

MAGNETISME

Chap. I FORCES MAGNETIQUES

I.1. Définitions et mise en place

Quelques rappels pour voir des analogies avec le champ électrique, (mais pas trop!): Le champ électrique \mathbf{E} a été défini par ses *causes* et ses *effets*.

En **électrostatique**, les causes du champ \mathbf{E} (ses sources) sont des charges électriques et ses effets sont des forces sur d'autres charges.

Remarque: Il est précisé "électrostatique", car on verra qu'un champ \mathbf{E} peut aussi être produit par un champ magnétique dans certains cas.

Cependant, \mathbf{E} ne suffit pas à expliquer tous les phénomènes où interviennent des charges. Ainsi, lorsque elles sont en mouvement, soit en étant libres dans le vide, soit constituant des courants dans des conducteurs, il est nécessaire de faire apparaître une nouvelle notion, celle de *champ magnétique*.

Comme le champ \mathbf{E} , un champ magnétique est une grandeur vectorielle, elle est notée \mathbf{B} ; ce champ se caractérise donc par une *direction*, un *sens* et une *valeur* numérique B , dont l'unité sera définie sous peu. Comme \mathbf{E} , le champ \mathbf{B} peut se visualiser par la "matérialisation" de ses *lignes de champ*, courbes tangentes aux vecteurs \mathbf{B} en tous points de l'espace.

<> Les *causes*, ou *sources*, d'un champ \mathbf{B} sont les *courants électriques* et les aimants.

Remarque: Courants et aimants, ce n'est fondamentalement pas très différent. Une théorie plus approfondie du magnétisme dans la matière montre que la magnétisation d'un aimant permanent peut s'interpréter comme des courants microscopiques. Ajoutons qu'une théorie phénoménologique du magnétisme dans la matière n'est pas très simple et qu'une théorie microscopique (quantique) n'est pas simple du tout.

<> Les *effets* d'un champ \mathbf{B} sont de produire une *force* sur d'autres courants ou sur d'autres aimants.

Tout le monde sait, à peu près, ce qu'est une *boussole* et à quoi elle sert. C'est en fait très souvent un simple petit morceau de fer allongé et capable de tourner presque sans frottement autour d'un axe passant par son milieu. Ce fer est aimanté et réagit alors au champ magnétique dans lequel il baigne. Cette aiguille se positionne dans la direction de \mathbf{B} et permet ainsi de visualiser l'orientation d'une ligne de champ dans un voisinage.

La limaille de fer est constituée de petits grains qui jouent chacun le rôle d'une boussole. Saupoudrés dans une région où on soupçonne l'existence d'un champ \mathbf{B} , les grains vont tous plus ou moins s'aligner et s'orienter, matérialisant les lignes de champ autour d'aimants ou de configurations de fils conducteurs parcourus par des courants.

Voir schémas ...

Le champ **E** et ses lignes partent des charges (+) pour aboutir aux charges (-). On peut en principe séparer les deux constituants d'un *dipôle électrique*, on peut avoir aussi soit des charges positives soit des charges négatives. Il n'en est pas vraiment de même pour **B** et ses lignes car il n'existe pas de charges magnétiques. Un dipôle magnétique existe pourtant, une boussole par exemple en est un, mais on ne peut pas en séparer les deux pôles. Les pôles magnétiques ne sont d'ailleurs pas désignés par des signes algébriques + et - mais par des *noms* différents, ce qui évite une tentation d'additivité: en référence au champ magnétique terrestre, tout dipôle magnétique aura un pôle **NORD** et un pôle **SUD**. Couper un aimant en deux dans l'idée d'en séparer les deux pôles est peine perdue: les deux morceaux auront tous deux deux pôles, un à chaque bout. Continuer la segmentation donnera toujours des dipôles, jusqu'à arriver à un atome par exemple de fer, qui est lui aussi un dipôle.

<> L'orientation du champ **B** est défini~~t~~ conventionnellement comme allant du pôle **NORD** d'un aimant à son pôle **SUD**. (Attention aux risques de confusions avec **B**_{terrestre}!).

Pour les champs produit par des courants, c'est la *règle du tire-bouchon* qui s'applique, le sens de rotation est simplement donné par le sens conventionnel de circulation du courant.

A l'encontre des lignes de **E**, *les lignes de B sont toujours fermées*, soit autour des conducteurs parcourus par le courant produisant le champ **B**, soit en passant à l'intérieur de l'aimant. C'est une conséquence de la non-existence de monopôles magnétiques.

I.2. Illustrations expérimentales

Sous-entendu que des particules chargées en mouvement, tel un faisceau d'électrons, constituent aussi un courant, on peut grouper les multiples interactions magnétiques en les classant en quatre catégories:

a) interactions aimants - aimants

- 1) deux aimants quelconques
- 2) un aimant et une boussole
- 3) deux boussoles
- 4) ...

b) interactions aimants - courants

1) Un aimant à proximité ^{du} filament d'une ampoule allumée et alimentée en courant alternatif: le filament vibre à la fréquence du courant.

2) un écran cathodique (oscilloscope, ordinateur, TV, ...): un aimant à proximité provoque une déformation de l'image. Ecran couleurs => dégats irréversibles !!

3) tige métallique pouvant rouler sur deux rails métalliques horizontaux et parcourus par un courant: un aimant *convenablement* positionné près de la tige la met en mouvement

4) cuve pleine de CuSO_4 en solution aqueuse (Cu^+ et SO_4^-), elle est placée dans un fort champ \mathbf{B} *vertical* (électro-aimant) et parcourue par un courant *radial* (électrolyse): la solution se met en mouvement, des petits objets y flottant l'attestent,

5) tige conductrice trempant dans le mercure; elle engendre un cône par sa rotation, étant dans un champ \mathbf{B} *radial* et *horizontal* produit par un petit (mais fort) aimant en forme de disque et fixé sous la cuve,

6) ...

c) interactions courants - aimants

1) boussole au voisinage d'un fil tendu alimenté par un fort courant DC

2) boussole au voisinage d'une bobine alimentés par un courant DC

3) ...

d) interactions courants - courants

1) deux fils rectilignes et parallèles, proches l'un de l'autre. Attraction ou répulsion mutuelle selon les sens relatifs de parcours des deux courants. Que constate-t-on? (n'a pas la même "logique" qu'en électrostatique!)

Réponse:

(Pourtant, on observe que, pour des aimants, et en toute "logique", des pôles de même nom se repoussent et des pôles de noms différents s'attirent.)

2) deux bobines parcourues par des courants de même sens (ou non) exercent des forces réciproques

3) ...

I.3. Force magnétique sur des particules chargées

Dans ce premier chapitre, on ne s'occupe pas de la source du champ: on dispose d'un champ \mathbf{B} et on examine ses effets, d'abord sur des charges libres en mouvement, puis ensuite (I.5.) sur des courants dans des conducteurs. Il faudra attendre le chapitre II pour savoir comment obtenir un champ.

L'effet d'un aimant sur l'image donnée par un écran cathodique évoqué ci-dessus montre à l'évidence qu'un champ \mathbf{B} modifie la trajectoire des électrons. Le problème expérimental est d'abord de comprendre, non pas pourquoi, car la Nature est ainsi, mais comment \mathbf{B} agit sur q . Cela revient à trouver comment la force magnétique dépend du vecteur \mathbf{B} par ses trois caractéristiques, dépend de la valeur de q et d'autres variables, telle la vitesse de la charge q .

De la mécanique, on sait qu'une *force* est indispensable pour modifier la vitesse d'une masse, autrement dit pour lui communiquer une *accélération*. Il est alors fructueux de faire usage de ses souvenirs de cinématique pour examiner comment varie le vecteur-vitesse \mathbf{v} de l'objet, ici la particule chargée dans un champ.

Soit donc un champ magnétique \mathbf{B} . On le choisit *homogène* (spatialement invariable) et *constant* (temporellement invariable) dans une région suffisante de l'espace. Dans ce champ, on envoie une particule de charge q (ou un faisceau de particules chargées) dont le vecteur-vitesse \mathbf{v} fait un angle α avec le champ \mathbf{B} . On suppose de plus que cette particule ne subit pas d'autre action; ce n'est pas une condition difficile à réaliser, car comme on l'a vu pour des particules dans des champs \mathbf{E} , le poids est toujours très négligeable en face de la force électrique. On pourra numériquement s'en convaincre sous peu. Les forces de gravitation sont donc complètement négligeables et les forces purement électriques sont déclarées absentes. Observons et mesurons.

1°) lorsque $\alpha = 0$ ou π , c-à-d lorsque les vecteurs \mathbf{v} et \mathbf{B} ont *même direction*, on n'observe aucun effet: $\mathbf{v} = \text{const.} \Rightarrow \mathbf{F}_{(\text{magn})} = \mathbf{0}$ dans ce cas particulier.

2°) lorsque $\alpha = \pi/2$ (ou $3\pi/2$), le mouvement est CIRCULAIRE, c'est même un MCU ! Et il a lieu dans un *plan perpendiculaire au champ \mathbf{B}* !

Une fois la stupeur dissipée, examinons ceci avant de passer au cas où α est quelconque.

Qui dit MCU, dit force centripète. Comme il n'y a que \mathbf{B} pour provoquer une force, on en déduit que *la force magnétique est de nature centripète*. Elle est donc en tout point perpendiculaire au vecteur \mathbf{v} , et comme on observe que la trajectoire est plane et perpendiculaire à \mathbf{B} , lequel reste toujours perpendiculaire à \mathbf{v} , on en conclut que les trois vecteurs \mathbf{v} , \mathbf{B} et $\mathbf{F}_{(\text{magn})}$ sont mutuellement et constamment perpendiculaires. Voilà déjà un bon travail qualitatif!

Poursuivons vers le quantitatif. Des instruments de mesure adéquats permettent de constater que la force est proportionnelle au champ: $F_{(\text{magn})} \propto B$: en effet, on sait qu'une force centripète est $\propto 1/r$, on doit alors observer que si B doublé par exemple, alors le rayon r du cercle doit être deux fois plus petit. C'est le cas.

Remarque: on peut facilement doubler B en doublant le courant qui sert à le produire, pour autant qu'il soit effectivement produit par un courant et non par un aimant; en fait ce champ suffisamment homogène est produit par une paire de grandes bobines plates identiques en configuration dite "de Helmholtz" c-à-d que le rayon des bobines est égal à la distance qui les sépare, on les reverra souvent.

L'effet du champ est donc d'incurver la trajectoire, et cela de façon d'autant plus marquée que B est grand. C'est finalement un effet assez surprenant parce qu'on était jusqu'ici habitué à des forces qui étaient des attractions ou des répulsions, or cette force magnétique n'attire ni ne repousse, elle n'agit pas comme une force électrique ou de gravitation le long de son axe, mais *perpendiculairement*. C'est la Nature.

Si on avait le moyen de changer de particule pour avoir une autre valeur de q et

de son signe, on constaterait que la Nature est parfois bienveillante: $F_{(\text{magn})} \propto q$, tout simplement: si le signe était différent, on verrait que la particule parcourt son cercle en sens opposé.

Il reste, dans cette première approche, à examiner le rôle de v . On peut assez facilement expérimentalement varier v en agissant sur la tension d'accélération qui a donné une énergie cinétique à ces particules. Une force centripète s'écrit mv^2/r : si la force magnétique dépend linéairement de v (hypothèse), alors elle peut s'écrire kv , où k est une constante momentanément sans importance. On aurait:

$$mv^2/r = kv \quad \Rightarrow \quad v/r = k/m = \text{const.} \quad \Rightarrow \quad r \propto v ; \text{ c'est ce qu'on observe.}$$

En résumé on a: $F_{(\text{magn})} \propto B$; $F_{(\text{magn})} \propto q$; $F_{(\text{magn})} \propto v$; $\Rightarrow F_{(\text{magn})} \propto qBv$

Remarquons que les *unités* de \mathbf{B} n'ont pas encore été définies. Faisons-le le plus simplement possible en posant $F_{(\text{magn})} = qBv \Rightarrow B = F/qv$. Et avant de passer au cas général pour α quelconque, voyons les

Unités du champ magnétique:

$$B = F/qv \Rightarrow [B] = \text{NC}^{-1}\text{m}^{-1}\text{s} = \text{Vm}^{-2}\text{s} = \text{NA}^{-1}\text{m}^{-1} = \text{etc.} = \text{T.}$$

Dans le système MKSA, l'unité de champ magnétique est le tesla (T). Pour se faire une idée de cette nouvelle unité, donnons quelques

Ordres de grandeur de champs magnétiques:

- Champ terrestre: voir document;
- Champ d'un aimant permanent: généralement de l'ordre de 0,02 T; pour certains très spéciaux, au maximum 1 T;
- Champ d'un électroaimant classique (avec fer): presque 1 T;
- Champ d'un électroaimant supraconducteur: qqes dizaines de T au max.
- ... voir aussi "Formulaire" page 204.

3°) Enfin: le cas général pour lequel l'angle α entre \mathbf{v} et \mathbf{B} est quelconque.

La trajectoire est alors joliment une *hélice* dont l'axe est dans la direction de \mathbf{B} . Dans un plan perpendiculaire à \mathbf{B} , on voit la projection de cette hélice, c'est un cercle.

L'idée toute naturelle est de décomposer \mathbf{v} en deux vecteurs:

$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{//} + \mathbf{v}_{\perp}$, les indices sont relatifs à \mathbf{B} . On sait ce que provoque \mathbf{B} sur une charge ayant de telles orientations de vitesse: c'est respectivement les cas particuliers 1°) et 2°) vus ci-dessus. Autrement dit, un mouvement hélicoïdal est la composition d'un MRU avec un MCU dans un plan perpendiculaire au MRU.

On a maintenant de bons arguments pour écrire l'expression définitive de la force magnétique agissant sur une charge q . Les observations expérimentales montrent que:

- a) \mathbf{F} est toujours perpendiculaire à \mathbf{B} et à \mathbf{v} ,
- b) F est maximum si α est droit et est nulle si α est nul ou plat.

de b) on peut conclure que F varie comme le sinus de α (par exemple!)

de a), de b) et de tout ce qui précède, on conclut alors que :

$$F = q v B \sin\alpha$$

et comme on a affaire à trois grandeurs vectorielles, on a évidemment envie d'écrire

(et il se trouve qu'on a raison) :

$$\mathbf{F}_{L_0} = q \mathbf{v} \wedge \mathbf{B} \quad \text{C'est la force dite de Lorentz.}$$

Faut-il un petit rappel sur le produit vectoriel? Sur son aspect géométrique seulement? Certes non, c'est tout à fait superflu ! Disons juste que le vecteur résultant du produit de deux vecteurs est perpendiculaire au plan qu'ils définissent et que sa norme croît comme le sinus de l'angle qu'ils forment. C'est suffisant.

Remarques physiques:

- \mathbf{F}_{L_0} est nulle sur une particule neutre (neutron, atome, ...);
- \mathbf{F}_{L_0} a un sens en accord avec le signe de la charge qui la subit;
- Etant donnée que \mathbf{F}_{L_0} est constamment perpendiculaire à \mathbf{v} , elle ne travaille pas, elle ne modifie donc pas du tout la valeur de la vitesse (théorème de l'énergie cinétique), elle n'agit que sur sa direction; il n'y a que la composante v_{\perp} de \mathbf{v} qui intervient dans \mathbf{F}_{L_0} , ($v_{\perp} = v \sin \alpha$).

Rayon de la trajectoire (cas où $\alpha = \pi/2$): \mathbf{F}_{L_0} est centripète:

$$\mathbf{F}_{L_0} = ma ; a = v^2/r ; F_{L_0} = qvB = mv^2/r \quad \Rightarrow \quad r = mv/qB$$

Le rayon r est d'autant plus petit que la vitesse est faible et que le champ B est grand. Il dépend aussi des caractéristiques de la particule (masse et charge) et c'est cet aspect qui est utilisé dans des analyseurs et des accélérateurs de particules.

