte. Autrement dit, *un tel circuit est adapté pour mesurer des résistances pas trop élevées*. Avec une résistance interne de 20 MΩ et une précision souhaitée de 0,5 %, R ne devrait pas dépasser 100 kΩ. Mais évidemment, si on connait déjà R, il n'est pas utile de la mesurer ! Or souvent, on connait l'ordre de grandeur des résistances, la mesure est utile pour en avoir une indication plus précise.

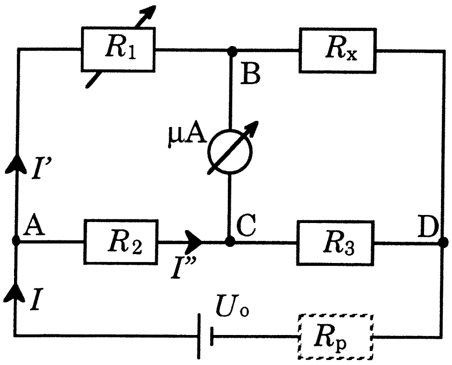
Notons que ici, r_A est sans importance.

circuit b) : L'ampèremètre étant vraiment en série avec R, il mesure effectivement le courant qui la traverse. Par contre, le voltmètre mesure la tension aux bornes de $R + r_A$. Ce circuit ne sera adéquat qu'à condition que R soit $>> r_A$. Autrement dit, *un tel circuit est adapté pour mesurer des résistances pas trop faibles*.

Notons que ici, r_V est sans importance.

2°) Utilisation d'un pont de Wheatstone

C'est une méthode très précise et très utilisée dans la technique, non seulement pour mesurer des résistances mais aussi d'autres types d'éléments de circuits. La méthode repose sur la comparaison avec des résistances connues. Elle n'utilise ni un bon voltmètre ni un bon ampèremètre, mais seulement un instrument très sensible, capable de détecter, et non de mesurer, un faible courant ou une faible tension; l'instrument n'a pas besoin d'avoir une échelle, il lui suffit d'un zéro fiable.



R_x : résistance inconnue;

R_1 : résistance variable connue;

R_2, R_3 : résistances connues, fixes ou non;

R_p : résistance de protection, utile pour éviter un courant excessif.

Procédé : R_2 et R_3 étant fixes on agit sur R_1 en faisant varier sa valeur de façon à ce qu'un courant aussi nul que possible soit détecté par l'instrument. Dans cette situation, le pont est dit *équilibré* et le même courant I' traverse R_1 et R_x, de même que le même courant I'' traverse R_2 et R_3. De plus, la tension U_{BC} est nulle, quelle que soit la résistance interne de l'instrument. On peut donc écrire :

$U_{BC} = 0 = U_{BA} + U_{AC}$ => $U_{AB} = U_{AC}$ maille de gauche

$U_{BC} = 0 = U_{BD} + U_{DC}$ => $U_{BD} = U_{CD}$ maille de droite

Appliquant la loi d'Ohm à ces quatre tensions :

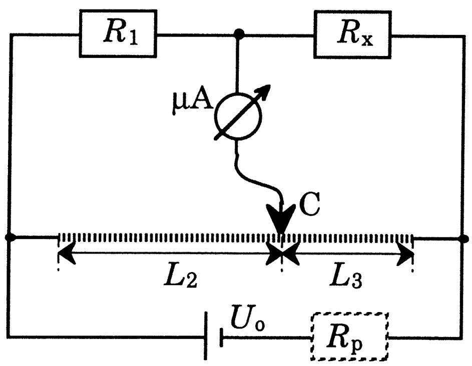
$I' R_1 = I'' R_2$ et $I' R_x = I'' R_3$

divisant ces deux équations l'une par l'autre, il reste :

$$\frac{R_x}{R_1} = \frac{R_3}{R_2}. \text{ Finalement : } R_x = R_1 \frac{R_3}{R_2}$$

Variante : le pont à corde :

Les résistances R_2 et R_3 sont remplacées par un seul fil résistif de longueur totale $L = L_2 + L_3$, de résistivité ρ qu'il n'est pas nécessaire de connaître et d'une section s aussi uniforme que possible. Ainsi :



$$R_2 = \rho \frac{L_2}{s} \quad \text{et} \quad R_3 = \rho \frac{L_3}{s}$$

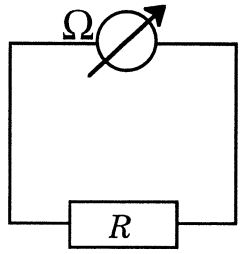
La relation pour R_x ci-dessus devient :

$$R_x = R_1 \frac{L_3}{L_2}$$

Il suffit donc de connaître R_1 et de mesurer des longueurs de fil. Dans ce type de pont, c'est en glissant un curseur C le long du fil qu'on cherche l'équilibre, c-à-d $I = 0$ dans l'instrument.

3°) Utilisation d'un ohmmètre

La plupart des multimètres ont aussi la fonction ohmmètre; c'est alors très simple de mesurer une résistance, il suffit de la brancher aux bornes d'entrée de l'instrument et de lire la valeur indiquée, le commutateur étant sur l'échelle adéquate.



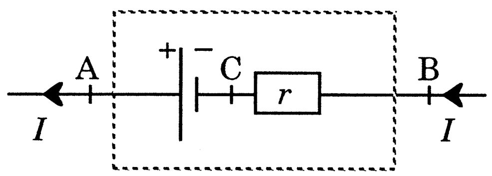
Son principe de fonctionnement est le suivant :
Il injecte un courant fixe, par exemple 1 mA, dans R et mesure la tension que cela produit à ses bornes.
Son électronique convertit ensuite les volts en ohms pour l'affichage.

II. 4. Source de tension (= générateur, alimentation)

Jusqu'ici les sources de tension intervenant dans les circuits étaient supposées avoir une tension U_0 fixe à leurs bornes, quel que soit le courant qu'elles devaient débiter ou quelle que soit la résistance du circuit qui y était branché.

Or, ceci n'est vrai que si la *résistance interne* r, inévitable, de la source est nulle, ce qui ne peut qu'être idéal, donc impossible. On va montrer que U_0 est d'autant plus indépendante du courant fourni que r est faible.

On modélise la source de tension comme d'habitude mais en extrayant sa résistance interne r. La source elle-même est le rectangle avec ses deux bornes de sortie A et B; elle débite un courant I. Le point C est là pour expliquer le modèle mais est évidemment inaccessible à la mesure :



$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB} \qquad (*)$$

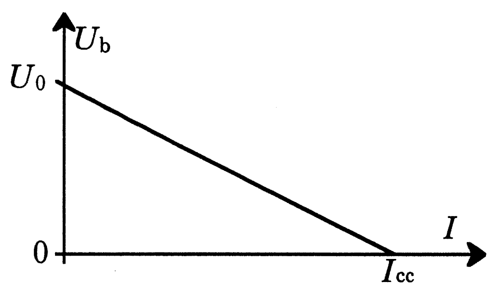
$U_{AB} = U_b$: tension aux bornes de l'appareil, mesurable.

