

Exercice 1

$$1) S = \int_{-5}^5 (-x^2 + 25) dx = \left[ -\frac{x^3}{3} + 25x \right]_{-5}^5 = \left( -\frac{125}{3} + 125 \right) - \left( \frac{125}{3} - 125 \right) = -\frac{250}{3} + 250 = \frac{500}{3}$$

$$2) S = \int_{-2}^0 e^x dx = [e^x]_{-2}^0 = 1 - \frac{1}{e^2} = \frac{e^2 - 1}{e^2} \quad 3) S = \int_1^3 \frac{1}{x^2} dx = \left[ -\frac{1}{x} \right]_1^3 = -\frac{1}{3} - (-1) = \frac{2}{3}$$

$$4) S = S_1 + S_2 \Rightarrow S = \frac{3}{2} \quad (\text{Les 2 courbes se coupent en } 1)$$

$$S_1 = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}; \quad S_2 = \int_1^e \frac{1}{x} dx = [\ln |x|]_1^e = 1 - 0 = 1$$

$$5) S = S_1 + S_2 \Rightarrow S = \frac{148}{3} \quad (\text{Les zéros sont en } -2; 0 \text{ et } 4)$$

$$S_1 = \int_{-2}^0 (x^3 - 2x^2 - 8x) dx = \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - 4x^2 \right]_{-2}^0 = 0 - \left( 4 + \frac{16}{3} - 16 \right) = \frac{20}{3}$$

$$S_2 = \left| \int_0^4 (x^3 - 2x^2 - 8x) dx \right| = \left| \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - 4x^2 \right]_0^4 \right| = \left| \left( 64 - \frac{128}{3} - 64 \right) - 0 \right| = \frac{128}{3}$$

$$6) S = S_1 - S_2 \Rightarrow S = \frac{38}{3} \quad (\text{La droite et la parabole se coupent en } 3; \text{ un des zéros de } f \text{ est en } -1)$$

$$S_1 = \int_{-1}^3 (-x^2 + 3x + 4) dx = \left[ -\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 4x \right]_{-1}^3 = \left( -9 + \frac{27}{2} + 12 \right) - \left( \frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 4 \right) = \frac{56}{3}$$

$$S_2 = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

$$7) S = S_1 - S_2 \Rightarrow S = \frac{91}{6} \quad (\text{La droite et la parabole se coupent en } -2 \text{ et en } 4; \text{ les zéros de } g \text{ sont } -2 \text{ et } 3)$$

$$S_1 = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \quad S_2 = \int_3^4 (x^2 - x - 6) dx = \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x \right]_3^4 = \left( \frac{64}{3} - 8 - 24 \right) - \left( 9 - \frac{9}{2} - 18 \right) = \frac{17}{6}$$

$$8) S = \int_1^5 ((-x^2 + 6x) - 5) dx = \left[ -\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x \right]_1^5 = \left( -\frac{125}{3} + 75 - 25 \right) - \left( -\frac{1}{3} + 3 - 5 \right) = \frac{32}{3}$$

(La droite et la parabole se coupent en 1 et en 5; surface comprise entre 2 courbes et 2 bornes)

$$9) S = \int_1^6 ((x+1) - (x^2 - 6x + 7)) dx = \int_1^6 (-x^2 + 7x - 6) dx$$

$$= \left[ -\frac{x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} - 6x \right]_1^6 = (-72 + 126 - 36) - \left( -\frac{1}{3} + \frac{7}{2} - 6 \right) = \frac{125}{6}$$

(La droite et la parabole se coupent en 1 et en 6; surface comprise entre 2 courbes et 2 bornes)

$$10) S = \int_{-4}^5 ((16 - x^2) - (x^2 - 2x - 24)) dx = \int_{-4}^5 (-2x^2 + 2x + 40) dx$$

$$= \left[ -\frac{2x^3}{3} + x^2 + 40x \right]_{-4}^5 = \left( -\frac{250}{3} + 25 + 200 \right) - \left( \frac{128}{3} + 16 - 160 \right) = 243$$

(Les 2 paraboles se coupent en -4 et en 5; surface comprise entre 2 courbes et 2 bornes)

$$11) S = \int_0^3 (x+1-e^{-x}) dx = \left[ \frac{x^2}{2} + x + e^{-x} \right]_0^3 = \left( \frac{9}{2} + 3 + \frac{1}{e^3} \right) - 1 = \frac{13}{2} + \frac{1}{e^3} = \frac{13e^3 + 2}{2e^3}$$

(Surface comprise entre 2 courbes et 2 bornes)

$$12) S = S_1 + S_2 \Rightarrow S = e + 5 + \frac{1}{e^3} = \frac{e^4 + 5e^3 + 1}{e^3}$$

(Les 2 courbes se coupent en 0; 2 x Surface comprise entre 2 courbes et 2 bornes)

$$S_1 = \int_{-1}^0 (e^{-x} - (x+1)) dx = \left[ -e^{-x} - \frac{x^2}{2} - x \right]_{-1}^0 = -1 - \left( -e - \frac{1}{2} + 1 \right) = e - \frac{3}{2}$$

$$S_2 = \int_0^3 (x+1-e^{-x}) dx = \frac{13}{2} + \frac{1}{e^3}$$

$$13) S = \int_0^{\pi} \sin(x) dx = [-\cos(x)]_0^{\pi} = 1 - (-1) = 2$$