I.4. Force magnétique sur un conducteur parcouru par un courant

Un conducteur, tel un fil métallique, contient des électrons (quasi-)libres, ce sont les électrons de conduction. Un courant électrique dans ce conducteur est un mouvement d'ensemble de ces électrons. Si ce conducteur est dans un champ \mathbf{B} , tous ces électrons vont subir une force de Lorentz. Le conducteur entier subira alors la **résultante** de toutes ces forces microscopiques et donnera une force macroscopique, dite *force de Laplace*: $\mathbf{F}_{La} = \sum \mathbf{F}_{L_0} = \sum q_e \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$

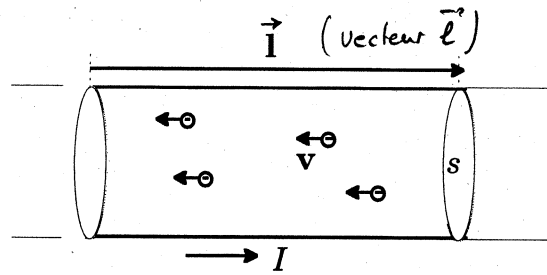
La charge q_e d'un électron est $-e$, où e est la valeur de la charge élémentaire,

$$\mathbf{F}_{La} = \sum (-e) \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

Admettons que tous les électrons ont tous la même vitesse et se trouvent tous dans le même champ, deux hypothèses pas vraiment restrictives, surtout pas la première. La sommation ne repose alors que sur les charges:

$$\sum (-e) \mathbf{v} \wedge \mathbf{B} = q \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

où q est la charge libre *totale* contenue dans une portion de conducteur cylindrique (filiforme). Cette portion a une longueur l et une section s . Cette matière contient n e- libres par m^3 :



$$-en = q/V \quad \text{avec } V = ls, \text{ volume de la portion cylindrique}$$

$$\Rightarrow q = -enV = -ensl$$

$$\Rightarrow q \mathbf{v} \wedge \mathbf{B} = -ensl \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

Faisons porter le caractère vectoriel non plus par la vitesse mais par la longueur de conducteur dans le champ et orientée dans le sens conventionnel du courant, c'est-à-dire opposé au sens de déplacement des électrons. On écrit ainsi:

$$-l \mathbf{v} = v \mathbf{l}$$

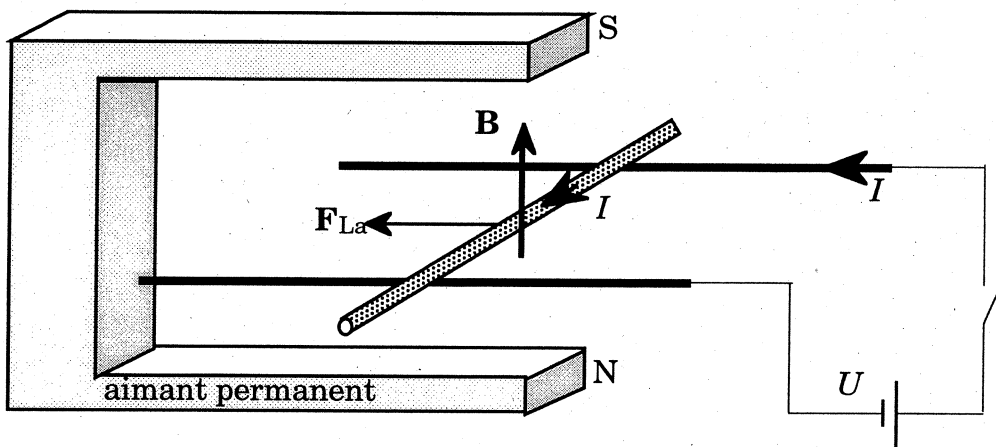
la norme et le sens sont respectés, on ne demande pas plus. Cela donne:

$$-ensl \mathbf{v} \wedge \mathbf{B} = ensv \mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$$

On se souvient certainement que $ensv = sven = I$, courant dans le conducteur. La force magnétique devient ainsi :

$$\mathbf{F}_{La} = I \mathbf{l} \wedge \mathbf{B} \quad \text{C'est la force dite de Laplace.}$$

Illustration de la **force de Laplace**: Tige métallique sur deux rails métalliques.



Remarques:

1°) La force de Laplace, comme celle de Lorentz, résulte d'un produit vectoriel, elle est donc toujours perpendiculaire au conducteur dont le sens du courant est donné par \mathbf{l} ; elle est aussi toujours perpendiculaire au champ \mathbf{B} ; elle est donc perpendiculaire au plan défini par \mathbf{l} et \mathbf{B} .

2°) \mathbf{l} est la portion de conducteur se trouvant dans le champ uniquement. Si le champ n'est pas uniforme ou si le conducteur n'est pas rectiligne (ou les deux), il faut considérer des éléments de longueur $d\mathbf{l}$ et calculer la force élémentaire $d\mathbf{F}_{La}$ sur chaque élément. La force totale est donnée par l'intégrale, éventuellement calculable si l'inhomogénéité de \mathbf{B} et la forme du conducteur sont connues:

$$\mathbf{F}_{La} = \int d\mathbf{F}_{La} = \int I d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$$

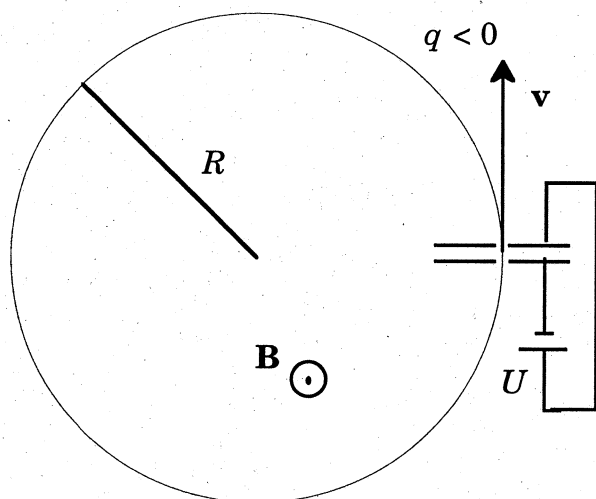
I.5. Applications des forces magnétiques

I.5.1. La force de Lorentz

1°) Charge spécifique

C'est le rapport, pour une particule, de sa charge à sa masse: q/m . Historiquement, ce fût la première caractéristique d'une particule, en l'occurrence l'électron, qui fut mesurée, avant sa charge et consécutivement sa masse. Le montage nécessaire à la détermination de la charge spécifique est relativement simple:

Il faut tout d'abord soumettre les particules, disons qu'il s'agit d'électrons, à un champ électrique par une tension U mesurable, ils acquièrent ainsi une vitesse v telle que $v^2 = 2qU/m$ (*) si leur vitesse initiale v_0 est négligeable.



Les électrons se déplacent dans un ballon de verre dont l'air intérieur a été remplacé par une faible pression d'hydrogène pour rendre visible la trajectoire par un effet de fluorescence. Tout le système baigne dans un champ \mathbf{B} constant et homogène perpendiculaire à \mathbf{v} . Les e^- vont alors subir une force de Lorentz qui va provoquer une trajectoire circulaire dans le plan perpendiculaire à \mathbf{B} . On mesure le rayon R de la trajectoire.

On a établi que $R = \frac{mv}{qB}$ d'où on tire: $v = \frac{qBR}{m}$; on élimine v avec (*) ci dessus :

$\frac{q}{m} = \frac{2U}{B^2 R^2}$. Il faut en effet éliminer v car elle n'est pas une grandeur mesurable directement comme le sont U , R et aussi B par la mesure du courant dans les bobines.

Expérimentalement, on opère en fait de façon plus sérieuse et plus efficace en reportant graphiquement U en fonction de $B^2 R^2/2$. La théorie, comme le montre une petite manipulation de la formule quatre lignes plus haut, prévoit une droite et cette façon de procéder est un test de la théorie. De plus, la pente de cette droite fournit directement la valeur de q/m .

2°) Accélérateurs

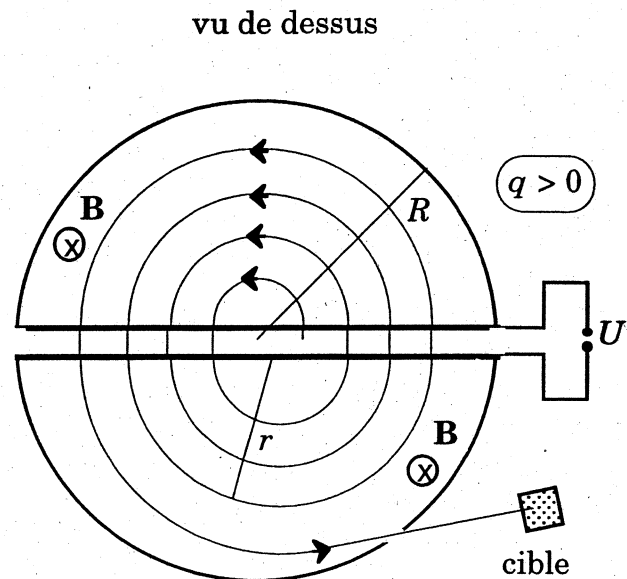
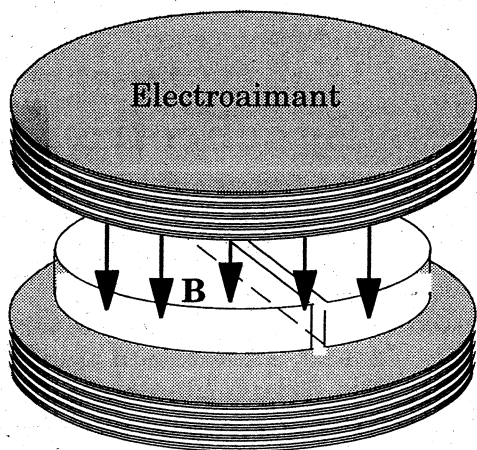
On a vu que la propriété du champ \mathbf{B} est de courber la trajectoire des particules, donc de leur donner une accélération normale, mais \mathbf{B} est incapable de donner une accélération tangentielle aux particules, autrement dit de modifier la grandeur de leur vitesse puisque la force de Lorentz ne travaille pas. Pour vraiment accélérer des particules, il faut un champ \mathbf{E} et la force de Coulomb qui en résulte. La plupart des accélérateurs de particules des centres de recherche en physique nucléaire et des

hautes énergies (mais pas tous) utilisent une combinaison de ces deux champs pour fournir de l'énergie cinétique aux particules chargées. L'idée est simple: on fait tourner les particules au moyen de champs magnétiques et une ou plusieurs fois par tour, selon le type d'accélérateur, elles passent dans des champs électriques qui augmentent leur énergie cinétique. En faisant passer les particules de nombreuses fois dans le même champ \mathbf{E} , on économise de la place en enroulant la trajectoire; avec seulement des champs électriques, elle serait astronomiquement longue avant d'avoir donné l'énergie souhaitée aux particules.

a) le cyclotron

Le premier exemplaire date de 1932 et fut construit à Berkeley (CA). On utilise encore aujourd'hui de tels instruments comme injecteurs pour des accélérateurs plus puissants.

Cyclotron



Il est formé d'un électroaimant, genre bobines de Helmholtz avec noyau de fer, donnant un fort champ \mathbf{B} homogène et constant. Entre les pôles de l'électroaimant se trouvent les "dees" dans lesquels spiralent les particules. Ce nom de "dee" a été donné à cause de la forme en demi-cylindres plats de ces boîtes. Il y règne un vide poussé. Un champ alternatif \mathbf{E} est appliqué entre les "dees" et les particules reçoivent ainsi une bouffée d'énergie à chaque passage dans le champ \mathbf{E} , c'est-à-dire à chaque demi tour. La vitesse augmentant, il en sera de même du rayon de courbure qui augmente à chaque demi-tour mais il est facile de montrer que malgré cela, le temps de parcours reste le même dans chaque "dee", autrement dit, que la fréquence f d'oscillation de \mathbf{E} qui doit changer de sens à chaque passage, est indépendante du rayon r de la trajectoire:

$$\text{Dans les "dees": } r = \frac{mv}{qB} \Rightarrow v = \frac{qBr}{m}; \text{ fréquence } f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{qB}{2\pi m} \quad \text{c.q.f.d.}$$

On peut volontiers faire apparaître la vitesse angulaire $\omega = 2\pi f$: $\omega = qB/m$.

Les particules sont injectées dans l'accélérateur au voisinage de son centre avec une vitesse initiale qu'on négligera. Soit v_f la vitesse finale à la sortie, en $r = R$. Calculons le **nombre n de tours** nécessaires jusqu'à l'éjection:

$$\text{A la sortie l'énergie cinétique finale est } E_{\text{cin}}^f = \frac{1}{2} m v_f^2 .$$

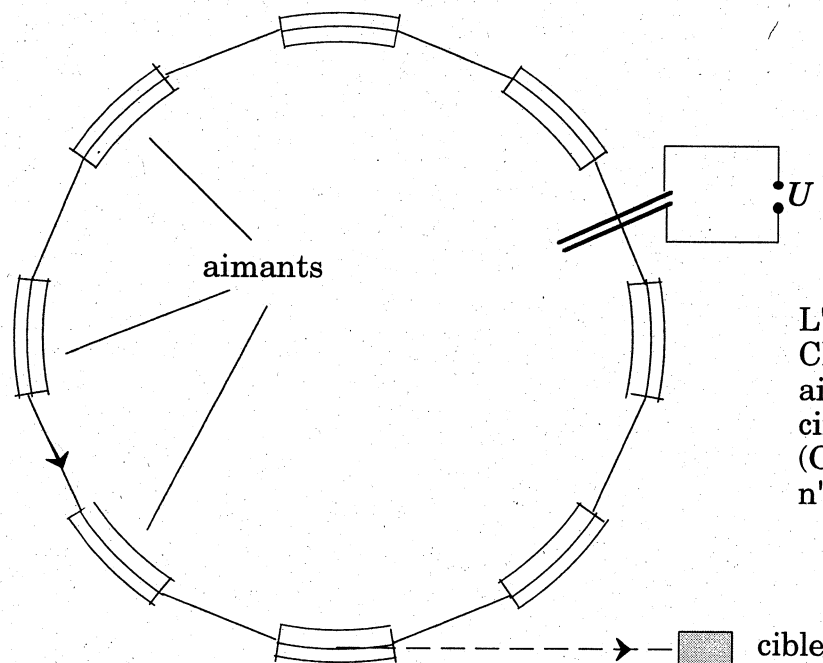
$$\text{A chaque demi tour, les particules reçoivent un supplément d'énergie } \Delta E_{\text{cin}} = qU .$$

Après les n tours, elles ont reçu $2nqU$, donc $\frac{1}{2}mv^2 = 2nqU$.

Or, $v_f = \frac{qBR}{m} \Rightarrow n = \frac{qB^2R^2}{4mU}$. Cela permet de calculer le temps total d'accélération, par exemple.

b) le synchrotron

La théorie du cyclotron développée ci-dessus est valable pour autant que la vitesse des particules soit suffisamment inférieure à la vitesse de la lumière pour que les effets relativistes puissent être négligés. En effet, la théorie et l'expérience montrent que la masse d'un corps, quel qu'il soit, augmente lorsque sa vitesse augmente. Une augmentation de 1 % de la masse a déjà lieu à une vitesse voisine de 42 000 km/s, ce qui nécessite une tension de l'ordre de 5000 V seulement pour des électrons; pour des protons, cette tension doit être presque 2000 fois plus élevée pour voir la même augmentation relative, ce qui n'est évidemment pas facile à obtenir. Pourtant, il a fallu assez rapidement construire des appareils capables de prendre en compte les effets relativistes et les plus courants sont les synchrotrons, dont le principe de fonctionnement est trop sophistiqué pour que la théorie en soit développée ici; on n'en présente qu'une vision schématique et simplifiée ci-dessous:

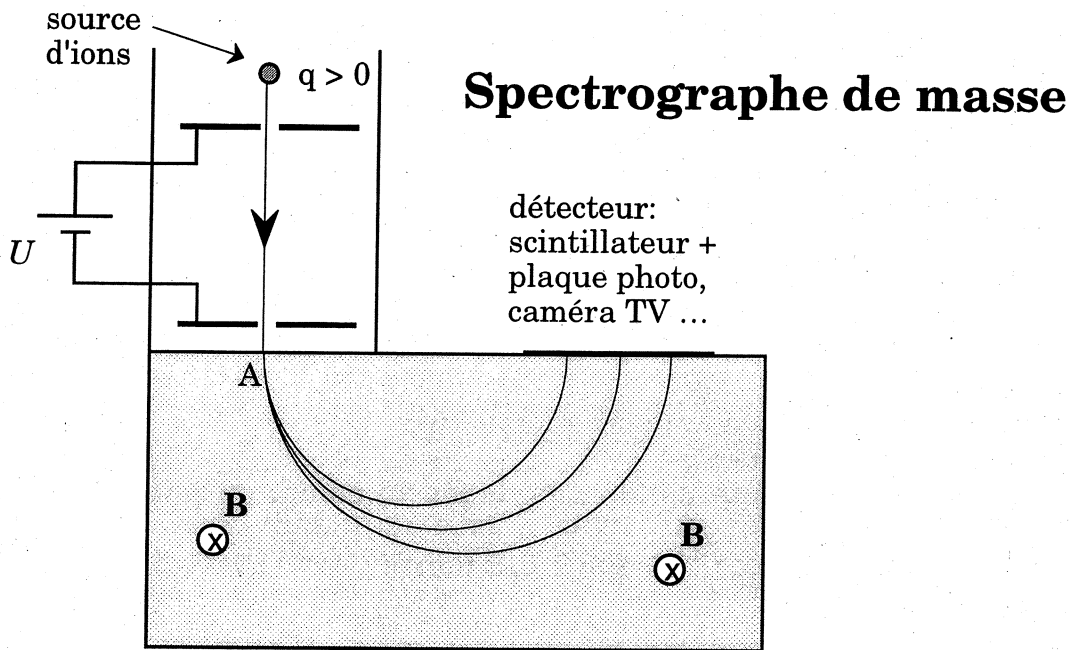


Synchrotron

L'accélérateur LEP du CERN comporte 3400 (!) aimants répartis sur une circonférence de 27 km (!!)
(Celui schématisé ci-contre n'en compte que huit).

c) le spectrographe de masse

Bien qu'il accélère aussi des particules, il s'agit d'un instrument d'analyse de la composition chimique ou isotopique de substances. Ainsi en archéologie, il y a la méthode de datation au carbone 14; il faut alors mesurer la faible fraction de ^{14}C parmi l'énorme quantité de ^{12}C de l'échantillon.