$U_{AC} = U_0$: tension dite *électromotrice*, notée parfois ε, elle est vraiment fixe. L'indice 0 signifie "zéro courant".

$U_{CB} = -\,r\,I$: chute de tension dans la résistance interne. On note le signe de ce terme : CB est de sens opposé à I.

Ainsi, la tension aux bornes U_b diminue *linéairement* avec l'augmentation du courant I débité.

Remplaçant dans (*), on obtient l'équation de la droite :

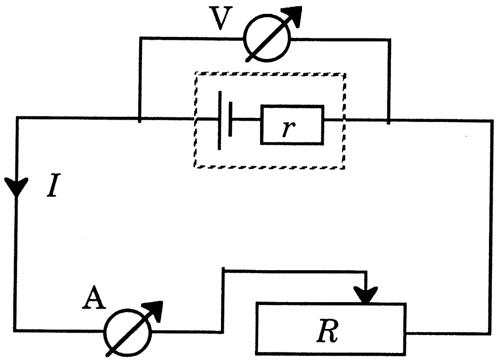


$$U_b = U_0 - r\,I\,.$$

Sa pente est $-r$, $U_b = U_0$ si le courant débité est nul et $U_b = 0$ au courant de court-circuit I_{cc} (dangereux, car toute l'énergie est alors dissipée dans r).

Mesure des paramètres U_0 et r d'une source de tension :

a) Méthode standard : il faut disposer d'un voltmètre, d'un ampèremètre et d'une résistance variable. Il n'est pas nécessaire d'en connaître la valeur mais elle doit pouvoir supporter un éventuel fort courant.

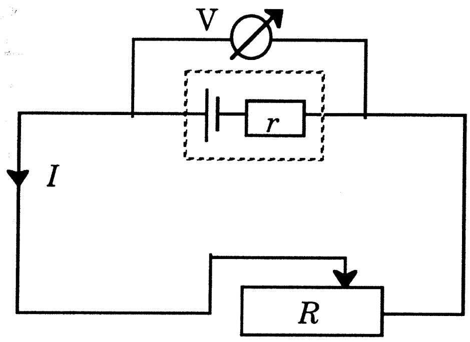


Le voltmètre mesure donc U_b, on en reporte les valeurs en fonction de I et si on obtient une droite, alors :

1°) la théorie est vérifiée expérimentalement;

2°) les paramètres de la droite U_b et r fournissent le résultat cherché.

b) Méthode rapide : l'ampèremètre n'est plus nécessaire, il suffit d'un voltmètre et d'une résistance variable cette fois *connue* et pouvant supporter un éventuel fort courant.



$$U_b = U_0 - rI \quad \text{où} \quad I = \frac{U_0}{r+R}$$

$$\Rightarrow \quad U_b = U_0\left(1 - \frac{r}{r+R}\right)$$

On ajuste R pour que $U_b = U_0/2$.

Dans ce cas $r/(r + R) = 1/2$ et alors

$$r = R$$

S'il est trop risqué, soit pour R soit pour la source, de faire circuler un courant qui fasse tomber la tension aux bornes d'un facteur 2, il est tout à fait loisible de choisir par exemple 9/10 pour U_b/U_0, on aurait alors $r/(r + R) = 1/10 \Rightarrow r = R/9$.

II. 5. Lois de Kirchoff

La première est déjà connue, elle dit qu'en un noeud la somme algébrique des courants est nulle.

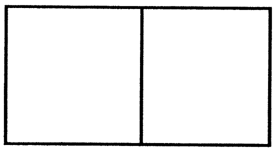
Un circuit quelconque comporte toujours un certain nombre (m) de *mailles*, ou boucles, un certain nombre de *noeuds* (n) et un certain nombre des branches (b).

Une branche est une portion du circuit reliant deux noeuds. Il y a inévitablement une relation topologique entre ces trois nombres, on ne l'examinera pas ici. On se contente d'évoquer la :

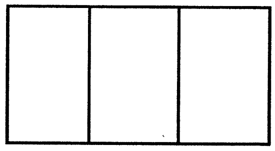
Deuxième loi de Kirchhoff :

"Sur une maille d'un circuit quelconque, la somme *algébrique* des tensions est nulle".

Exemple :

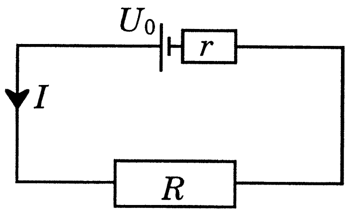


$m = 3; n = 2$ et $b = 3$



$m = 6; n = 4$ et $b = 6$

Autre exemple (très banal) :

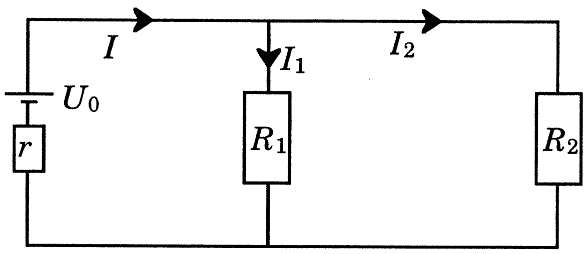


$U_0 = r\,I + R\,I \quad <=>$

$U_0 - r\,I - R\,I = 0$

La somme des tensions est effectivement nulle si on fait tout le tour de la maille et si on prend soin de leur affecter un signe correspondant au sens du courant. Ainsi, une source donne une tension positive et une résistance produit une chute de tension, donc négative.

On pourrait bien sûr multiplier les exemples, encore un :



Le but est très souvent de *calculer* les courants, car on sait bien qu'il est beaucoup plus facile de *mesurer* des tensions que des courants, car il faudrait ouvrir le circuit pour insérer l'ampèremètre. Ce circuit comporte trois courants, il faut donc trois équations *indépendantes* (qui ne sont pas des combinaisons linéaires les unes des autres) pour pouvoir résoudre.

Puisque ce circuit a deux noeuds et trois mailles, on peut écrire cinq (= 2 + 3) équations. Il est évident que les deux équations de noeuds sont identiques : $I - I_1 - I_2 = 0$. On écrit les trois équations de mailles :

$$U_0 - R_1 I_1 - r\,I = 0$$
$$U_0 - R_2 I_2 - r\,I = 0$$
$$-R_2 I_2 - R_1 I_1 = 0$$

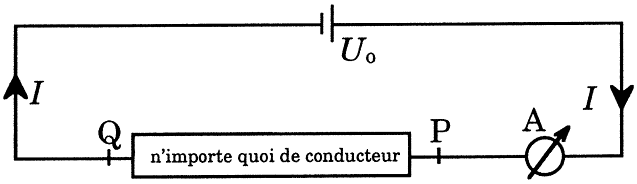
Il apparaît bien que la troisième n'est que la différence des deux premières, on a ainsi trois (1 + 2) équations indépendantes en tout et pour tout, ce qui est nécessaire et suffisant.

Notons que le circuit est ici très simple et on s'en tirerait sans appliquer les deux lois de Kirchhoff. Ce n'est plus possible pour des circuits compliqués.

ENERGIE ET PUISSANCE ELECTRIQUES

III. 1. Puissance

Soit une tension U_{PQ} aux bornes d'un élément de circuit quelconque. Il est alors parcouru par un courant I, c-à-d qu'il passe une charge Δq pour chaque intervalle de temps Δt puisque $I = \Delta q / \Delta t$. Dans le conducteur il y a une *force* qui maintient le mouvement des électrons, cette force effectue un travail A_{PQ} sur la distance PQ. C'est la tension U_{PQ} qui est la cause de cette force.



Dans le cours *d'électrostatique* (3ème année), on montrera que le travail de la force électrique agissant sur une charge Δq se déplaçant entre deux points P et Q est le produit de la charge par la tension entre ces deux points : $A_{PQ} = \Delta q\, U_{PQ}$.

Ce travail est effectué aux dépends de la source de tension qui fournit l'énergie électrique $\Delta W = A_{PQ}$.

On se souvient (cours de mécanique) que la puissance s'exprime comme l'énergie dépensée (ou fournie) par unité de temps : $P = \Delta W/\Delta t$. Ainsi :

$\Delta W = A_{PQ} = \Delta q\, U_{PQ}$ => $P = \Delta q\, U_{PQ}/\Delta t = U_{PQ} \Delta q / \Delta t = U_{PQ}\, I$, c'est le résultat cherché :

$$P = U I$$

il est valable quel que soit l'élément de circuit parcouru par un courant I et ayant une tension U à ses bornes.

Unités: la puissance (mécanique, électrique, etc) se mesure en watts (W), donc les watts sont aussi des volts-ampères : W = V A.

Sur la plupart des appareils électroménagers est inscrite une indication de la puissance qu'ils consomment, elle est notée en W si l'appareil ne comporte pas de bobinage, tel un moteur, et en VA dans l'autre cas; cela est dû au fait qu'en courant *alternatif*, le calcul de la puissance est un peu plus compliqué (déphasage entre tension et courant, il y a un cosinus !).

Pour ce qui est de l'énergie électrique ΔW fournie ou dépensée pendant Δt , on a : $\Delta W = P\, \Delta t = U\, I\, \Delta t$.

Un élément de circuit est souvent un *convertisseur d'énergie*; un moteur (électrique, bien sûr) convertit l'énergie électrique en énergie mécanique et en énergie thermique (il chauffe inévitablement tant soit peu), un fer à repasser transforme l'énergie électrique *intégralement* en énergie thermique, un haut parleur transforme l'énergie électrique en énergie acoustique (en fait mécanique) etc.

III. 2. Consommation d'énergie, le kilowattheure

La facture d'électricité mensuelle indique l'énergie électrique qu'un ménage, par exemple, a consommé au cours du mois. Cette quantité d'énergie ne s'y exprime pas en joules mais dans une unité plus pratique pour ce genre de comptabilité, le *kilowattheure* (kWh). Il coûte peu de dizaines de centimes, selon les tarifs et les heures de consommation, diurnes ou nocturnes.
Il donc bon de savoir quelle est la conversion J <—> kWh :

1 kWh = 1000W x 1 h = 1000 W x 3600 s = $3{,}6 \cdot 10^6$ Ws = 3,6 MJ.

(avec 1 fr, on a environ 10 millions de joules électriques !).

Exemple de calcul : un ménage a utilisé en un jour : cinq ampoules de 60 W pendant 6 h, une TV de 100 W pendant 4 h, un aspirateur de 800 W pendant 1/2 h et une fritteuse de 600 W pendant 1 h. Quel est le prix de l'électricité consommé si le kWh est à 25 centimes ?

Ampoules :	5 x 0,06 = 0,3 kW	=>	0,3 x 6 = 1,8 kWh
TV :	= 0,1 kW	=>	0,1 x 1 = 0,4 kWh
Aspirateur :	= 0,8 kW	=>	0,8 x 0,5 = 0,4 kWh
Fritteuse :	= 0,6 kW	=>	0,6 x 1 = 0,6 kWh
Energie totale consommée :			3,2 kWh

=> 80 centimes à payer.

Il aurait été possible mais *inutilement fastidieux*, de transformer les heures en secondes pour obtenir l'énergie en joules puis ensuite de convertir ces joules en kWh.

On voit donc les deux avantages du kWh pour la consommation : 1°) le calcul facile et rapide au moyen des indications des appareils et du nombre d'heures d'utilisation, 2°) un nombre d'unités d'énergie qui ne se chiffre pas en millions voire en milliards, ce qui serait le cas avec les joules.

III. 3. Résistance et effet Joule

Tout conducteur parcouru par un courant s'échauffe peu ou beaucoup, cela dépend de sa résistance et du courant. C'est le principe du chauffage électrique: dans une résistance, l'énergie est intégralement transformée en énergie thermique; ce phénomène s'appelle l'*effet Joule*.

Ayant $P = U I$ et $U = R I$, on en déduit :

$$P = R I^2 \quad \text{ou bien} \quad P = U^2/R,$$

selon qu'on veut exprimer la puissance électrique convertie en puissance thermique par effet Joule soit en fonction du courant, soit en fonction de la tension. Dans le filament d'une ampoule, la température et l'incandescence sont telles que le filament transforme l'énergie thermique en énergie lumineuse. Mais si le rendement électrique —> thermique est de 100 %, le rendement thermique —> lumineux est bien inférieur: environ 4% pour la lumière visible d'une ampoule standard et environ 6 % pour une ampoule dite *halogène* mais à incandescence aussi. Le reste est vraiment de la chaleur : rayonnement infrarouge, donc invisible.

Applications et inconvénients de l'effet Joule

* Le chauffage électrique, écologiquement peu recommandé car le rendement à la production électrique est faible si la centrale est thermique (nucléaire), mais le rendement du chauffage lui-même est de 100 %, puisque c'est une résistance.

* Les fusibles : le courant alimentant un appareil, un appartement, etc. passe d'abord par un élément constitué d'un fil métallique à bas point de fusion (donc aisément *fusible* : plomb, étain). Si le courant est trop élevé à cause d'un court-circuit ou pour une autre raison, le fil s'échauffe excessivement et fond, interrompant ainsi le courant devenu dangereux par risque d'incendie par exemple.