La substance à analyser doit être ionisée pour obtenir des particules chargées donc influençables par les champs. Les ions seront tout d'abord accélérés par une tension U avant d'entrer avec une vitesse v donnée par \mathbf{E} dans un champ \mathbf{B} homogène. Si les ions ont tous la même vitesse en entrant dans \mathbf{B} , alors leur trajectoire ne sera conditionnée que par leur masse, les charges étant le plus souvent toutes identiques, les atomes ayant été ionisés une fois.

Les particules parcourent une demi-circonférence dans \mathbf{B} et finissent leur course sur le détecteur d'impact qui fonctionne, par exemple, comme l'écran de télévision recevant l'impact des électrons et formant une image lumineuse. Les impacts des ions formeront des points lumineux et la position de ces points sur l'écran est reliée de façon simple à leur masse. Pour le voir, on exploite la relation désormais bien connue:

$$r = \frac{mv}{qB} \Rightarrow m = \frac{qB}{v} r. \text{ Les variations relatives sont égales: } \frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta r}{r}$$

L'hypothèse de vitesses identiques pour tous les ions à la sortie de \mathbf{E} (en A sur la figure) n'est évidemment pas remplie automatiquement puisque la vitesse dépend de la masse pour une tension U donnée: $mv^2 = 2qU$ si la vitesse initiale est négligeable. Il faut par conséquent utiliser un *filtre de vitesses*, ce qui se réalise avec une combinaison supplémentaire de champs électriques et magnétiques (cf exercices).

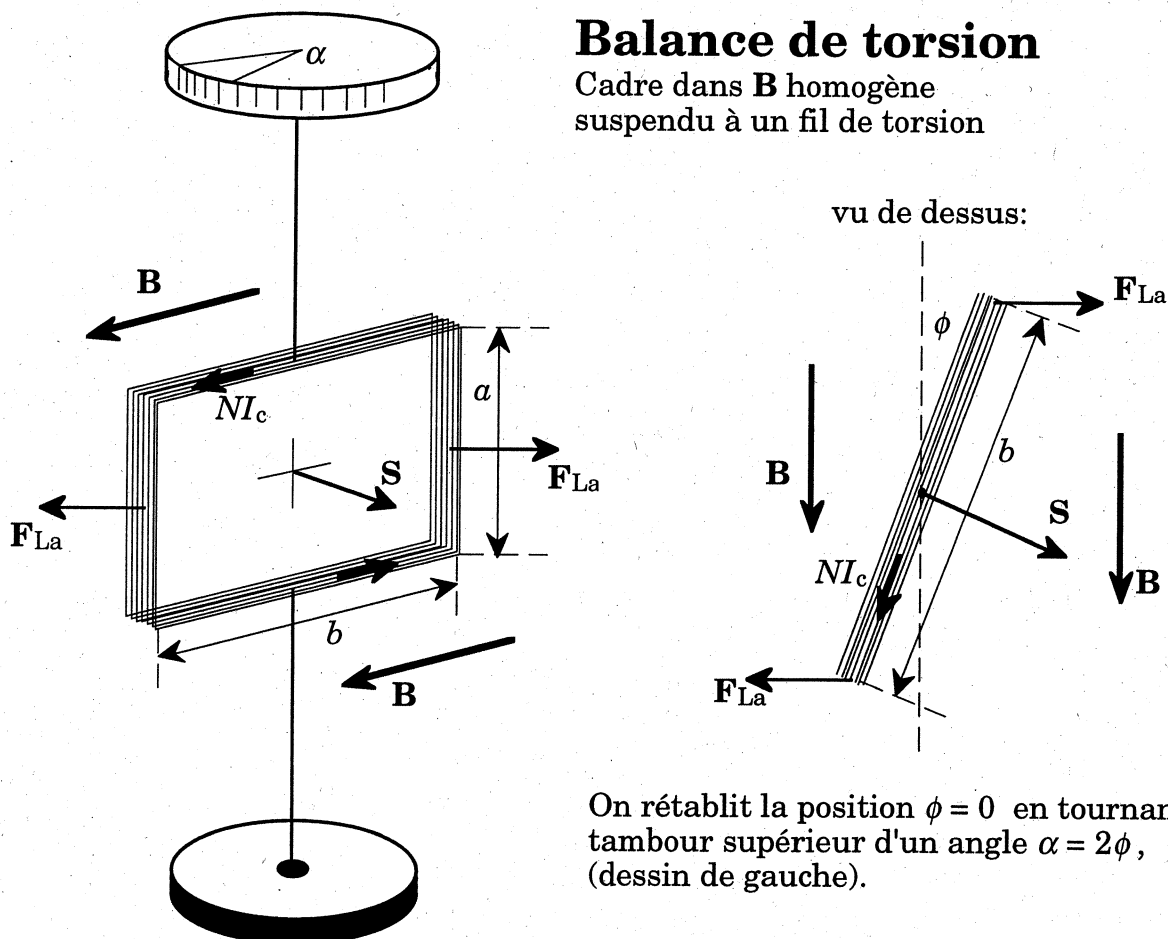
I.5.2. La force de Laplace

a) La balance de torsion

C'est un instrument servant à mesurer des forces faibles. Elle est constituée d'un fil vertical tendu auquel est fixé, dans le cas qui nous occupe, un cadre rectangulaire en son milieu. Ce cadre est bobiné de N spires de fil de cuivre parcouru par un courant I . Placé dans un champ magnétique, les côtés du cadre vont subir des forces de Laplace qui vont provoquer un moment de force et faire tourner le cadre, donc tordre le fil qui le supporte.

Balance de torsion

Cadre dans \mathbf{B} homogène
suspendu à un fil de torsion



On rétablit la position $\phi = 0$ en tournant le tambour supérieur d'un angle $\alpha = 2\phi$, (dessin de gauche).

Connaissant les caractéristiques du cadre (longueur des côtés et nombre de spires), la constante de torsion du fil C et le courant I , on peut déterminer la valeur du champ \mathbf{B} extérieur et responsable de la rotation du cadre en mesurant l'angle de torsion ϕ . Un petit miroir est solidaire du cadre et tourne avec lui; un rayon lumineux est envoyé sur le miroir et le rayon réfléchi tourne d'un angle 2ϕ si le cadre tourne d'un angle ϕ .

Le principe de la mesure est le suivant: le plan du cadre est initialement parallèle à \mathbf{B} ; on enclenche le courant dans le cadre et il tourne d'un angle ϕ . On rétablit la position initiale en tournant le tambour gradué supérieur d'un angle $\alpha = 2\phi$ car le cadre est au milieu du fil. La somme des moments sur le cadre est nulle et dans cette situation, l'angle ϕ n'intervient plus dans le bras de levier de \mathbf{F}_{La} .

En s'aidant de la figure:

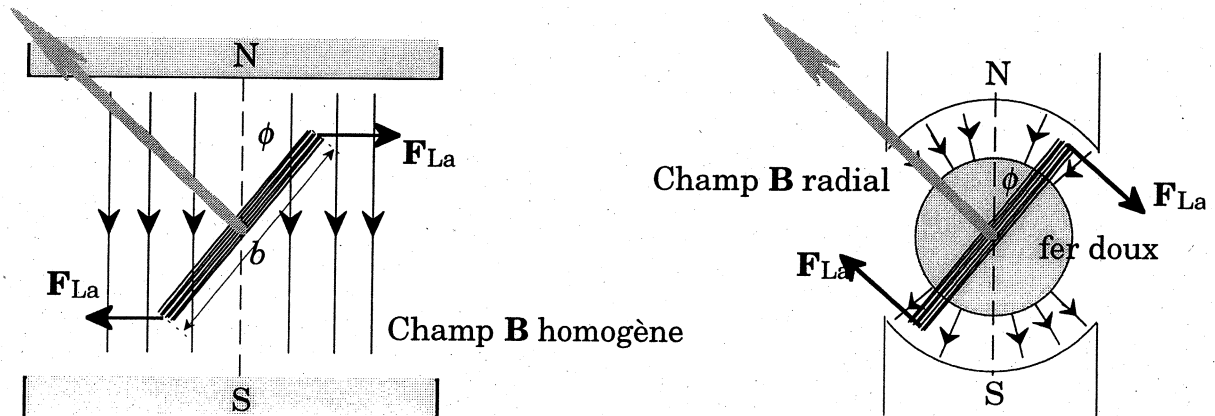
la somme des moments est nulle: $\sum M = 0 \Rightarrow C\phi = F_{La}b$ (moment du couple)

$$\text{où } F_{La} = NIaB \Rightarrow C\phi = NIBab = NISB \Rightarrow B = \frac{C\phi}{NIS}$$

b) Instruments de mesure à cadre mobile

En électrocinétique ont été étudiés les instruments de mesure analogiques, c'est-à-dire ceux comportant une aiguille indicatrice mobile. Cette aiguille est en fait solidaire d'un cadre fixé à un fil de torsion, donc le principe de fonctionnement de tels appareils est semblable à celui qui vient d'être décrit sauf que cette fois c'est le

courant dans le cadre qu'on veut mesurer et que le champ \mathbf{B} est produit par un aimant permanent interne. L'étalonnage de l'instrument a été fait en usine avec des courants d'intensités connues.



Montrons qu'un champ \mathbf{B} homogène (fig. de gauche) n'est pas la solution la plus commode. En effet, la somme des moments, qui est nulle à l'équilibre, s'écrit:

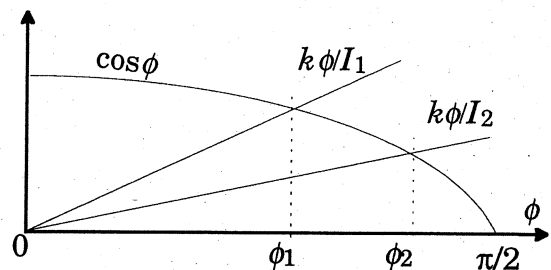
$$\sum M = 0 \Rightarrow C\phi = F_{La}b \cos\phi \quad \text{où } F_{La} = NIaB \Rightarrow C\phi = NIabB \cos\phi$$

$$\Rightarrow I = \frac{C\phi}{NabB \cos\phi} = k \frac{\phi}{\cos\phi} \quad \text{avec } k = \frac{C}{NabB} = \text{const.}$$

la relation entre I et ϕ n'est pas du tout linéaire, ce qui compliquerait beaucoup la confection de la graduation du cadran de l'appareil. Mais la résolution de l'équation $I = f(\phi)$ est néanmoins intéressante car elle impose une méthode numérique ou graphique car elle est impossible à résoudre algébriquement.

La résolution graphique se fait en reportant graphiquement les deux fonctions: $\cos\phi$ et $k\phi/I$; leur intersection donne une valeur de ϕ pour une valeur de I . On a que:

$$\cos\phi = \frac{k\phi}{I}$$



Cette difficulté n'apparaît pas si on s'arrange pour que \mathbf{B} soit parallèle au plan du cadre, quelle que soit sa position. Pour cela, le cadre est bobiné sur un cylindre de fer doux qui concentre les lignes champ et les rend ainsi radiales comme le montre la figure de droite. Le cadre et son cylindre de fer doux sont solidaire d'un fil de torsion ou d'un ressort spiral qui joue le même rôle.

Un fer est dit *doux* s'il ne garde pas de magnétisation une fois qu'un champ magnétique extérieur est supprimé, à l'encontre d'un fer *dur*, utilisé pour fabriquer des aimants permanents.

Dans ces conditions, la relation entre I et ϕ est linéaire:

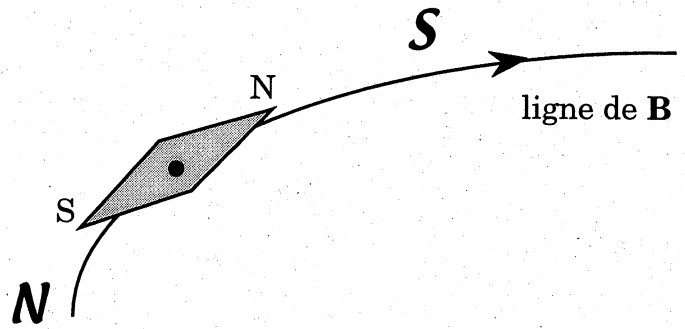
$$\sum M = 0 \Rightarrow C\phi = F_{La}b \quad \text{où } F_{La} = NIaB \Rightarrow C\phi = NIabB \Rightarrow I = \frac{C\phi}{NabB}$$

et les graduations de l'échelle de lecture de l'instrument (voltmètre, ampèremètre, etc) sont équidistantes.

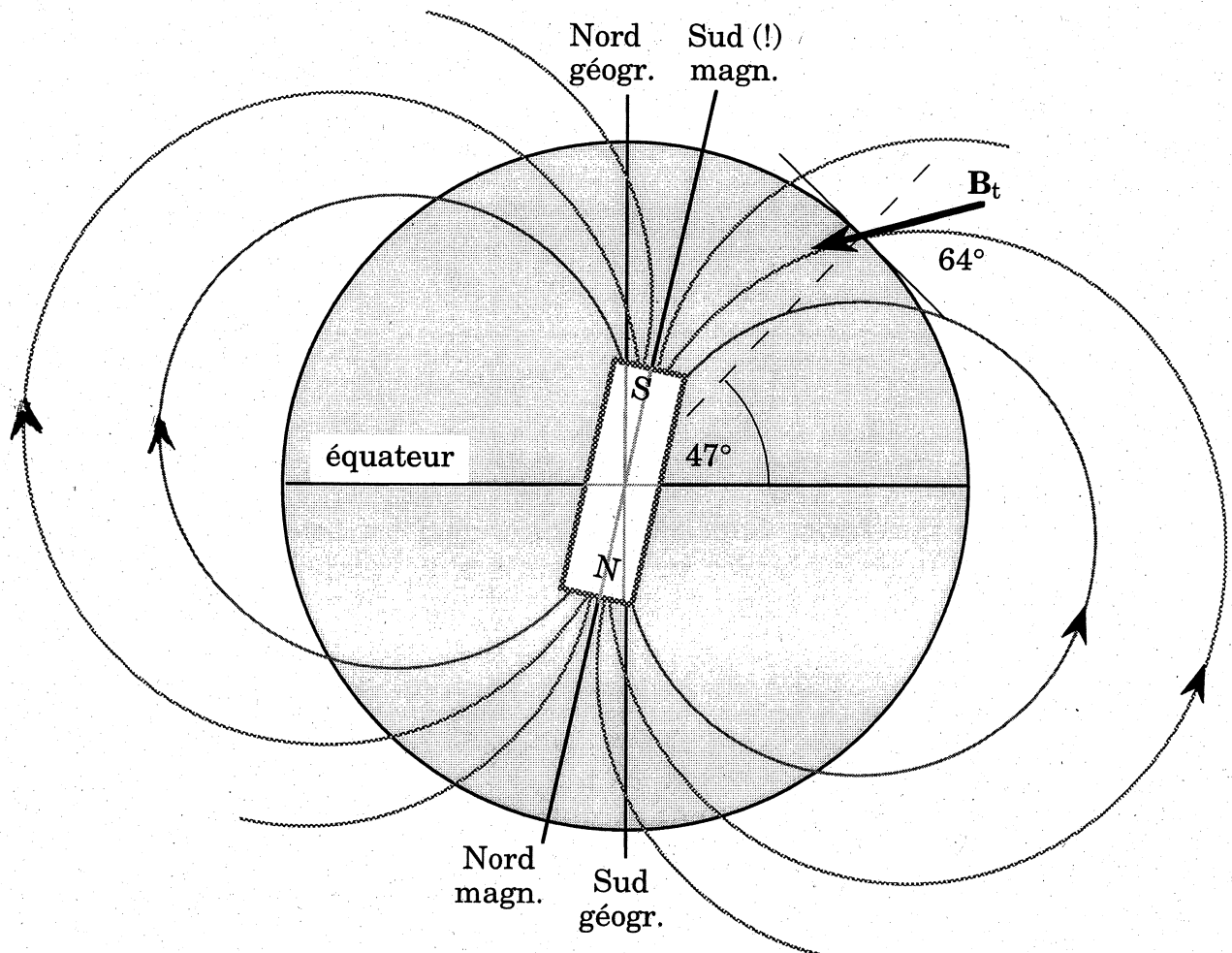
Le magnétisme terrestre

Une boussole est un petit aimant, un dipôle magnétique, libre de tourner autour d'un axe passant par son centre. Elle va donc s'orienter selon le champ magnétique local.

La pointe "nord" de la boussole va *logiquement* désigner le Nord. Or, les pôles de mêmes noms se repoussent, c'est ainsi que, paradoxalement, la boussole indique un pôle sud magnétique!



Le nord géographique (le vrai) correspond alors au sud magnétique. La correspondance n'est d'ailleurs qu'approximative puisque la distance entre ces deux pôles est d'environ 1300 km, le pôle sud magnétique se trouvant en fait sur une île du Canada (Bathurst Island). L'angle entre l'axe des pôles géographiques, perpendiculaire à l'équateur, et l'axe des pôles magnétiques est voisin de 11,5 degrés. En première approximation, les lignes de champ montrent que la Terre se comporte du point de vue magnétique, comme si elle contenait un gros aimant dipolaire en son centre.