* Les disjoncteurs thermiques : ils ont le même rôle que les fusibles mais l'élément interrompant le courant peut être un métal qui *se dilate* sous l'effet de la chaleur due à l'effet Joule, coupant ainsi un contact.

* L'éclairage par incandescence évoqué plus haut.

* L'échauffement néfaste des moteurs et des circuits électriques et électroniques, nécessitant parfois un système de refroidissement. Qui n'a jamais entendu ronronner le ventilateur d'un ordinateur ?

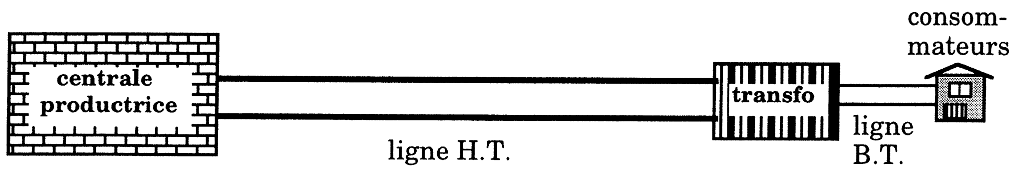
III. 3. Transport d'électricité - lignes électriques

L'énergie électrique a de nombreux avantages dont l'un, et non des moindres, est de pouvoir être transportée facilement sur de longues distances et presque sans pertes. Ce sont justement ces pertes et les moyens de les diminuer qui vont être examinées dans ce paragraphe.

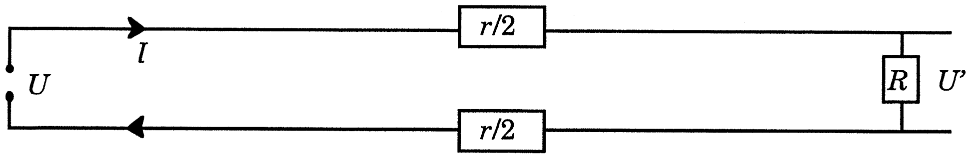
Deux situations typiques :

1°) Une centrale productrice d'énergie électrique relie les consommateurs par une ligne à haute tension, suivie par des transformateurs destinés à abaisser la tension à des valeurs utilisables (le transformateur sera étudié dans le cours de *magnétisme*, 3ème année).

2°) Un particulier veut installer un chauffage électrique dans son grenier situé 4 étages au dessus de son appartement. Il utilise donc une longue rallonge. Aura-t-il encore 230 V aux bornes de son radiateur ?



Soit U la tension à la sortie de la centrale et U' la tension à l'entrée du transformateur. A cause des pertes par effet Joule le long de la double ligne, on aura $U' < U$. La ligne H.T. possède une résistance non nulle (l'époque des lignes à supraconducteurs est à venir) et véhicule un courant important. Schématisons :



On a noté r la résistance de *toute* la longueur de câble, c-à-d le double de la distance centrale - consommateurs, et R la résistance de ce qu'utilise(nt) le(s) consommateur(s).

Remarques :

a) Dans ce schéma simplificateur, on n'a pas inclu le transformateur parce qu'on peut très bien considérer que c'est lui qui fait effet de consommateur.

b) Les trois résistances $r/2$, R et $r/2$ sont *en série* puisqu'elles sont parcourues par le même courant I, l'un des deux câbles faisant office de retour du courant.

c) En fait souvent, c'est la terre qui fait office de retour, il n'y aurait donc alors qu'un seul câble sur notre schéma.

L'équation de la boucle que fait le circuit ci-dessus est :

$$U = (r/2 + R + r/2)I \quad \Rightarrow \quad U = U' + rI \qquad \text{car} \quad RI = U'.$$

Pour avoir une relation en termes de puissances, il suffit de multiplier l'équation par I :

$$UI = U'I + rI^2$$

On retrouve là la conservation de l'énergie (ou de la puissance, ce qui revient au même). En effet le terme de gauche est la puissance UI fournie par la centrale et à droite il y a la puissance $U'I$ reçue au bout de la ligne à laquelle s'ajoute la puissance rI^2 perdue dans la ligne par effet Joule.

Le rendement η de la ligne s'exprime tout naturellement par :

$$\eta = \frac{\text{puissance utile}}{\text{puissance totale}} = \frac{U'I}{UI} = \frac{UI - rI^2}{UI} = 1 - \frac{rI}{U} < 1$$

il est d'autant plus inférieur à 100 % que le terme rI/U est important. Le but est donc d'examiner comment le diminuer. Il y a essentiellement deux possibilités :

1°) **Diminuer *r***, cela va assez de soit. En principe, trois chemins pour y parvenir :

a) diminuer la longueur de la ligne; option non réaliste car la longueur est conditionnée par la géographie du territoire à traverser.

b) augmenter la section du câble; moins irréaliste mais économiquement peu favorable, car cela revient à augmenter la quantité de métal donc le poids des câbles, et par conséquent la structure des pylônes devra être renforcée, cela coûte cher.

c) diminuer la résistivité du métal des câbles. Le meilleur des conducteurs est le cuivre (l'argent est à peine meilleur, mais...). Lorsqu'on saura installer des lignes à haute tension au moyen de supraconducteurs, le problème ainsi posé n'existera plus, il y en aura alors bien d'autres, la preuve en est qu'ils sont si importants que de telles lignes n'existent pas encore. Un autre métal que le cuivre est intéressant, c'est l'aluminium; il est moins bon conducteur que le cuivre (env. 1,6 fois) mais nettement plus léger que lui (env. 3,3 fois). A même résistance de ligne, l'aluminium l'emporte donc sur le cuivre du point de vue du poids que doivent supporter les pylônes.

2°) **Augmenter** U **et diminuer** I. C'est aussi évident, et c'est bien cela qu'on réalise en installant des lignes à des tensions toujours plus élévées (380 kV actuellement). C'est intéressant car les deux effets vont dans le même sens: si on augmente U et diminue I d'un même facteur, le produit $P = UI$ reste inchangé.

N.B. On ne peut pas augmenter U indéfiniment car d'énormes problèmes d'isolation surviennent.