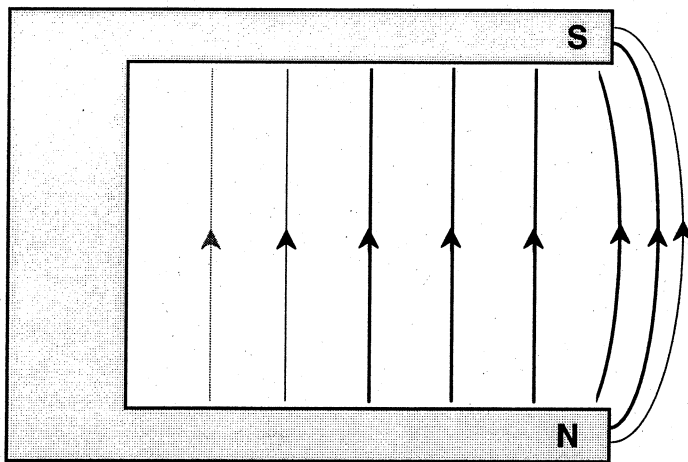
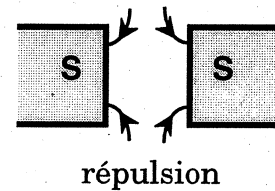
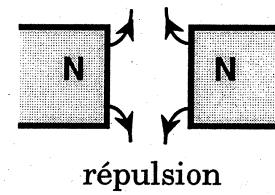
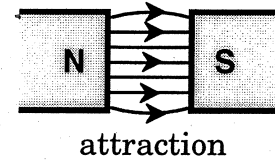
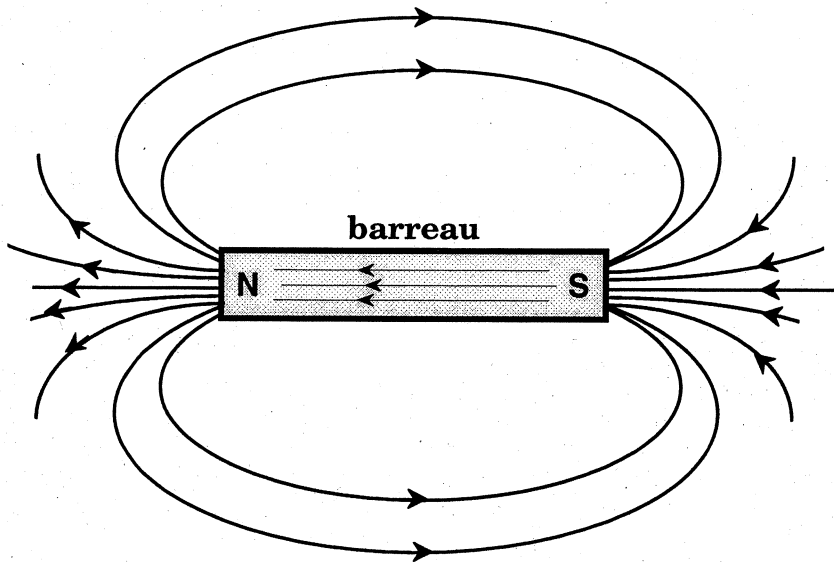
A la surface du sol, le vecteur-champ n'est généralement pas horizontal, dans nos régions il est incliné à environ 64 degrés. Ce que ressent une boussole ne pouvant tourner que dans un plan horizontal est la composante $B_{t,h}$ du vecteur B_t .

La valeur de $B_{t,h}$ en Suisse (Neuchâtel, 47°) est proche de $2,1 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 0,21 \text{ G}$. L'intensité du champ, donc la norme du vecteur B_t est alors: $B_t = B_{t,h} / \cos 64^\circ \approx 0,48 \text{ G} (= 48 \mu\text{T})$.

Lignes de champs magnétiques

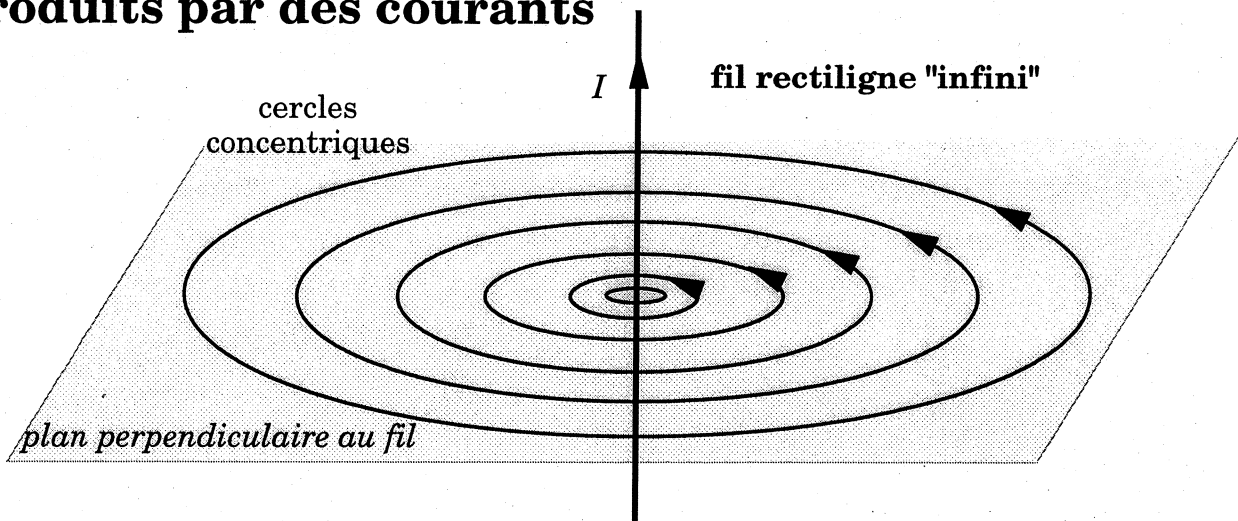
toujours fermées

1. produits par des aimants, du pôle N au pôle S.

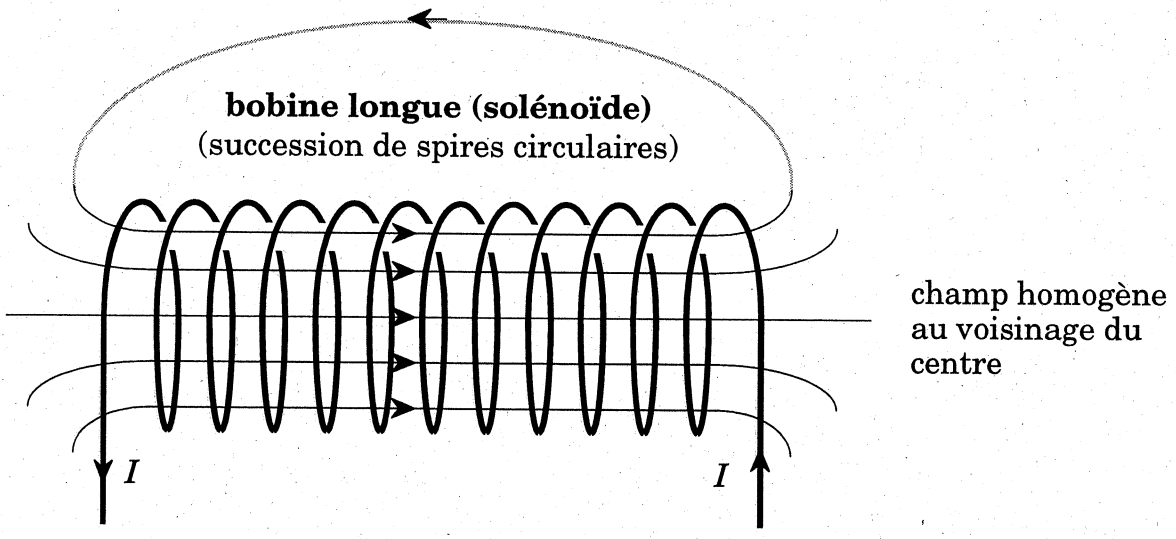
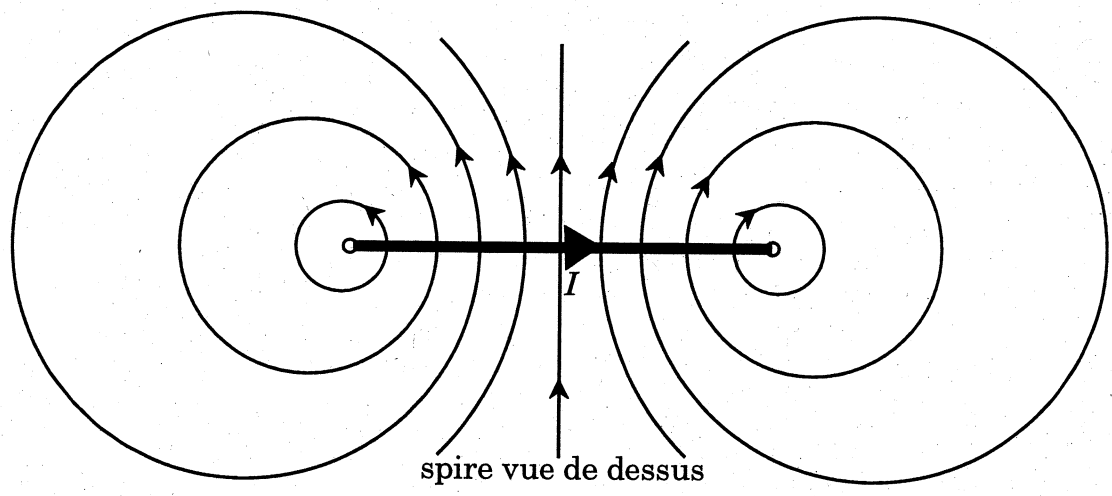
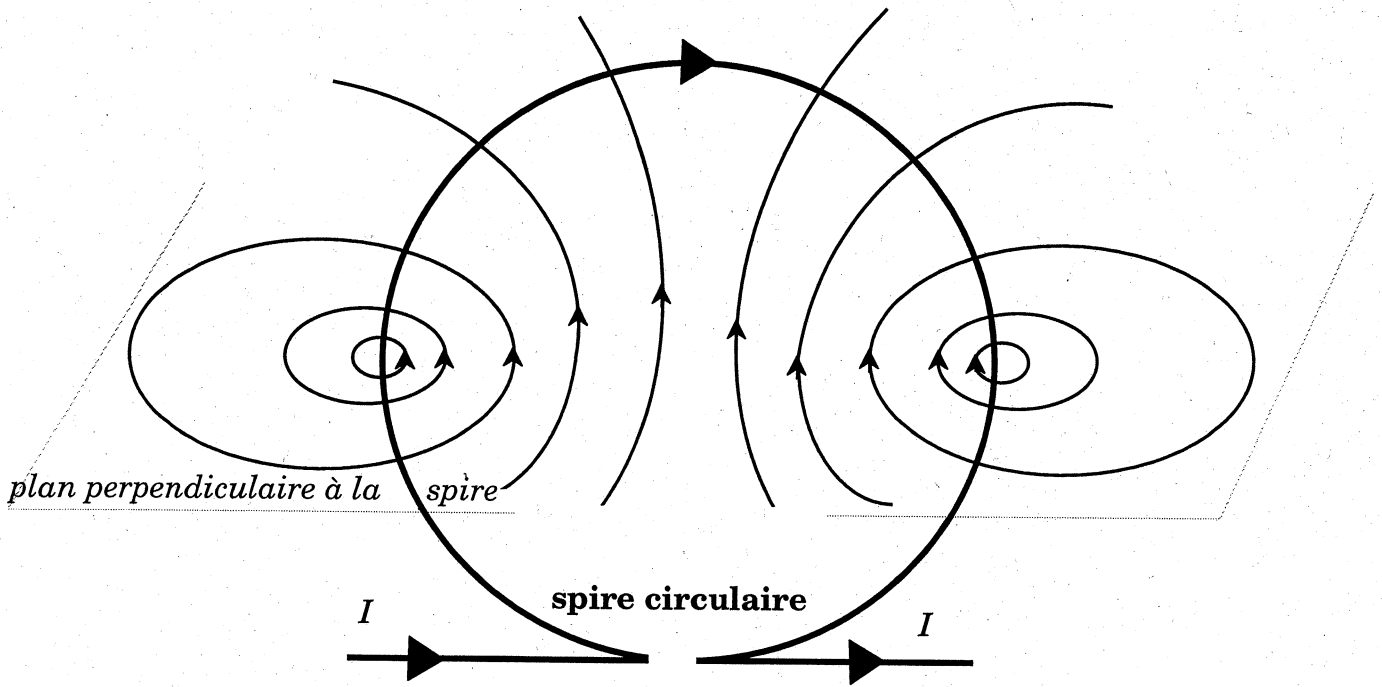


Aimant en "fer à cheval"

2. produits par des courants



Le sens des lignes est donné par la règle du tire-bouchon ou de la main droite



CH. I : FORCES MAGNETIQUES

1. Un électron se déplace rectilignement dans une certaine région de l'espace. Peut-on alors assurer qu'il n'y existe pas de champ magnétique?

Un électron ne se déplace pas rectilignement dans une autre région de l'espace. Peut-on alors assurer qu'il y existe un champ magnétique?

Jusifier les réponses, qui sont toutes deux négatives.

2. Un électron, accéléré par tension d'une pile de 4,5 V, se déplace perpendiculairement aux lignes de champ magnétique terrestre où $B_t = 4,8 \cdot 10^{-5}$ T. Calculer:

- le rayon de courbure de sa trajectoire;
- le rapport de la force magnétique à son poids.

Rép: a) 15 cm; b) env. 10^{12} .

3. Une particule chargée ($q > 0$) entre dans une région de l'espace où règnent un champ \mathbf{E} et un champ \mathbf{B} , tous deux homogènes et constants. \mathbf{E} est parallèle à l'axe Oy , de même que la vitesse initiale de la particule; \mathbf{B} est parallèle à Oz . Décrire *qualitativement* la trajectoire de la particule.

4. Un proton ayant une énergie de 2 MeV se déplace dans un champ \mathbf{B} valant 0,1 T et perpendiculaire à \mathbf{v} . Quel est le rayon de sa trajectoire?

Rép: 2,04 m.

5. Un électron arrive avec une vitesse initiale $v_0 = 10^7$ m/s dans une région où règne un champ \mathbf{B} de 10^{-4} T et dirigé dans le sens de l'axe Oy alors que \mathbf{v}_0 est dans le plan Oxy , faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec \mathbf{B} .

- Montrer que la trajectoire est une hélice de pas $p = 2\pi R/\tan\alpha$;
- calculer R et p .

Rép: 0,284 m; 3,09 m.

6. Au moyen d'un cyclotron on veut accélérer des protons pour qu'ils acquièrent une énergie cinétique de 4 MeV à la sortie. Le champ magnétique, perpendiculaire aux *dees*, est de 0,1 T. L'énergie cinétique d'injection est négligée. La tension d'accélération varie entre + et - 500 V. Calculer:

- la fréquence de la tension d'accélération;
- la durée de parcours dans l'accélérateur;

Rép: a) 1,52 MHz; b) $2,62 \cdot 10^{-3}$ s.

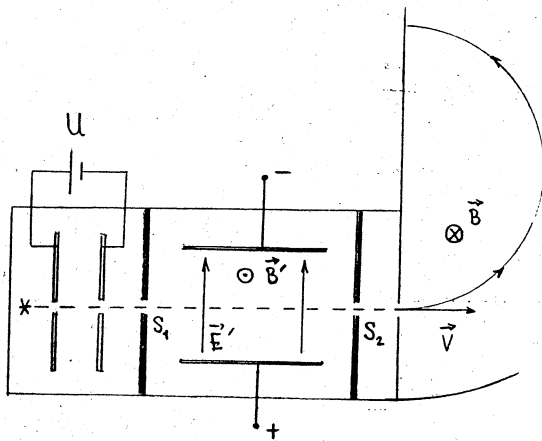
7. Dans un cyclotron dont le diamètre des *dees* est de 2,6 m, on accélère des deutons (noyaux de deutérium, isotope de l'hydrogène: $1p + 1n$) et des particules α (noyaux d'hélium: $2p + 2n$). Ils ont tous une vitesse d'injection négligeable. La tension d'accélération, en crêteaux, a une fréquence de 3 MHz et oscille entre + et - 400 V. Calculer pour les 2 types de particules:

- le champ magnétique nécessaire;
- le nombre de révolutions jusqu'à l'éjection;
- l'énergie à la sortie, en MeV, de même que la vitesse.

Rép: a) 0,393 T; b) 7810; c) 6,25 et 12,5 MeV; $2,45 \cdot 10^7$ m/s.

8. Un laboratoire d'archéologie utilise un spectrographe de masse: des atomes de carbone ionisés 1 fois (C^{+1}) entrent avec tous la même vitesse v de $5 \cdot 10^5$ m/s dans le champ B de 0,25 T. Calculer quelle distance d sépare les impacts sur l'écran des isotopes ^{12}C et ^{14}C .

Rép: 8,4 cm.



9. Pour que les ions (positifs) entrant dans le champ B d'un spectrographe de masse aient tous la même vitesse v , on utilise un *filtre de vitesse*. Il se compose d'un champ E' et d'un champ B' (voir figure).

Montrer que les ions entrant en S_1 peuvent sortir en S_2 à condition que $v = E'/B'$.

10. Un spectrographe de masse avec filtre de vitesse est utilisé pour séparer deux gaz ayant des masses mol. très proches: CO^{+1} ($m = 28,0106$ u) et N_2^{+1} ($m = 28,0134$ u). Le champ B provoquant la courbure est de 0,12 T.

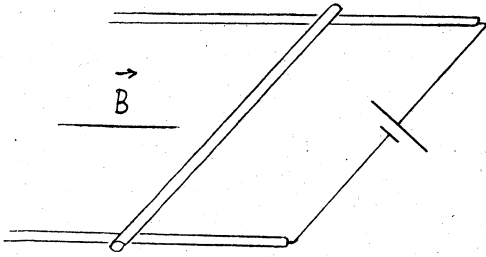
- Calculer le rayon de courbure de la trajectoire des ions pour que la distance d entre les impacts sur l'écran soit de 0,4 mm;
- calculer la tension U qui a servi à l'accélération (pour cette question seulement: $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$).

Rép: a) 2 m; b) 99 kV.

11. La force de Laplace agissant sur un conducteur parcouru par un courant agit en fait sur les électrons libres du métal. Pourquoi pas sur les ions du réseau cristallin? Pourquoi pas sur les électrons liés?

Si on déplace un conducteur non parcouru par un courant dans un champ magnétique, pourquoi ne subit-il pas de force de Laplace?

12. Une tige d'aluminium de section $S = 8 \text{ mm}^2$ est posée sur deux rails conducteurs horizontaux dont l'écartement est égal à la longueur L de la tige. Une source de tension alimente le système d'un courant I . Le circuit baigne dans un champ \mathbf{B} de $0,06 \text{ T}$, homogène, horizontal et parallèle aux rails.



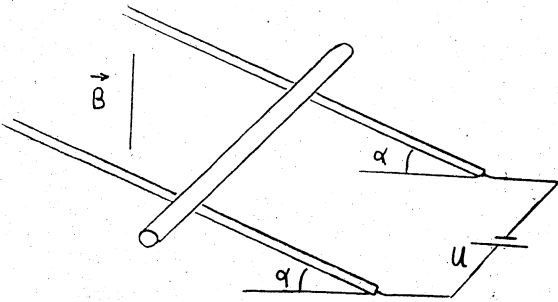
a) Quel doit être le sens de \mathbf{B} pour que la force de Laplace s'oppose au poids?

b) Quel doit être le courant I^* pour cette force compense le poids?

c) Que se passe-t-il si $I > I^*$?

Rép: b) $3,53 \text{ A}$.

13. Tige de graphite, longueur $L = 12 \text{ cm}$, section S , masse volumique ρ' , résistivité $\rho = 1,38 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ m}$. Elle peut glisser sur deux rails conducteurs parallèles séparés par $d < L$ et inclinés d'un angle $\alpha = 25^\circ$ sur l'horizontale. Sont négligés: la résistance des rails et les frottements. Le circuit est alimenté par $U = 9 \text{ V}$. Le tout baigne dans un champ \mathbf{B} vertical.



a) Quels doivent être le sens et la valeur de \mathbf{B} pour que la tige reste immobile?

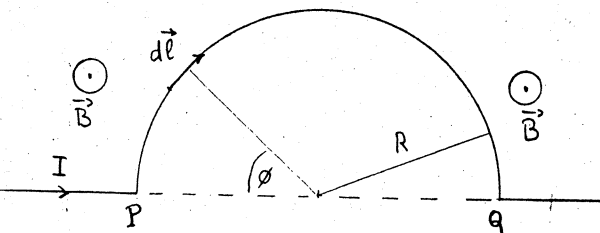
b) Quelle sera l'accélération de la tige si on inverse la polarité de la tension?

Rép: a) $1,9 \cdot 10^{-3} \text{ T}$; b) $2g \sin \alpha$.

***14.** Dans le fil conducteur ci-contre passe un courant I constant. Il est placé dans un champ \mathbf{B} homogène et constant.

Montrer que la force de Laplace sur la portion semi-circulaire est la même que si le conducteur était rectiligne.

Indication: exprimer un élément de force $d\mathbf{F}$ sur un élément de longueur dl . Considérer les projections de cette force élémentaire. Calculer l'intégrale sur le demi-cercle avec ϕ comme variable d'intégration.



15. Un galvanomètre à cadre mobile dont l'aimant permanent donne un champ homogène a une déviation $\phi^* = 75^\circ$ pour un courant de $50 \mu\text{A}$. Déterminer, graphiquement ou par résolution numérique, les valeurs de ϕ pour $I = 5, 20$ et $40 \mu\text{A}$.

Rép: $26^\circ, 59^\circ$ et 72° .

Chapitre II CALCUL DE CHAMPS MAGNETIQUES

II.1. Loi d'Ampère

Historique

André-Marie Ampère (1775-1836) établit vers 1820 la loi qui porte son nom. Un peu avant cette époque on avait observé que des conducteurs parcourus par des courants avaient des interactions mutuelles (attraction ou répulsion) et l'intention était naturellement de quantifier cette interaction par une loi de force comme l'avait fait Newton pour la gravitation à la fin du 17ème siècle puis Coulomb pour l'électrostatique à la fin du 18ème. Ampère entreprit d'écrire une expression mathématique formellement semblable à celles évoquées ci-dessus, c'est-à-dire avec le produit des courants, l'inverse du carré de la distance et une bonne constante de proportionnalité. Il y cru pendant quelque temps, mais dû bien se rendre à l'évidence: le modèle de courants ponctuels comme on a celui, très efficace, de masse ou de charge ponctuelle est beaucoup trop irréaliste; un conducteur n'a jamais une longueur négligeable. Il empoigna alors le problème autrement.

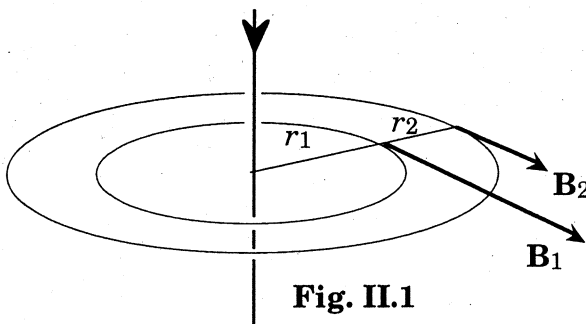
L'idée ne fut pourtant reprise avec succès par Biot et Savart (§ 3. page 7).

Etablissement de la loi

Elle est une loi fondamentale du magnétisme et le fait qu'elle soit fondamentale sous-entend qu'elle ne s'établit pas théoriquement au moyen de lois plus fondamentales encore. Une généralisation de cette loi a été faite par J.-C. Maxwell dans la deuxième moitié du 19e siècle et elle est alors devenue l'une des quatre équations de Maxwell, qui sont les lois de base de toute l'électrodynamique, cette énorme branche de la physique qui décrit comme un tout les phénomènes de l'électricité, du magnétisme et de l'optique. Les télécommunications sont des applications innombrables et subtiles de ces quatre équations.

Pour établir la loi d'Ampère il faut partir de considérations expérimentales simples puis tenter par tous les moyens de montrer que la loi déduite aurait des exceptions, ne s'appliquerait pas toujours, etc. Jusqu'ici, ces tentatives ont échoué. Les physiciens se résignent alors avec satisfaction et considèrent la loi d'Ampère comme *vraie*, ou plus exactement: pas fausse.

Observations expérimentales



a) Un fil rectiligne "infini" parcouru par un courant I . Pour une valeur donnée de I , on mesure que B diminue comme l'inverse de la distance r au fil:

$$B \propto 1/r$$

b) Pour une distance r fixée, le champ \mathbf{B} varie proportionnellement à l'intensité du courant I dans le fil. S'il y a plusieurs conducteurs, les champs \mathbf{B}_1 , \mathbf{B}_2 , etc. dus aux courants I_1 , I_2 , etc. vont s'additionner vectoriellement. Si les conducteurs sont parallèles, très fins et très rapprochés, tel que r soit le même pour tous, les champs

s'additionnent algébriquement comme les courants (fig. II.2).

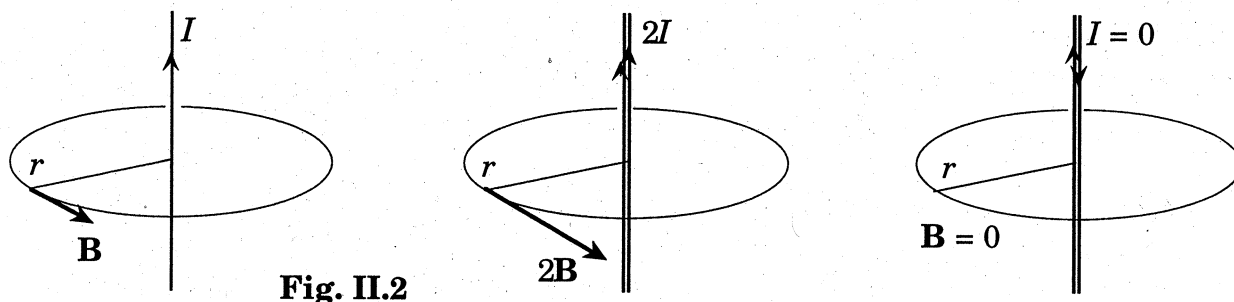


Fig. II.2

De ces deux observations on déduit que $\mathbf{B} \propto I/r$ avec une constante de proportionnalité notée $\mu_0/2\pi$ où μ_0 est aussi importante en magnétisme que l'est ϵ_0 en électrostatique. Elle porte le nom de *perméabilité du vide* alors que ϵ_0 est la *permittivité du vide*. (Voir remarque plus bas).

La loi d'Ampère n'est pas encore établie mais on sait déjà calculer la valeur du champ magnétique produit par un conducteur rectiligne "infini" à une distance r de ce conducteur:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Considérons une ligne de champ autour du fil: c'est un cercle centré sur le fil et on dirait que le champ "circule" autour du conducteur:

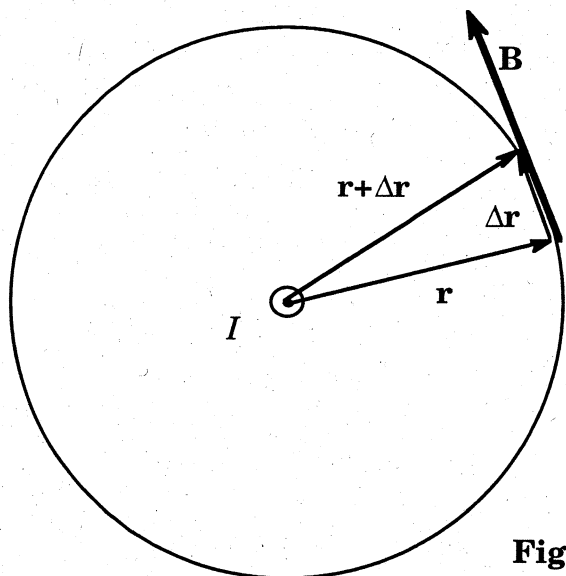


Fig. II.3

Le courant sort de la feuille, ce qui conditionne le sens de \mathbf{B} . Soit $\Delta\mathbf{r}$ un élément vectoriel de courbe.

On définit la *circulation du vecteur \mathbf{B}* comme la somme des produits scalaires des vecteurs champ par les éléments $\Delta\mathbf{r}$:

$$C = \sum \mathbf{B} \cdot \Delta\mathbf{r}$$

Ce n'est pas nouveau: c'est déjà ainsi qu'on avait défini le travail d'une force et la tension électrique dans un champ \mathbf{E} .

A la sommation on substitue tout naturellement une intégrale, qu'on exprime pour toute la courbe fermée. Cela s'écrit, le petit rond sur le signe intégrale signifiant que la courbe est fermée:

$$C_0 = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r}, \text{ l'indice de } C \text{ signifiant aussi la fermeture de la courbe.}$$

Pour une ligne de champ comme celle de la fig. II.3, le calcul de cette intégrale est très simple: tous les \mathbf{B} sont parallèles et de même sens que les $d\mathbf{r}$, donc $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = B dr$, et alors B ne change pas de valeur sur un cercle, ce qui permet de le sortir de l'intégrale. C'est-à-dire:

$$C_0 = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \oint B dr = B \oint dr = B 2\pi r$$

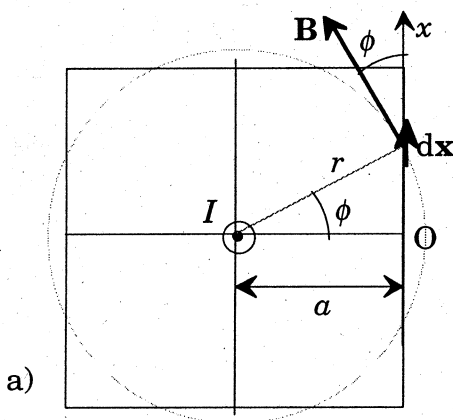
Mais on a déjà calculé ceci plus haut et on a trouvé que $B 2\pi r = \mu_0 I$. En fait, la loi d'Ampère dit ceci:

La circulation du vecteur \mathbf{B} sur une courbe fermée (quelconque) est proportionnelle au courant total enlacé par la courbe; la constante de proportionnalité est μ_0 .

En formule, cela se transcrit par:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \mu_0 I_{\text{enl.}} \quad \text{loi d'Ampère}$$

La loi ne précise pas de quelle courbe il doit s'agir car c'est n'importe laquelle, le résultat est toujours le même. Au début du chapitre on a calculé avec un cercle qui était en même temps une ligne de champ, mais c'était uniquement pour des raisons de simplicité de calcul. Comme exercice, que certains trouveront amusant, on calculera cette circulation sur un carré (fig II.4a)), l'intégration des $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{r}$, presque simple, se fera sur un demi côté; il suffit de multiplier par huit le résultat de cette intégration pour trouver que c'est tout aussi juste que sur un cercle mais moins facile. Et si vraiment on n'est toujours pas convaincu, on prendra un cercle comme courbe fermée mais dont le courant *n'est pas au centre*. Si jamais on arrive au bout de l'intégration, on admettra certes la loi d'Ampère; mais il faudra tout de même l'admettre si on ne fait pas ce dernier calcul!



La courbe fermée n'enlace pas le courant

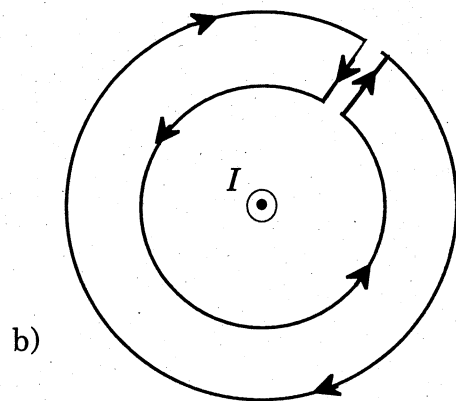


Fig. II.4

L'enlacement est crucial dans cette loi: si la courbe n'enlace pas le(s) conducteur(s), alors l'intégrale est nulle, c'est ce que dit la loi. On peut se persuader de cette importance en examinant la circulation de \mathbf{B} sur la courbe fermée de la figure II.4 b); il n'est pas difficile de voir qu'elle ne peut qu'être nulle.

Une courbe enlace vraiment un courant s'il est impossible de "sortir" le conducteur sans "couper" la courbe.

Remarques:

* La constante μ_0 a cette particularité unique parmi toutes les constantes de la physique d'être connue avec une précision aussi grande qu'on veut puisque sa valeur est *exactement* $4\pi \cdot 10^{-7}$ MKSA, c-à-d $4\pi \cdot 10^{-7}$ (?). Elle est le pendant magnétique de ϵ_0 de l'électrostatique. La fusion de ces deux domaines de la physique a été l'oeuvre

de Maxwell à la fin du 19ème siècle; il a montré qu'elles ne sont en fait que deux aspects particulier d'une science plus vaste, l'électrodynamique dont l'optique fait partie. On résume ces trois domaines de la physique par la formule, découlant des travaux unificateurs de Maxwell: $\epsilon_0\mu_0 = 1/c^2$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide, ou de toutes les ondes électromagnétiques.

* Du point de vue de leurs propriétés magnétiques, on peut classer les substances en deux catégories bien distinctes: la première contient *tous* les types de matériaux, solides, liquides ou gazeux, métalliques ou non. Que reste-t-il alors pour la deuxième catégorie? Les corps dits *ferromagnétiques*, dont le fer le cobalt, et le nickel sont les plus connus. Les substances de la première catégorie sont pratiquement insensibles à des champs magnétiques et sont transparentes aux champs. Autrement dit, la loi d'Ampère donnée ici est valable en toute rigueur dans le vide mais reste valable tant qu'il n'y a pas de substances ferromagnétiques en cause. Pour être complet, il faudrait ajouter les bizarres substances supraconductrices dans la deuxième catégorie. Mais aussi bien le ferromagnétisme que la supraconductivité nécessitent des théories parmi les plus compliquées de toute la physique. On n'en parlera donc pas dans ce cours.

* Faisons quelques considérations de *symétrie*, concept d'une importance fondamentale dans toute la physique, qu'elle soit de base ou de pointe. La grandeur du champ \mathbf{B} d'un fil rectiligne (infini) décroît comme $1/r$. On doit se souvenir que la dépendance de la grandeur du champ \mathbf{E} d'un fil uniformément chargé est aussi en $1/r$. C'est en quelque sorte la signature d'une symétrie *axiale* (ou cylindrique). L'aire d'un cylindre entourant l'axe (le fil) augmente comme r ($= 2\pi rl$) pour une longueur l fixe. Par contre, l'aire d'une sphère augmente comme le carré de son rayon r , c'est une symétrie sphérique, bien sûr, ou ponctuelle, comme on la rencontre pour le champ \mathbf{E} d'une charge ponctuelle ou pour le champ de gravitation \mathbf{g} au voisinage d'un astre sphérique (ils sont rarement autrement). La décroissance de ces champs est, on le sait bien, en $1/r^2$, ce qui est la signature de la symétrie sphérique.