III. 4. Transmission de puissance - adaptation

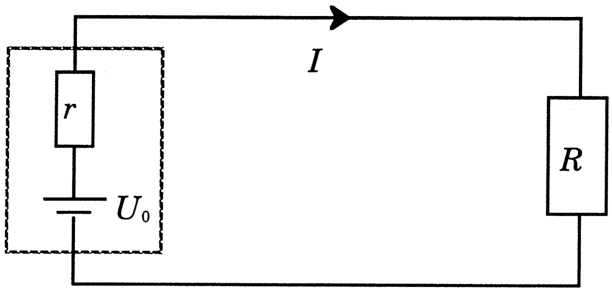
Exemples concrets :

a) On dispose d'une alimentation (réelle, pas idéale) ayant une tension électromotrice U_0 et une résistance interne r. On doit fabriquer un chauffage électrique au moyen d'un bobinage de fil. Quelle doit être le résistance du bobinage pour que le *maximum de puissance* de la source lui soit transmise ?

b) On dispose d'un amplificateur hi-fi ayant une *impédance* de sortie de 8 Ω. Il faut bien sûr lui brancher un (ou des) haut-parleur(s). Lequel choisir parmi ceux existant : 4 Ω, 8 Ω ou 16 Ω ?

(*Impédance* est le terme utilisé pour *résistance* en alternatif).

Soit donc une source de tension électromotrice U_0 ayant une résistance interne r. Sur cette source on branche un circuit, schématisé par une seule résistance R . Le courant I fourni par la source traverse r et R :



$$I = \frac{U_0}{r + R}$$

Soit P_R la puissance transmise à la résistance branchée R :

$$P_R = R\,I^2 = R\,\frac{U_0^2}{(r+R)^2}$$

Examinons la fonction P_R = f(R), elle est de la forme :

$$y = \frac{a\,x}{(b+x)^2}$$

elle est nulle aussi bien pour $x = 0$ que pour $x \longrightarrow \infty$; comme la fonction ne peut être que positive et continue, elle atteint un *maximum* quelque part. Pour le trouver, il suffit de calculer la dérivée et de l'annuler :

$$\frac{\mathrm{d}P_R}{\mathrm{d}R} = 0 = \frac{U_0^2(r+R)^2 - 2R\,U_0^2(r+R)}{(r+R)^4}$$

$$\Rightarrow\ U_0^2\,(r+R)^2 - 2\,R\,U_0^2\,(r+R) = 0 \ \Rightarrow\ r + R - 2\,R = 0 \ \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{R = r}$$

C'est donc lorsque la résistance du circuit branchée est égale à la résistance interne de la source que celle-ci fournira le plus de puissance. Dans ce cas, on dit qu'il y a *adaptation.*

On se souvient (§ II. 4.) que $U_b = U_0 - r\,I$, U_b étant la tension aux bornes de la source, donc aux bornes du circuit qui y est branché, c-à-d R. Avec $r = R$, on calcule vite que $U_b = U_0/2$.

Voyons maintenant quelle est la puissance dissipée dans r, c-à-d dans la source :

$$P_r = r\,I^2 = r\,\frac{U_0^2}{(r+R)^2}$$

$P_r = g(R)$, fonction de R, ne fait que diminuer si R augmente. Donc pour minimiser l'échauffement de la source, il y a intérêt à ce que R soit la plus grande possible, ce qui n'est pas à l'avantage de la puissance transmise à R, comme on l'a vu.

Il est facile de voir que si $r = R$, donc à l'adaptation,

$$P_R = P_r = \frac{U_0^2}{4r}$$

et représente le meilleur compromis pour adapter un haut-parleur sur un amplificateur hi-fi par exemple.

Si $R < r$, plus de puissance est dissipée dans l'ampli que dans le h-p, c'est au détriment de la durée de vie de l'ampli d'une part et de la qualité du signal musical d'autre part, il sera distordu.

Si $R > r$, ces problèmes ne surgirons pas, mais la puissance acoustique ne sera peut-être pas celle qu'on souhaite !

Les télécommunications sont un autre domaine où l'adaptation est cruciale. Il faut en effet transmettre un signal, parole, musique, image, bits informatique, etc, avec le maximum de fidélité et, pour avoir le minimum de perte d'énergie sur de longues distances, il faut que la puissance émise soit maximum en fonction des appareils : émetteurs, antennes, récepteurs...On parle alors d'*adaptation d'impédances*. Disons simplement qu'en courant alternatif la loi d'Ohm $U = RI$ n'est plus valable (!) mais qu'il faut écrire $U = ZI$ où Z est *l'impédance* d'un élément de circuit. C'est un *nombre complexe* dont R n'est que la partie réelle, la partie imaginaire en est d'autant plus importante que la fréquence du courant est élevée. L'impédance se compte aussi en ohms. Bien que la théorie ci-dessus ait été faite en termes d'adaptation de résistances, elle reste valable, essentiellement, en alternatif.

Il est clair que le problème de l'adaptation *ne se pose pas* si la source est la tension du secteur (230 V). Il est en effet impossible de brancher quoi que ce soit sur le réseau dans l'idée de faire baisser la tension à 115 V sans voir les fusibles fondre. La résistance interne du secteur est donc particulièrement faible. Pour un appartement, elle est souvent voisine de 1 Ω, ce qui impliquerait un courant de 115 A pour avoir l'adaptation et une puissance alors de 13.000 W !

III. 5. Moteurs électriques

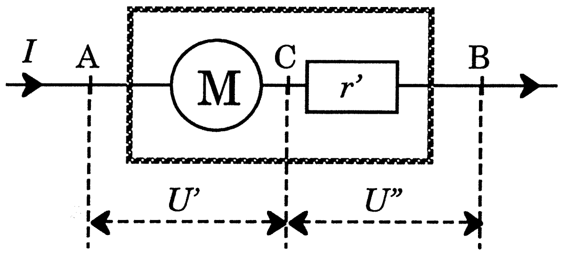
Ce sont des convertisseurs de l'énergie électrique qu'ils reçoivent en énergie mécanique et aussi, inévitablement, en chaleur. Une faible fraction de cette dernière est due, pour des moteurs de bonne conception, aux frottements mécaniques, mais l'essentiel de l'énergie thermique se produit par l'effet Joule. Tout moteur comporte en effet des bobinages de fils de cuivre qui sont parcourus par le courant d'alimentation. Ces bobinages constituent la *résistance interne* r' du moteur.

Schématisons le principe électrique de fonctionnement d'un moteur en séparant sa partie purement mécanique (M) de sa partie purement thermique (r'). C'est évidemment impossible dans la pratique mais utile pour l'explication :

$U_{AB} = U$: tension aux bornes du moteur, mesurable;

$U_{AC} = U'$: tension dite *contre-électromotrice*, correspond à la partie purement mécanique, non mesurable avec un voltmètre;

$U_{CB} = U''$: tension aux bornes de la résistance interne, peut être mesurable avec un ohmmètre pour un moteur fonctionnant en courant continu, arrêté et non branché sur sa source.



$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$$
$$\Leftrightarrow \quad U = U' + U''$$
$$U'' = r'I$$
$$\Rightarrow \quad U = U' + r'I$$

Pour traduire en termes de puissances, il suffit de multiplier cette dernière relation par I :

$UI = U'I + r'I^2$ c-à-d : $P_{\text{él.}} = P_{\text{méc.}} + P_{\text{th.}}$

Le *rendement* η du moteur est l'énergie (ou la puissance) qu'il restitue par rapport à l'énergie (ou la puissance) qui lui a été fournie :

$$\eta = \frac{P_{\text{méc}}}{P_{\text{él}}} = \frac{P_{\text{él}} - P_{\text{th}}}{P_{\text{él}}} = \frac{UI - r'I^2}{UI} = \frac{U - r'I}{U} = 1 - \frac{r'I}{U} < 1$$

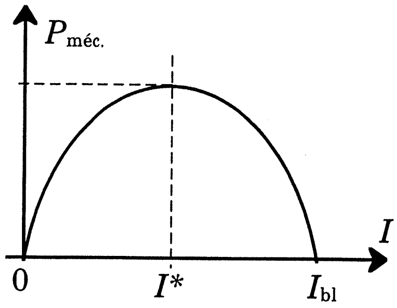
Comme à propos du rendement des lignes électriques, on remarque aussi ici l'avantage qu'il y a à diminuer r' et à augmenter U.

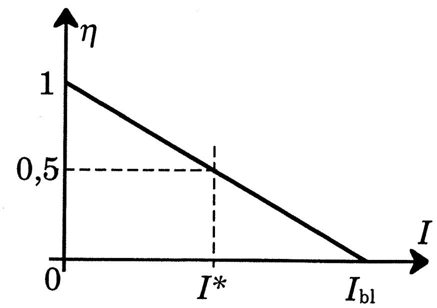
Soit un moteur alimenté par une tension U fixe et ayant une résistance interne r'. Examinons comment varie la puissance mécanique qu'il doit développer en fonction du courant qui l'alimente. On doit bien penser que si U est fixe, c'est I qui doit augmenter à mesure que croît l'effort mécanique. On aurait $P_{\text{méc.}}$ proportionnel à I si la résistance interne était nulle, mais elle ne l'est pas...

Exprimons la puissance en fonction du courant et examinons le comportement de cette fonction :

$$P_{\text{méc.}} = P_{\text{él.}} - P_{\text{th.}} = UI - r'I^2 = f(I)$$

c'est une parabole passant par l'origine ($I = 0 \Rightarrow P_{\text{méc.}} = 0$) et ouverte vers le bas :





On observe que :

a) La puissance mécanique est nulle pour $I = 0$, bien sûr, mais aussi pour $I = I_{bl}$, courant de blocage : le moteur, toujours alimenté par la tension U, est empêché de tourner; par conséquent, toute la puissance électrique est convertie en chaleur, ce qui est très préjudiciable pour le moteur qui devient un chauffage ! Dans ce cas, *et dans ce cas seulement* : $U = r'I$ où $I = I_{bl}$ et $P_{él.} = r'I^2$.

Le rendement est évidemment nul si le moteur ne tourne pas. Notons que le graphe $\eta = f(I)$ montre que $\eta = 1$ si $I = 0$, ce qui est bien bizarre, mais en fait, le rendement n'est pas défini en $I = 0$ car il est un rapport de deux puissances et elles sont toutes deux nulles : $\eta = 0/0$.

b) La parabole étant symétrique autour de son axe, le courant I^* correspondant à la puissance mécanique *maximum* est atteint en $I^* = I_{bl}/2$. Le rendement ne vaut alors plus que 50 % et la puissance électrique se répartit de façon égale en puissance mécanique et en puissance thermique : $P_{méc.} = P_{th.} = r'I^{*2}$.

Il est intéressant de comparer la puissance mécanique maximum à la puissance thermique maximum (moteur bloqué) :

$P_{méc.}(I = I^*) = r'I^{*2}$ car $P_{méc.} = P_{th.}$ en $I = I^*$;

$P_{th.}(I = I_{bl}) = r'I_{bl}^2 = 4r'I^{*2} = 4P_{méc.}(I = I^*)$!

Ch. I : COURANTS

1. S'il se pouvait qu'une masse de cuivre de 30 g perde tous ses électrons libres en 1 heure, quel serait le courant moyen obtenu? (Cu: 1 électron libre par atome).

Rép: 12,6 A.

2. Admettons qu'une ampoule fonctionne avec un courant de 0,8 A.
a) Combien d'électrons auront passé dans le filament en 1 minute?
b) Combien de temps faudrait-il allumer l'ampoule pour que la masse totale d'électrons ayant passé soit de 1 mg ?

Rép: a) 3.10^{20} ; b) env. 61 h.

3. La courroie de caoutchouc servant à charger un générateur van de Graaf a une largeur b = 5 cm et se déplace à la vitesse de 0,3 m/s. La charge transportée correspond à un courant de 1 μA.
Calculer la densité superficielle de charge σ sur la courroie.

Rép: $6{,}67.10^{-5}$ C/m^2.

4. Calculer le courant correspondant à la "rotation" classique de l'électron sur son orbite dans un atome d'hydrogène. Le "rayon" de l'orbite est de $0{,}53.10^{-10}$ m.

Rép: 1,05 mA.

5. Un accélérateur accélère 10.000 particules α par seconde. Le diamètre du faisceau est de 3 mm et la tension d'accélération est de 1000 V.
a) Calculer le courant I du faisceau à la sortie de l'accélérateur:
b) Calculer le nombre n de particules par unité de volume.

Rép: a) $3{,}2.10^{-15}$ A; b) $4{,}56.10^{3}$ m^{-3}.

6. Ayant été accélérés, les électrons d'un faisceau ont tous la même vitesse de 2.10^{7} m/s. On "compte" 10^{10} électrons par mètre de faisceau.
Calculer le courant I correspondant.

Rép: 32 mA.

7. On étire un fil d'or jusqu'à tripler sa longueur. De quel facteur aura varié sa résistance, la résistivité restant la même ?

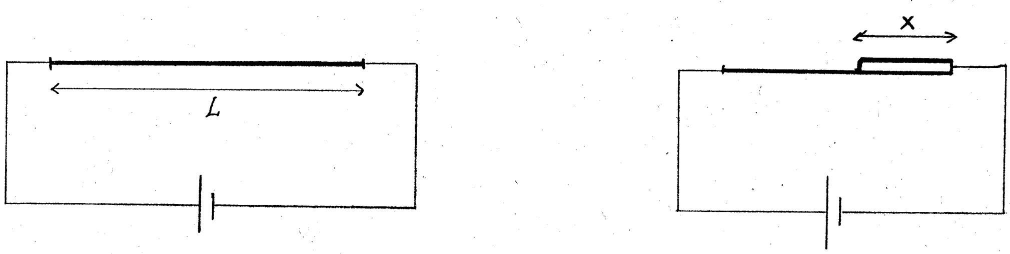
8. Lorsqu'on applique une tension U = 10 V aux extrémités d'un fil de fer, cela fait naître un courant de 2 A et un champ de 1 V/m dans le fil. Calculer:

a) la résistance de ce fil,
b) sa longueur, sa section et son diamètre;
c) la densité de courant;
d) la vitesse des électrons libres si le fer en compte 2 par atome.