II.2. Applications de la loi d'Ampère

II.2.1. Force entre conducteurs - Définition de l'ampère

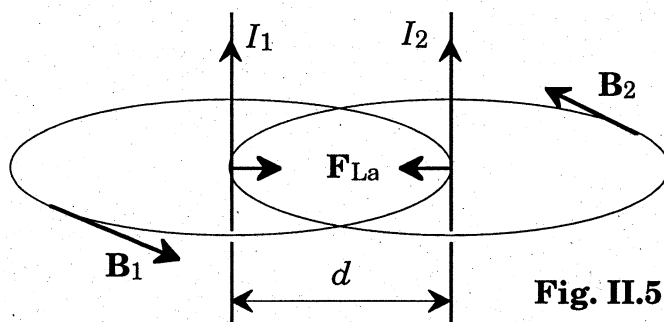


Fig. II.5

Les deux conducteurs sont parallèles et "infinis". Chacun se trouve dans le champ \mathbf{B} créé par l'autre; chacun subit donc une force de Laplace. De par la 3ème loi de Newton, on sait déjà que les forces sur chaque conducteur sont de grandeurs égales mais opposées en sens, quelles que soient les valeurs des deux courants.

Sur la figure ci-dessus, on a choisi des courants de même sens, ce qui provoque une attraction mutuelle; on s'entraînera au raisonnement sur un dessin avec des courants de sens opposés pour constater qu'il apparaît une répulsion.

Soit B_1 le champ créé par le courant I_1 . A la distance d de ce courant, à l'endroit où se trouve l'autre conducteur, le champ vaut:

$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$. Sur le conducteur I_2 il provoque une force de Laplace par unité de longueur:

(sinon la force est infinie!): $f_{La} = \frac{F_{La}}{l} = I_2 B_1$, c'est-à-dire: $f_{La} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$.

On voit que la 3ème loi de Newton n'est pas mise en défaut puisque le produit des courants est commutatif.

Ce phénomène d'attraction de courants de même sens se produit et est exploité dans les accélérateurs de particules: toutes les particules du faisceau sont naturellement de même signe et ont tendance à se repousser les unes les autres par la force de Coulomb, ce qui provoque une divergence indésirable du faisceau; mais si la vitesse est suffisante, les particules en mouvement constituent des courants assez intenses pour que la force d'attraction magnétique surpasse la force de répulsion électrique et on assiste à une refocalisation bienvenue du faisceau: ce phénomène est appelé "pinch effet", effet de pincement, par les spécialistes. Un autre exemple d'apparition de cet effet est la foudre: l'éclair est constitué de particules chargées, des "molécules d'air" ionisées en forte densité se précipitant du nuage vers la surface terrestre et constituant de très intenses courants.

La neuvième Conférence Internationale des Poids et Mesures (1948) a défini l'ampère comme suit:

"l'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur du conducteur."

On vérifiera que c'est bien cette force de $2 \cdot 10^{-7}$ qu'on obtient avec la formule ci-dessus pour f_{La} .

Ainsi, l'ampère est l'unité de base pour tout l'électromagnétisme dans le Système International (SI) MKSA. Le coulomb (C), apparemment plus fondamental, est alors dérivé de l'ampère: $1 \text{ C} = 1 \text{ A.s}$, car le coulomb est plus difficile à mesurer avec précision. Plus récemment, les méthodes de la physique atomique ont permis de promouvoir l'ohm (Ω) comme unité de base grâce à l'effet Hall quantique, phénomène subtil qu'on n'exposera pas ici !

II.2.2. Champ à l'intérieur d'un solénoïde

La configuration des lignes de champ à l'intérieur d'une bobine longue, appelée solénoïde, montre que le champ y est d'autant plus homogène qu'on se trouve près du centre de la bobine et que sa longueur est grande relativement à son diamètre. Dans cette application de la loi d'Ampère, on considérera que le champ \mathbf{B} produit par le courant parcourant le bobinage est homogène dans tout le volume du solénoïde.

Soit une bobine dont la longueur L est beaucoup plus grande que la diamètre; elle est faite de N spires de fil parcouru par un courant I .

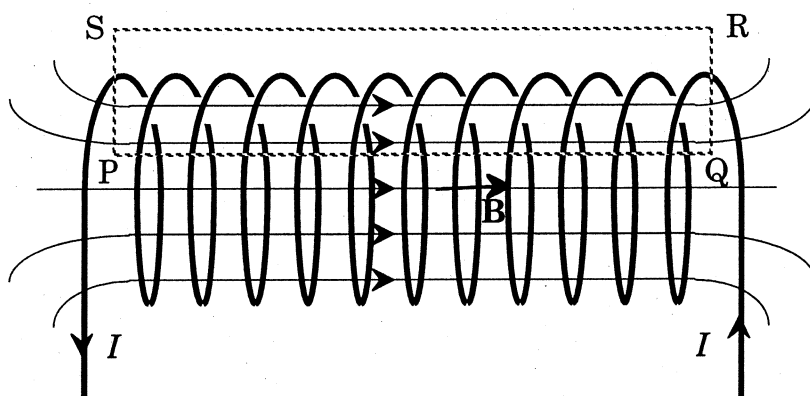


Fig. II.6

Champ \mathbf{B} à l'intérieur d'un solénoïde de N spires et de longueur L . Sur la figure, la lisibilité du dessin a nécessité un diamètre plus grand que ce qu'il devrait être pour une bonne application de la loi d'Ampère.

Pour appliquer la loi d'Ampère, on doit choisir une courbe fermée enlaçant le courant. Ici, cette "courbe" est le rectangle en pointillé PQRS, il enlace les N spires. Sur ce parcours, la circulation de \mathbf{B} se décompose en quatre termes:

$$C_0 = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \int_P^Q \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} + \int_Q^R \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} + \int_R^S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} + \int_S^P \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \mu_0 I_{\text{enl}} = \mu_0 NI$$

Une seule de ces intégrales n'est pas vraiment nulle, c'est celle de P à Q, à l'intérieur de la bobine; elle vaut BL dans l'hypothèse d'un champ homogène. Celle de Q à R et celle de S à P sont quasi nulles, d'abord parce que le champ est plus faible à l'extérieur et ensuite parce que les lignes de \mathbf{B} à la sortie du solénoïde sont presque perpendiculaires aux deux parcours, les produits scalaires $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{r}$ sont alors négligeables. L'intégrale de R à S est nulle aussi car le champ est négligeable à l'extérieur d'un solénoïde.

Finalement:

$$C_0 = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = BL = \mu_0 NI \Rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

On n'oubliera pas que cette formule ne donne en fait correctement que le champ au voisinage du centre d'un solénoïde.

II.2.3. Champ à l'intérieur d'un conducteur parcouru par un courant

Jusqu'ici, le conducteur était supposé avoir un diamètre négligeable et on ne s'intéressait qu'au champ à l'extérieur du fil. Mais il y a aussi du champ à l'intérieur du métal, comme on va le montrer.

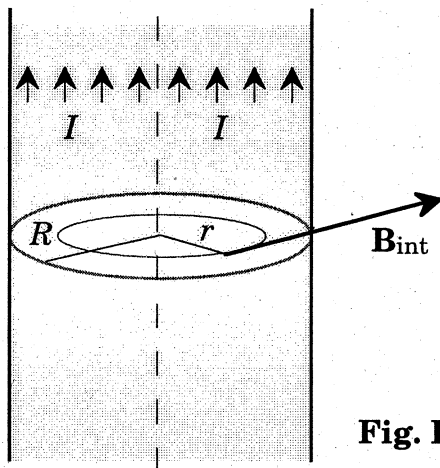


Fig. II.7

Champ \mathbf{B} à l'intérieur d'un conducteur filiforme (cylindre de rayon R) et parcouru par un courant I dont la densité i est uniforme sur toute la section. Il est en principe constant.

Sur une section transversale, on considère de cercles de rayon $0 \leq r \leq R$; ce sont aussi des lignes de champ vu la symétrie du conducteur.

Un cercle de rayon r enlace une fraction I' du courant total I :

$$I' = i \pi r^2 = \frac{I}{\pi R^2} \pi r^2 = \frac{I r^2}{R^2}, \text{ où } i \text{ est la densité de courant, en } A/m^2.$$

On applique la loi d'Ampère sur cette courbe pour ce courant:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \oint B dr = B \oint dr = B 2\pi r = \mu_0 I' = \mu_0 \frac{I}{R^2} r^2$$

simplifiant par r , on obtient le résultat cherché: $B_{\text{int}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$

Il est important de relever, comme le montre cette relation, que le champ augmente linéairement avec le rayon r à l'intérieur, alors qu'il décroît en $1/r$ à l'extérieur. Il faut examiner encore si le champ est le même en surface, qu'il soit vu de l'intérieur ou de l'extérieur, c'est-à-dire si la fonction $B(r)$ est continue en $r = R$. En rappelant que le champ à l'extérieur est $B_{\text{ext}} = \mu_0 I / 2\pi r$, ce contrôle est immédiat.

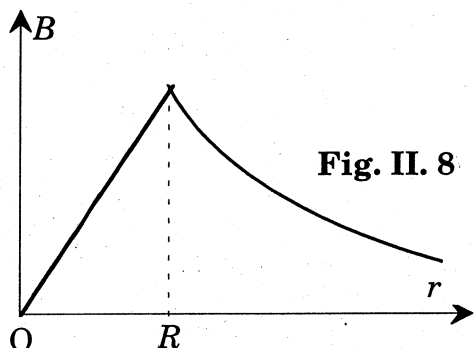


Fig. II. 8

Grandeur du champ \mathbf{B} à l'intérieur et à l'extérieur d'un conducteur filiforme (cylindre de rayon R) en fonction de la distance r de l'axe de symétrie du cylindre.

Ce graphe doit rappeler l'allure de la grandeur du champ électrique à l'intérieur (mais pas exactement à l'extérieur, pourquoi?) d'une sphère diélectrique ayant une densité volumique de charge uniforme.

Pour des calculs de champs magnétiques la loi d'Ampère a un pouvoir assez limité et les cas possibles ont presque tous été traités. Il est en effet nécessaire que les lignes de champ soient connues et alors Ampère ne peut fournir que la grandeur du champ, pas plus. Mais il existe une méthode bien plus puissante:

II.3. La loi de Biot et Savart

En électrostatique, on a utilisé deux méthodes pour calculer le champ \mathbf{E} produit par des charges: la loi de Gauss, d'emploi facile mais de pouvoir limité, et la loi de Coulomb en décomposant la charge en éléments dq , chacun donnant un champ élémentaire $d\mathbf{E}$. Cette dernière méthode est souvent difficile par la nécessaire intégration des $d\mathbf{E}$, mais elle est en principe applicable dans tous les cas. La situation est semblable en magnétisme: la loi d'Ampère correspond à la loi de Gauss de l'électrostatique et la loi de Biot et Savart correspond à la loi de Coulomb en ce sens qu'elle donne le champ élémentaire $d\mathbf{B}$ dû à un élément de courant de longueur $d\mathbf{l}$. Remarquons qu'à l'encontre de la loi d'Ampère, elle donne le champ directement sous forme vectorielle, autrement dit, il n'est pas nécessaire de connaître préalablement les lignes de champ. La puissance de la méthode est à la mesure de sa difficulté d'emploi.

On ne fera pas de "démonstration" de cette loi, on la prendra comme une formule. On en fera pourtant une justification en calculant le champ d'un fil rectiligne et voir qu'on obtient le même résultat qu'avec la loi d'Ampère.

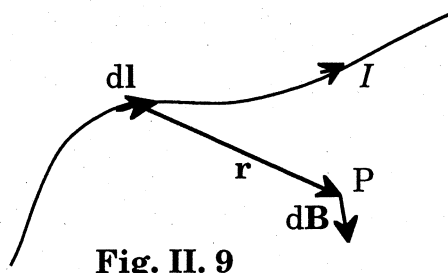


Fig. II. 9

Soit un conducteur de forme quelconque parcouru par un courant I . Considérons un élément vectoriel $d\mathbf{l}$ de ce conducteur. En un point P , à la distance r de $d\mathbf{l}$, il produit un élément vectoriel de champ $d\mathbf{B}$. La loi de Biot et Savart s'exprime par:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \wedge \mathbf{r}}{r^3}$$

l'élément de champ $d\mathbf{B}$, à cause du produit vectoriel, est donc perpendiculaire à l'élément de conducteur $d\mathbf{l}$ et au vecteur \mathbf{r} .

Le champ total, produit par toute la longueur du conducteur est donné par la somme vectorielle des $d\mathbf{B}$, donc le plus souvent par l'intégrale:

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{longueur du conduct.}} \frac{d\mathbf{l} \wedge \mathbf{r}}{r^3}$$

cette intégrale est parfois très difficile, voire impossible à calculer explicitement.

II.3.1. Contrôle de la formule: le fil rectiligne infini

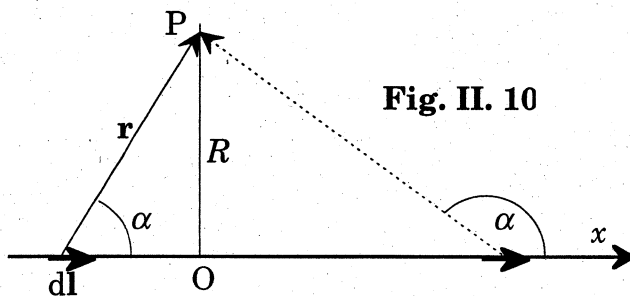


Fig. II. 10

On oriente l'axe Ox dans le sens du courant avec l'origine O au pied de la perpendiculaire abaissée du point P où on veut calculer \mathbf{B} . Soit R la plus courte distance de P au fil.

L'angle α que fait $d\mathbf{l}$ avec \mathbf{r} varie de 0 quand x est à $-\infty$, à π quand x est à $+\infty$. La norme du vecteur $d\mathbf{l}$ devient dx .

Avec ces notations, la norme du produit vectoriel $d\mathbf{l} \wedge \mathbf{r}$ devient $dx r \sin \alpha$. Alors:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{l} \wedge \mathbf{r}}{r^3} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dx r \sin \alpha}{r^3}$$

la figure montre que $R = -x \tan \alpha$, le signe $-$ car $\tan \alpha$ est > 0 pour $x < 0$;

on fait le changement de variable adéquat: $x = -R \cot \alpha \Rightarrow dx = \frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha$

d'autre part: $R = r \sin \alpha \Rightarrow r^2 = \frac{R^2}{\sin^2 \alpha}$ et l'intégrale pour B devient:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\pi \frac{R^2}{\sin^2 \alpha} \frac{\sin^3 \alpha}{R^3} d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha, \text{ tout à fait élémentaire:}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (-\cos \alpha) \Big|_0^\pi = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (1 + 1) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}, \text{ résultat attendu.}$$

On n'a ainsi pas démontré la justesse de la loi de Biot et Savart, mais montré qu'elle est juste pour un cas particulier, le fil rectiligne infini. On va alors induire qu'elle l'est dans tous les cas. On voit par exemple qu'il n'est pas difficile de calculer le champ d'un fil de longueur quelconque, par le changement des bornes de l'intégrale ci-dessus. La loi d'Ampère est incapable d'un tel calcul.

II.3.2. Champ sur l'axe d'une boucle de courant

La boucle est circulaire et constitue une spire. Le calcul ci-dessus se généralise immédiatement au cas d'une bobine circulaire de N spires, pourvu que l'épaisseur de la bobine soit beaucoup plus petite que son diamètre.

L'intention est de calculer le champ en un point quelconque de l'axe de révolution de la boucle.

Comme toujours, l'examen attentif du dessin de la situation est prioritaire sur les calculs!

La symétrie du problème permet d'affirmer que le champ sera orienté selon l'axe de révolution. On n'a alors qu'à calculer sa grandeur.

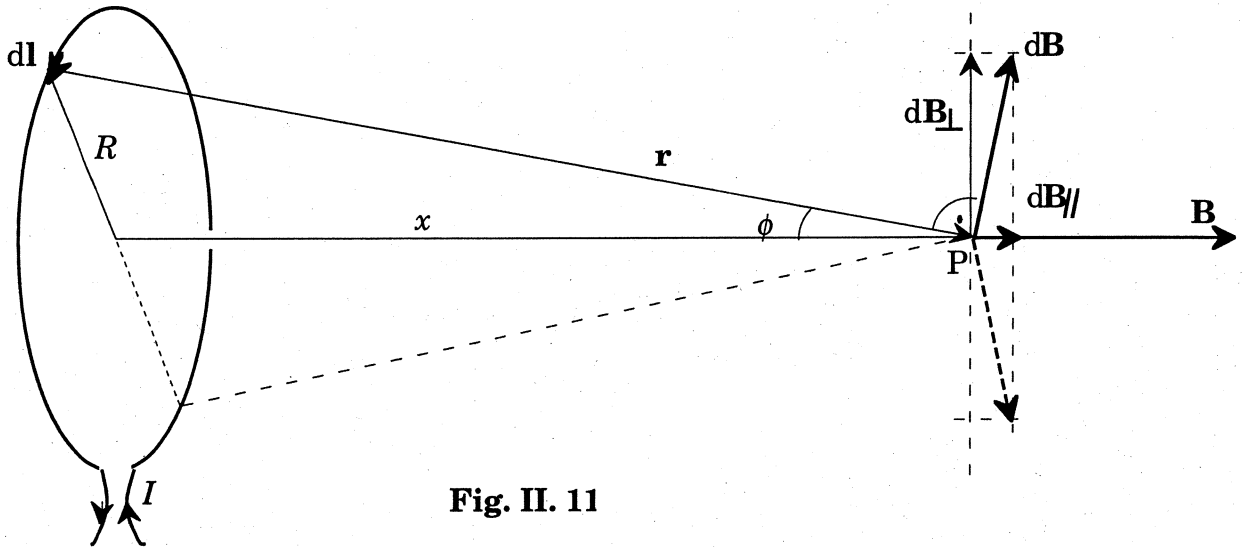


Fig. II. 11

La boucle, parcourue par un courant I , est de rayon R et le point où on veut connaître le champ est à la distance x du plan de la boucle.

Chaque élément $d\mathbf{l}$ de fil produit un champ élémentaire $d\mathbf{B}$ qui peut se décomposer en $d\mathbf{B} = d\mathbf{B}_{//} + d\mathbf{B}_{\perp}$ respectivement parallèle et perpendiculaire à l'axe. Des éléments $d\mathbf{l}$ diamétralement opposés sur la boucle donnent des $d\mathbf{B}$ dont les $d\mathbf{B}_{\perp}$ s'annulent deux à deux. Il ne reste, en grandeur, que $dB_{//} = dB \sin\phi$ dont il faut faire la somme pour avoir le champ total cherché.

$$B = \int dB \sin\phi \quad \text{où} \quad \sin\phi = \frac{R}{r} \quad \text{et} \quad r = \sqrt{R^2 + x^2}$$

$$\text{ainsi:} \quad d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \wedge \mathbf{r}}{r^3} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \quad \text{car} \quad d\mathbf{l} \perp \mathbf{r}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \int dl \quad ; \text{l'intégrale vaut simplement } 2\pi R.$$

$$\text{Finalement:} \quad B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

Examinons deux cas particuliers simples:

a) à grande distance de la boucle: $x \gg R \Rightarrow R^2 + x^2 \approx x^2$ et $B = \mu_0 IR^2/2x^3$. C'est le champ à grande distance d'un dipôle magnétique. Il décroît comme le cube de la distance, donc très rapidement, comme on l'avait constaté pour le dipôle électrique. Un aimant (permanent ou non) est un dipôle magnétique.

b) au centre de la boucle: $x = 0 \Rightarrow B = \mu_0 I/2R$, expression simple.

Exemple numérique:

Une boucle de courant de 10 cm de diamètre est faite de 100 spires parcourues par un courant de 1 A. le champ au centre de la boucle vaut :

$$B = \mu_0 NI/2R = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 1 / 0,1 = 1,26 \text{ mT.}$$

II.3.2. Champ des bobines de Helmholtz

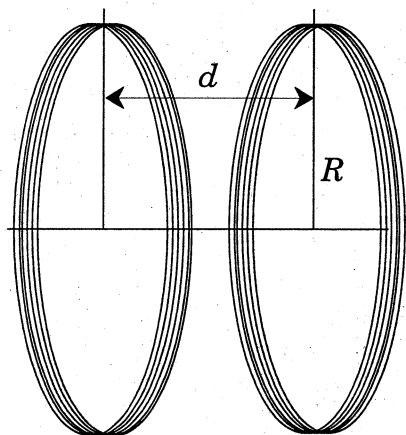


Fig. II. 12

La loi de Biot et Savart est fondamentale en magnétisme mais si elle a été développée dans ce cours c'est surtout pour obtenir le champ des bobines de Helmholtz. Pourquoi? Parce que pour avoir un champ homogène, c'est de loin la configuration la plus simple et la plus économique. On pourrait prendre un solénoïde mais c'est encombrant parce qu'il est par définition très long et parce que son centre est difficile d'accès et invisible, le bobinage de cuivre n'étant pas transparent! La configuration dite de Helmholtz consiste en deux bobines plates de rayon R et dont la distance qui les sépare est d où $d = R$. On peut montrer mathématiquement qu'avec une telle géométrie, on obtient un champ homogène dans un volume "raisonnable".

La configuration dite de Helmholtz étant satisfaite si $d = R$, on calcule le champ d'une bobine de N spires pour $x = R/2$ selon l'expression du § précédent:

$$B = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(R^2 + R^2/4)^{3/2}}. \text{ Pour les 2 bobines ensembles: } B = \frac{\mu_0 N I R^2}{(R^2 + R^2/4)^{3/2}}, \text{ donc:}$$

$$B = \frac{\mu_0 N I R^2}{\left(\frac{5R^2}{4}\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 N I}{R} \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}, \text{ c'est à dire : } B = 9 \cdot 10^{-7} \frac{N I}{R} \text{ à moins de 0,1 \% près.}$$

II.4. Flux du champ magnétique et loi de Gauss

Rappel:

En électrostatique, le flux du champ électrique a été défini comme:

$$\Psi = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad \text{et} \quad \Psi_0 = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad \text{si la surface est fermée}$$

Ce n'est ici qu'une définition et non pas une loi: on n'a pas mis en relation des grandeurs déjà définies, on en a défini une nouvelle: Ψ , au moyen de \mathbf{E} et de \mathbf{S} .

On rappelle qu'une surface est dite fermée lorsqu'elle délimite un volume d'une part et que dans ce cas les vecteurs-surface $d\mathbf{S}$ sont conventionnellement orientés vers l'extérieur (hérisson!) d'autre part.

La définition étant donnée, la loi de Gauss affirme alors: $\Psi_0 = \frac{Q_{\text{enf}}}{\epsilon_0}$

La situation est analogue en magnétisme, on définit le flux du champ \mathbf{B} par:

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad \text{et} \quad \Phi_0 = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad \text{si la surface est fermée}$$

mais la loi de Gauss pour \mathbf{B} est fondamentalement différente de celle pour \mathbf{E} :

$$\Phi_0 = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

Elle dit que le flux de \mathbf{B} au travers d'une surface fermée est toujours nul. Cela signifie que si des lignes de champ magnétique pénètrent dans une surface fermée, elles en ressortent inmanquablement. C'est une conséquence du fait qu'il n'existe pas de charges magnétiques et que par conséquent, les lignes de \mathbf{B} sont toujours fermées, elles vont d'un pôle (N) à l'autre (S); et on ne peut jamais séparer les pôles magnétiques comme il est possible de le faire avec les charges électriques.

On ne pourra pas faire grand chose dans ce cours avec cette loi, elle ne permet pas de calculer des champs comme on l'a fait avec la loi de Gauss du champ électrique, mais elle est l'une des quatre lois fondamentales de toute l'électrodynamique et constitue, telle qu'elle est écrite ci-dessus, l'une des quatre équations de Maxwell, celles qui régissent tout l'électromagnétisme, optique incluse.

Unités:

Dans le système MKSA, le flux Φ du champ magnétique se mesure en *weber* (Wb):

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

C'est une unité traditionnellement importante parce qu'on rencontre souvent le champ magnétique exprimé, non pas en tesla mais en Wb/m^2 .

En résumé:

Tous les calculs de champs magnétiques qui ont été faits dans ce chapitre (mais aussi ceux qui n'ont pas été faits) ont abouti à des expressions de la forme:

$$\mathbf{B} = \gamma \mathbf{I}$$

où γ est un facteur contenant μ_0 et la géométrie du conducteur; d'où ce résultat simple: le champ produit par un courant est toujours proportionnel à ce courant.

Près d'un long fil rectiligne: $\gamma = \frac{\mu_0}{2\pi r}$

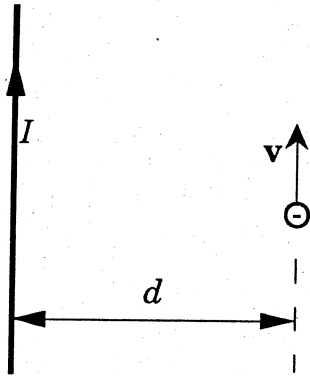
Dans un long solénoïde de longueur L : $\gamma = \frac{\mu_0 N}{L}$

A l'intérieur d'un fil conducteur de rayon R : $\gamma = \frac{\mu_0}{2\pi R^2} r$

Sur l'axe d'une boucle de rayon R : $\gamma = \frac{\mu_0 R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$

Bobines de Helmholtz: $\gamma = \frac{\mu_0 N}{R} \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}$

CH. II : CALCULS DE CHAMPS MAGNETIQUES

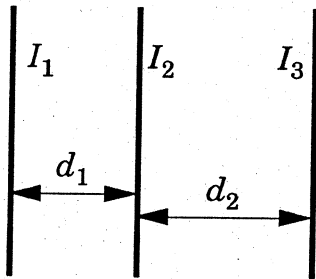


1. Un courant $I = 10$ A circule dans un conducteur rectiligne très long. A un instant donné, un électron passe à une distance $d = 5$ cm du fil avec une vitesse de 10^6 m/s dont le vecteur est de même sens que le courant.

a) Calculer l'accélération de l'électron à cet instant. Va-t-il s'approcher ou s'éloigner du fil?

b) Calculer le rayon de courbure de sa trajectoire à cet instant. Que devient ce rayon ensuite?

Rép: a) $7,04 \cdot 10^{12}$ m/s²; b) 14,2 cm.

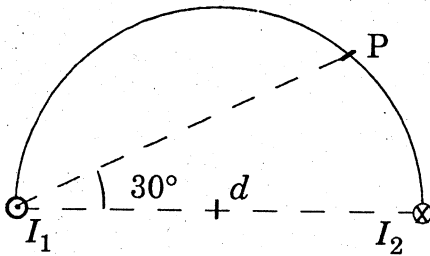


2. Trois conducteurs rectilignes, parallèles, "infinis" et dans le même plan. Pour que la force magnétique sur le conducteur médian soit nulle, montrer que:

a) I_1 est de même sens que I_3 ;

b) I_2 est de valeur et de sens indifférents;

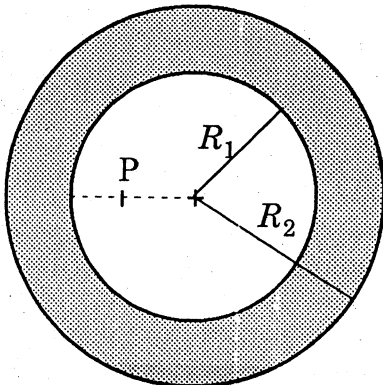
c) $I_1 d_2 = I_3 d_1$.



3. Deux conducteurs rectilignes "infinis" et coplanaires sont parcourus par des courants identiques mais de sens opposés: $I_1 = I_2 = 5$ A. Une distance $d = 1$ cm les sépare.

Calculer le vecteur \mathbf{B} résultant au point P en donnant sa norme et l'angle qu'il forme avec le segment d . Dessin des vecteurs.

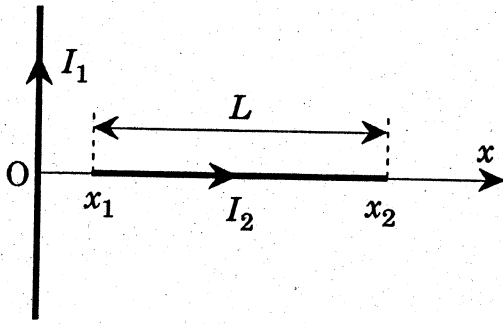
Rép: $2,31 \cdot 10^{-4}$ T; 60° .



4. Tube métallique de rayon intérieur R_1 et extérieur R_2 . Un courant I circule le long du tube. Ce courant est uniforme dans toute la section transversale représentée ci-contre.

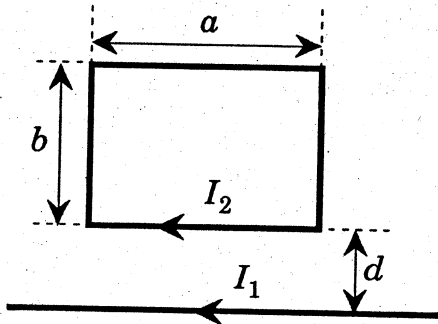
Calculer la grandeur du champ \mathbf{B} que produit ce courant en un point P à une distance $r = R_2/2$ du centre.

5. Montrer que pour une bobine longue faite d'une seule couche de spires jointives le champ \mathbf{B} à l'intérieur ne dépend que du diamètre du fil pour un courant donné.



*** 6.** Deux conducteurs rectilignes coplanaires. L'un est "infini" et parcouru par un courant I_1 ; l'autre est de longueur $L = x_2 - x_1$, perpendiculaire au 1^{er} et parcouru par un courant I_2 . Calculer sur celui-ci:

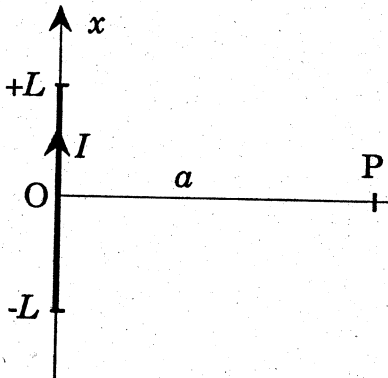
- la force de Laplace totale due au 1^{er};
- le moment de cette force par rapport à O;
- Représenter les vecteurs $d\mathbf{F}$, \mathbf{F}_{tot} et \mathbf{M}_O .



7. Deux conducteurs coplanaires. L'un est rectiligne "infini" et parcouru par un courant I_1 ; l'autre est rectangulaire et parcouru par un courant I_2 .

Calculer la force magnétique résultante sur le cadre. Comment est-elle orientée?

Rép: $\mu_0 I_1 I_2 a b / \{2\pi d(d+b)\}$.



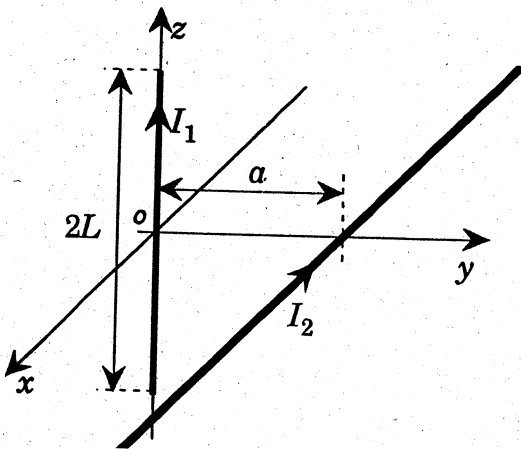
8. Calculer le champ en P produit par un fil rectiligne de longueur finie. Utiliser Biot et Savart du fil infini, en changeant les bornes d'intégration.

Examiner le cas limite où $L \gg a$.

Rép: $\mu_0 I L / \{2\pi a (L^2 + a^2)^{1/2}\}$.

9. Calculer le champ au centre d'une bobine plate de N spires rectangulaires. Se persuader que ce n'est plus aussi irréaliste qu'à l'ex. précédent.

Rép: $2\mu_0 N I (a^2 + b^2)^{1/2} / \pi a b$.



***10.** Deux conducteurs rectilignes non coplanaires. Le 1^{er} est de longueur $2L$ et orienté selon Oz, l'origine au milieu; le 2^{ème} est de longueur "infinie", dans le plan Oxy, parallèle à Ox et à une distance a de l'origine.

a) Montrer que la force magnétique totale sur le 1^{er} conducteur due au 2^{ème} est nulle mais que son moment de force par rapport à O n'est pas nul. Montrer que ce vecteur \mathbf{M}_O est selon Oy (sens?);

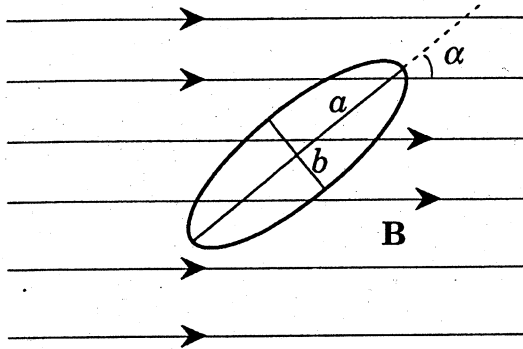
b) calculer la force magnétique totale sur une moitié du 1^{er} conducteur; indiquer son orientation.

Rép: b) $F = \mu_0 I_1 I_2 \{ \ln(1 + L/a^2) \} / 4\pi$.

11. On dispose d'une source dont la tension électromotrice est $U = 50 \text{ V}$ et la résistance interne $r = 50 \Omega$. On l'utilise pour alimenter une bobine plate qu'on doit fabriquer pour produire un champ B de 1.10^{-4} T en son centre. Calculer:

- le courant I parcourant la bobine à l'adaptation optimale de puissance;
- la longueur l et le diamètre d du fil de cuivre à utiliser si la masse de cuivre à disposition est de $8,92 \text{ g}$;
- le diamètre D de la bobine et son nombre de spires N .

Rép: a) $0,5 \text{ A}$; b) $54,6 \text{ m}$; $0,153 \text{ mm}$; c) 32 cm ; 53 .



12. Une surface plane elliptique de demi-axes a et b se trouve dans un champ \mathbf{B} homogène. Le petit axe $b = 2 \text{ cm}$ est perpendiculaire à la direction de \mathbf{B} alors que le grand axe $a = 4 \text{ cm}$ fait un angle α avec cette direction.