Rép: a) 5 Ω; b) 10 m; 0,19 mm^2; 0,5 mm; c) env. 10^7 Am^{-2}; d) 0,38 mm/s.

9. On dispose d'un fil métallique de longueur L et de résistance R. Comme il se trouve avoir une résistance deux fois trop grande et qu'il est impossible de le couper, on le replie comme ci-dessous. Calculer x/L.

Rép: 1/3.



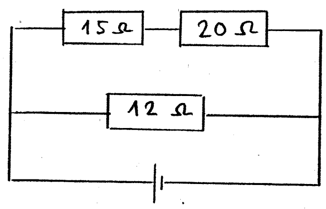
10. Une résistance faite d'un fil de nickel est branchée sur une source de tension U fixe. Il y passe un courant I à la température de 0 °C. Quelle devra être la température du fil pour que le courant augmente de 4% ?

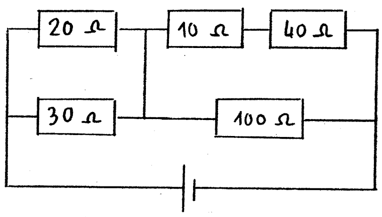
Rép: –5,7 °C.

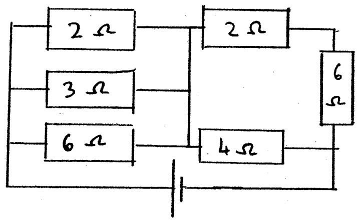
11. Montrer que si on tient compte des dilatations, la résistance d'un fil de constantan *diminue* si la température augmente. On notera α_r le coefficient de température de la résistivité et α_d le coefficient de dilatation linéique. On utilisera l'approximation: $(1 \pm x)^{-1} \cong 1 \mp x$ si $x << 1$.

Ch. II : CIRCUITS

1. Calculer la résistance équivalente des groupements ci-dessous:



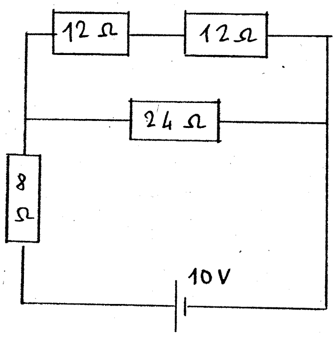


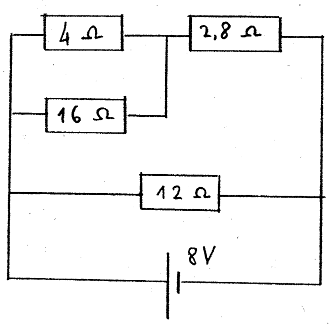


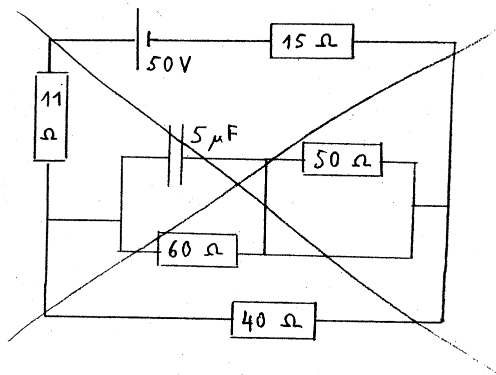
Rép: 8,94 Ω 45,3 Ω 3,67 Ω

2. On dispose de résistances de 20 Ω en nombre quelconque. Donner plusieurs groupements possibles pour obtenir une résistance équivalente de 50 Ω.

3. Calculer les courants passant dans les éléments des circuits ci-dessous:

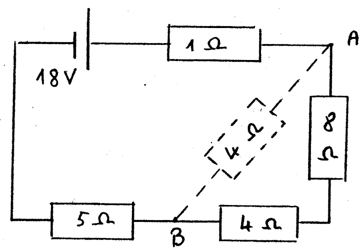






4. a) Calculer la tension entre A et B.

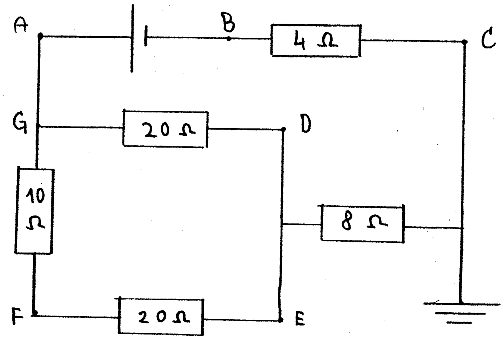
b) On joint ensuite ces points par une résistance supplémentaire de 4 Ω. Calculer le courant qui la traverse.



Rép: a) 12 V; b) 1,5 A.

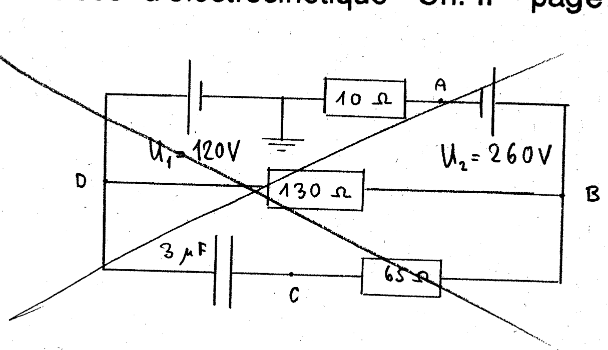
5. Pour ce circuit, calculer:

a) la résistance équivalente,
b) tous les courants. Donné: $I_{GF} = 0,2$ A;
c) les potentiels des points indiqués,
d) la tension fournie par la source.



Rép: a) 24 Ω; d) 12 V.

~~**6.** Pour ce circuit, calculer:~~
~~a) tous les courants,~~
~~b) les potentiels des points indiqués,~~
~~c) la charge du condensateur.~~



Rép: a) 1 A, b) V_A = -10 V, V_B = 250 V, V_D = 120V, c) 390 μC.

7. Pour alimenter un appareil nécessitant une tension U' = 12 V, on dispose d'une source de tension U = 20 V et d'un diviseur de tension de résistance R qui peut supporter un courant maximum de 0,5 A. D'autre part le curseur doit se trouver aux 2/3 de la course totale. Calculer:

a) la résistance R de ce potentiomètre;

b) La résistance R' de l'appareil et le courant qui y circule.

Rép: a) 48 Ω, b) 96 Ω, 0,125 A.

8. Une source de tension donne une tension de 36 V lorsque seul un voltmètre y est branché. Déterminer:

a) la résistance interne r de cette source et le courant débité si elle a 35,1 V à ses bornes lorsque une résistance R_1 = 24 Ω y est branché,

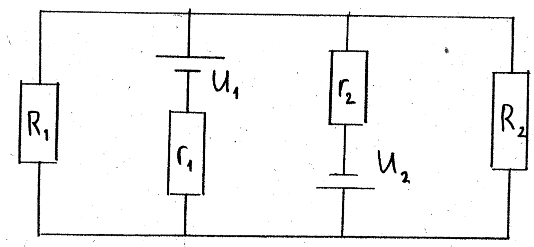
b) le courant de court-circuit de la source,

c) le courant et la tension fournis par cette source si on y branche une résistance R_2 = 12 Ω.

Rép: a) 0,62 Ω; 1,46 A; b) 58,5 A; c) 2,85 A; 34,23 V.

9. Pour ce circuit, donner le nombre de branches, mailles et noeuds.

Etablir les équations indépendantes pour pouvoir calculer les courants.
Résolution facultative!



Ch. III : ENERGIE ET PUISSANCE ELECTRIQUES

1. Deux résistances R identiques sont branchées sur une source de tension U fixe (r = 0). Elles donnent une puissance thermique totale P_1 lorsqu'elles sont branchées en parallèle et P_2 lorsqu'elles sont en série.
Montrer que $P_1 = 4P_2$.

2. Deux ampoules 230 V ont des puissances nominales P_1 = 240 W et P_2 = 60 W. Leur filament est du même métal (W) et de même longueur.
Montrer que le diamètre de la plus puissante est deux fois plus gros que l'autre.

3. Une TV consomme une puissance électrique de 150 W. Elle est allumée en moyenne 3 heures chaque jour de l'année.
Quel en sera le coût annuel de l'électricité si le prix du kWh = 0,25 fr ?

Rép: 41 fr.

4. Pour un bain les robinets d'eau chaude et froide débitent *ensemble* 90 litres d'eau à 40 °C. Avant le chauffage, elle était à 15 °C. Calculer:
a) l'énergie nécessaire au chauffage,
b) le prix de l'énergie (kWh à 25 ct.)
c) la puissance du chauffage pouvant chauffer cette eau en 45 minutes,
d) le courant I si ce chauffage est branché sur 380 V.

Rép: 9,41.10^6 J; 2,61 kWh, 65 ct; 5,23 kW; 9,2 A.

5. Le robinet d'eau chaude de la salle de bain est défectueux, il laisse couler 5 gouttes de 0,2 cm^3 par seconde d'une eau chauffée de 15 °C à 86 °C. Calculer:
a) la puissance perdue; la comparer à celle perdue en oubliant d'éteindre l'éclairage de 60 W de la salle de bain;
b) l'énergie perdue en 24 h et le coût mensuel si le kWh est à 25 ct.

Rép: 298 W; facteur 5; 2,57.10^7 J; 7,15 kWh; env. 54 fr. !

6. Pour chauffer un grenier, on utilise un radiateur électrique de puissance nominale P = 1200 W. On le branche sur la tension 230 V de l'appartement au moyen d'une rallonge de 30 m faite d'un double fil de cuivre de diamètre d = 0,5 mm. Calculer:
a) la résistance électrique du radiateur,
b) la résistance r de la rallonge,
c) la tension aux bornes du radiateur,
d) le rendement de la ligne et la puissance perdue par m de rallonge,
e) refaire le calcul avec du fil de diamètre double.

Rép: 44,1 Ω; 5,1 Ω; 207 V; 90 %; 3,7 W/m.

7. Pour construire une ligne à haute tension, admettons qu'on ait le choix entre le cuivre et l'aluminium. Pour une longueur et une résistance donnée, montrer que l'aluminium est deux fois plus avantageux que le cuivre du point de vue du poids de métal à utiliser.

8. Une centrale nucléaire a une puissance électrique P = 300 MW. Pour la ligne à haute tension de 100 km qui en part (double câble de cuivre), on impose un rendement de 90 %. Pour trois valeurs de haute tension U_1 = 380 kV, U_2 = 132 kV, U_3 = 50 kV, calculer:

a) le courant I dans la ligne,
b) la résistance r de la ligne,
c) la section s et le diamètre d du câble,
d) la masse par mètre de câble,
e) la *densité* de courant i (en A/mm^2),
f) le rendement et la puissance perdue par km.

Rép: (pour U_1) 789 A; 48,1 Ω; $7{,}07.10^{-5}$ m^2; 9,5 mm; 0,63 kg; 11,2 A/mm^2; 150 kW/km.

9. Un amplificateur *hi-fi* a une impédance de sortie de 4 Ω, ce qui signifie (pas tout à fait, mais on se contentera de confondre *impédance* avec *résistance*) que sa résistance interne r est de 4 Ω. Deux haut-parleurs ont une impédance de 8 Ω chacun. Soit P la puissance optimale (à l'adaptation) de cet amplificateur.

Calculer, relativement à cette puissance, celle obtenue:
a) par 1 hp,
b) par 2 hp mis en série,
c) par 2 hp mis en parallèle.

10. Une source de tension a une tension électromotrice U = 100 V et une résistance interne r = 20 Ω. On y branche une résistance R variable. Pour plusieurs valeurs de R: 0, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50 et 60 Ω, calculer la puissance P_R dans R, la puissance P_r dans la source et la puissance $P_{tot} = P_R + P_r$ la puissance totale. Représenter graphiquement ces trois puissances en fonction de R.

11. Un petit moteur électrique est alimenté par une batterie de U = 12 V (r interne négligeable). Calculer son rendement lorsque la *densité* de courant i dans les 27 m de fil de cuivre de son bobinage est de 6 A/mm^2.

Rép: 77 %.

12. Un moteur de résistance interne r est alimenté par une tension U fixe.

a) A partir de l'expression de la transformation d'énergie, exprimer la puissance mécanique en fonction du courant;
b) représenter graphiquement l'allure de $P_{méc} = f(I)$;
c) calculer pour quelle valeur I^* du courant la puissance mécanique est maximale;
d) calculer le rendement du moteur à cette puissance;
e) montrer que $P_{méc}(\max) = U^2/4r$ et que $P_{méc} = 0$ pour $I = 0$ et pour $I = 2I^* = I_b$.

Rép: a) $P_{méc} = UI - rI^2$; c) $I^* = U/2r$; d) 50%.

13. Moteur alimenté par 230 V. Le courant à $P_{méc}(\max)$ est I^* = 1,5 A.

Calculer:
a) la résistance interne r et la puissance mécanique maximale;
b) la vitesse avec laquelle une masse de 100 kg peut être élevée.

Rép: 76,7 Ω; 173 W; 17,6 cm/s.