Quel vaut α pour que le flux de \mathbf{B} au travers de l'ellipse soit $\Phi = B\pi b^2$?

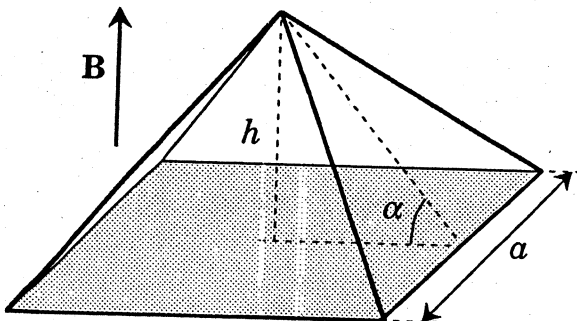
Rép: 30° .

13. Une bobine cylindrique de $N = 200$ spires a une longueur $L = 40 \text{ cm}$ et un rayon $R = 2 \text{ cm}$. Elle est alimentée par un courant de 20 mA .

Une surface carrée de côtés $a = 6 \text{ cm}$ est placée de façon à ce que son centre coïncide avec le centre de la bobine et que la perpendiculaire au carré fasse un angle de 45° avec la direction de \mathbf{B} .

Calculer le flux de \mathbf{B} au travers du carré en négligeant le champ hors bobine.

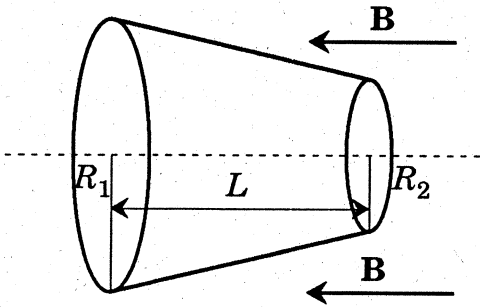
Rép: $1,57.10^{-8} \text{ Wb}$.



14. Pyramide droite de hauteur h et à base carrée de côté a . Elle est placée dans un champ \mathbf{B} homogène perpendiculaire à sa base.

Montrer, en utilisant la définition du flux, et non la loi de Gauss, que le flux total au travers des surfaces triangulaires est égal mais de signe opposé au flux à travers la base.

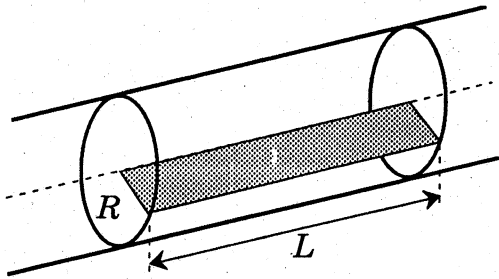
On se persuadera alors que le flux au travers de toutes les surfaces non fermées qui ont la même courbe pour bord est le même, que le champ soit homogène ou non.



15. Tronc de cône circulaire droit dans un champ \mathbf{B} homogène.

Calculer le flux de \mathbf{B} au travers de la surface latérale sachant que $B = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$, $R_1 = 45 \text{ m}$ et $L = 72 \text{ m}$.

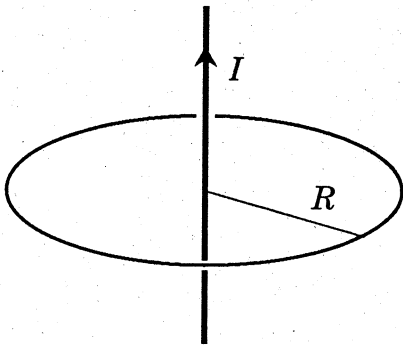
Rép: $-8,8 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}$.



***16.** Conducteur cylindrique rectiligne "infini", de rayon R et parcouru par un courant I uniforme et constant. On en considère une portion de longueur L .

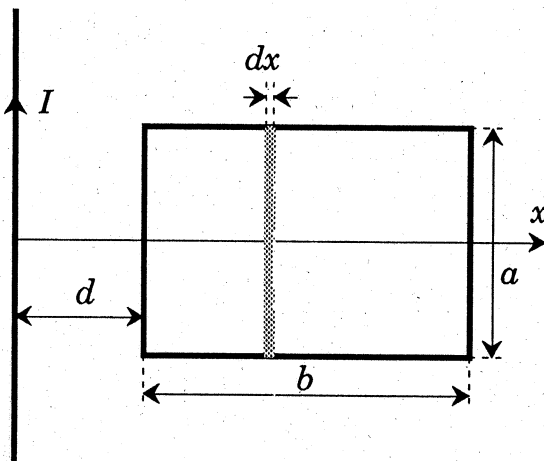
Calculer le flux de \mathbf{B} produit par I au travers d'une surface rectangulaire radiale intérieure (largeur R et longueur L).

Rép: $\mu_0 I L / 4\pi$.



17. Fil rectiligne "infini"; calculer le flux de \mathbf{B} produit par I au travers d'une surface circulaire de rayon R perpendiculaire au fil et concentrique.

Rép: $\lim e^{-x}$.



***18.** Fil rectiligne "infini" et cadre rectangulaire. Les deux conducteurs sont coplanaires.

Calculer le flux de \mathbf{B} produit par I au travers de la surface du rectangle.

Cas limites à examiner: a) $d \rightarrow 0$;
b) $b \ll d$.

Rép: $\ln(1+b/d) \mu_0 I a / 2\pi$.

Chapitre III L'INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

Bref historique

C'est un autodidacte de génie, sans formation académique, du nom de Michael Faraday (1791-1867) qui découvrit en 1831 le phénomène d'induction électromagnétique. La physique et la chimie lui doivent beaucoup car le nombre de ses découvertes et l'étendue de ses travaux fut énorme. La loi de Faraday, autre nom de la loi d'induction qui fait l'objet de ce chapitre, fut le point de départ de la deuxième et de la plus importante révolution industrielle : on savait désormais comment produire de l'électricité de façon moins primitive qu'avec des bâtons d'ébonite frottés avec de la peau de chat ou avec des métaux trempant dans de l'eau acidulée, ce qui constituait les piles de l'époque et les seules sources de courant disponibles. Il faudra encore quelques décennies entre le moment où Faraday découvre le phénomène d'induction et celui où on génère puis transporte l'électricité à grande échelle et sur de grandes distances.

III. 1. Observations expérimentales

A) On prend une bobine plate de grandes dimensions et comportant un nombre de spires aussi grand que possible (une dizaine peut suffire). On relie ses bornes à un voltmètre, analogique de préférence, d'une bonne sensibilité (résolution d'au moins 0,1 mV) et on agite la bobine ! On observe alors que l'aiguille de l'instrument s'agite aussi et que l'amplitude de son mouvement dépend de l'orientation de la bobine, de la vitesse et de la direction qu'on lui communique. Quel est donc ce phénomène ?

B) On dispose de deux bobines semblables, l'une est reliée à une source de tension comportant un interrupteur, l'autre est connectée au voltmètre de tout à l'heure. Il n'y a aucun contact entre elles. On réalise la succession d'expériences suivante, les deux bobines se faisant face :

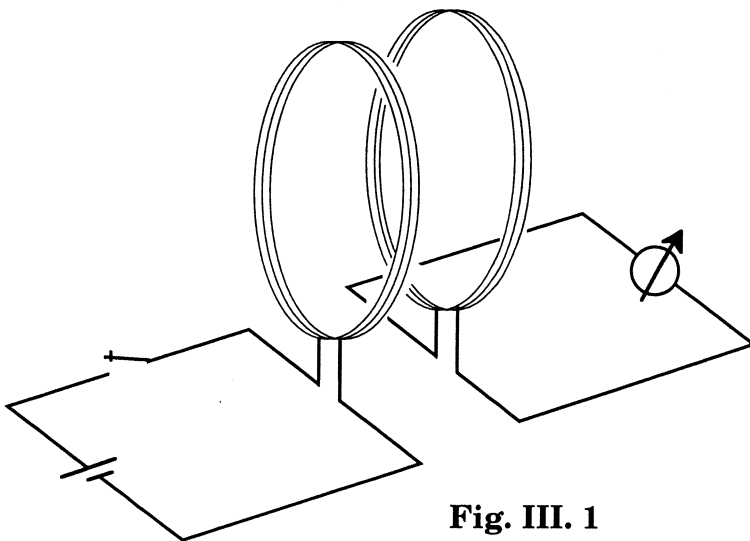


Fig. III. 1

Deux circuits non reliés électriquement. L'un comporte une source de tension donnant un courant dans une première bobine qui produit un champ magnétique \mathbf{B} au voisinage d'une deuxième bobine. On examine le *flux du champ* au travers de cette deuxième bobine.

Il y a plusieurs façons de faire *varier* le flux de \mathbf{B} au travers de la deuxième bobine :

- a) ouvrir ou fermer l'interrupteur;
- b) bouger l'un des deux circuits;
- c) alimenter avec du courant non constant.

Dans tous ces cas, on constate que l'instrument de l'autre circuit indique le passage d'un courant, induit par la *variation du flux* de \mathbf{B} au travers de la surface de la bobine.

1°) On ouvre et ferme l'interrupteur;

2°) On déplace, plus ou moins rapidement l'une des bobines par rapport à l'autre;

3°) Jusqu'ici, la bobine était alimentée par une tension continue; on l'alimente maintenant avec une tension alternative. Une tension, alternative aussi et de même fréquence, apparaît aux bornes de l'autre bobine sans qu'il soit nécessaire de faire quoi que ce soit. Cela s'observe facilement sur un oscilloscope. La tension détectée est

maximum lorsque les deux bobines se font face dans des plans parallèles et diminue si l'angle entre elles augmente pour s'annuler lorsqu'elles sont à angle droit.

4°) On se débarrasse de la bobine alimentée et on déplace, plus ou moins rapidement un aimant permanent au voisinage de la bobine.

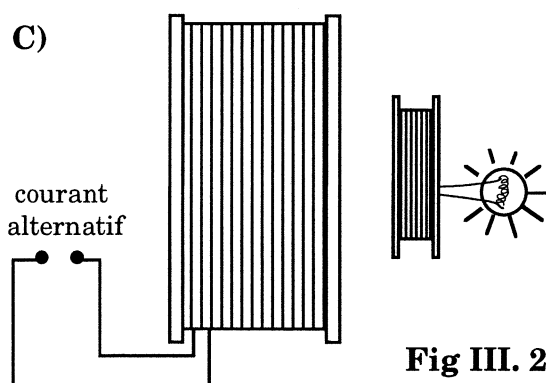


Fig III. 2.

Une grosse bobine est alimentée avec du courant alternatif (le 50 Hz du secteur); à proximité est placée une petite ampoule reliée à une petite bobine mais comprenant beaucoup de spires. La lampe s'allume et l'intensité lumineuse est d'autant plus forte que la petite bobine est proche de la grosse et que leurs axes sont confondus.

Ces expériences A), B) et C) montrent de façon assez claire qu'une tension est produite aux bornes d'un circuit fait d'une simple bobine se trouvant dans un champ magnétique, à condition que :

a) le champ traverse le circuit "sous l'angle le meilleur", en l'occurrence, que le champ soit perpendiculaire au plan de la bobine;

b) que "quelque chose bouge", soit la bobine dans le champ magnétique terrestre, comme pour A), soit l'aimant au voisinage de la bobine comme dans B) 4°, soit que ce soit le champ qui varie parce qu'il est créé par un courant variable, comme dans B) 3°) et dans C).

Dans tous les cas examinés (et ceux qui ne l'ont pas été), c'est le champ *et* la surface du circuit au travers duquel il passe qui interviennent, donc le *flux* de **B**. En plus ce flux *doit* varier au cours du temps, et plus cette vitesse de variation est grande plus la tension produite sera grande.

On ne peut pas nier qu'une *variation temporelle du flux d'un champ magnétique au travers de la surface d'un circuit crée une tension aux bornes de celui-ci.*

Qui dit *variation temporelle* dit *vitesse* et donc *dérivée* par rapport au temps. La loi d'induction va donc contenir la *dérivée du flux* par rapport au temps : $d\Phi/dt$.

Il est instructif et souvent efficace d'examiner les *unités* des grandeurs à mettre en relation :

$$[\Phi] = \text{T m}^2, [d\Phi/dt] = \text{T m}^2 \text{ s}^{-1}; \text{ d'autre part: } F_{Lo} = q v B \Rightarrow [B] = \text{N C}^{-1} (\text{m/s})^{-1}.$$

$$\text{On se souvient que } [E] = \text{N C}^{-1} = \text{V m}^{-1} \Rightarrow [B] = \text{V m}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s} = \text{V m}^{-2} \text{ s} = \text{T} \Rightarrow$$

$$[d\Phi/dt] = \text{T m}^2 \text{ s}^{-1} = \text{V m}^{-2} \text{ s m}^2 \text{ s}^{-1} = \text{V} : \text{ la dérivée du flux s'exprime en volts !}$$

On a ainsi presque la loi d'induction : $d\Phi/dt = k U_{ind}$ où k est une constante qu'on sait maintenant être sans unité. Le gros du travail va être de déterminer cette constante, mais aussi de donner une "démonstration" plus traditionnelle de la loi.

III. 2. Etablissement de la loi d'induction

On considère une situation aussi simple que possible : une tige métallique peut se déplacer sur deux rails métalliques dans un plan horizontal. En agissant sur la tige on fait varier la surface du circuit ainsi formé, ce qui fait varier le flux d'un champ **B**, vertical et homogène, dans lequel baigne le circuit. Un voltmètre est branché sur le côté du rectangle opposé à la tige mobile sur laquelle on agit de façon à lui

communiquer une vitesse constante. Parmi les quatre possibilités, on choisit celle où \mathbf{B} est vers le haut et où la surface du circuit augmente :

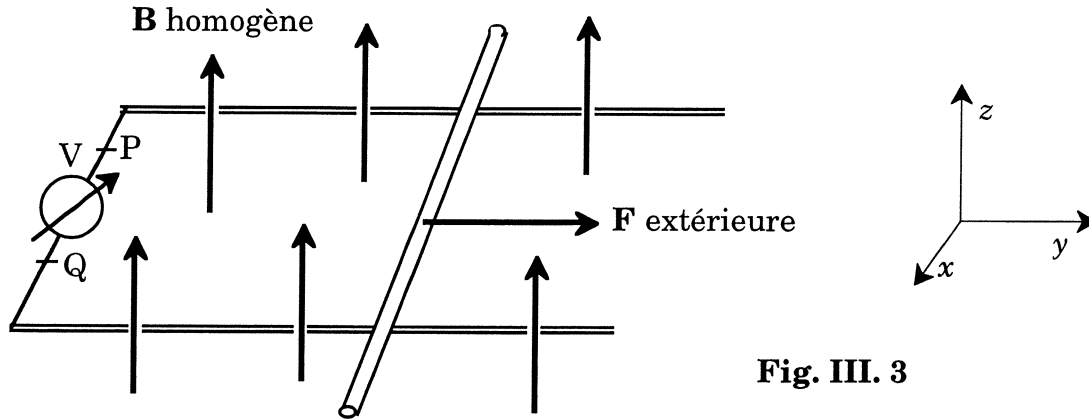
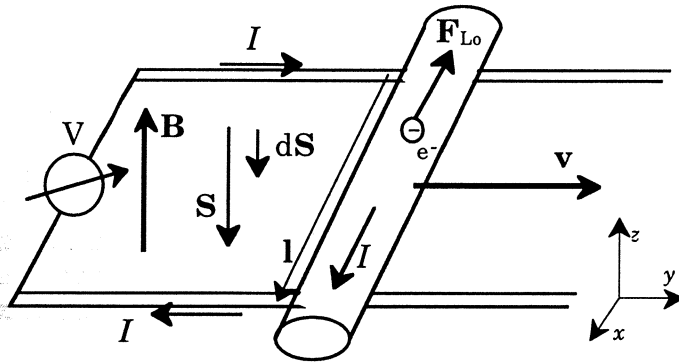


Fig. III. 3

Vision plus précise :



La tige métallique acquiert une vitesse \mathbf{v} , ses e^- libres de même, \Rightarrow force de Lorentz \Rightarrow courant. Le sens de \mathbf{S} est donné par le sens de circulation de I et la règle du t.-b.
Si S augmente (cas ci-contre) alors $d\mathbf{S} \nearrow \mathbf{S}$,
Si S diminue alors $d\mathbf{S} \nwarrow \mathbf{S}$.
Dans les deux cas $d\mathbf{S} \nwarrow \mathbf{B}$ et $d\Phi = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} < 0$.

Fig. III. 4

1°) Le vecteur-vitesse est selon $Oy \Rightarrow$ force de Lorentz sur les électrons libres du métal de la tige : $\mathbf{F}_{Lo} = -e \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$ est selon $-Ox$. Le courant correspondant à ce déplacement est donc selon Ox dans la tige et parcourt le circuit dans le sens horaire vu d'en dessus.

2°) Le sens du vecteur-surface \mathbf{S} est donné par le sens du courant et la règle du tire-bouchon : \mathbf{S} est selon $-Oz$.

3°) Puisque la surface augmente, le vecteur *variation* de surface $d\mathbf{S}$ est dans le même sens que \mathbf{S} , donc selon $-Oz$. Il s'ensuit que la *variation* du flux de \mathbf{B} est négative car \mathbf{B} est selon Oz : $d\Phi = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -B dS < 0$.

4°) Il faut en fait adopter deux points de vue : celui de l'observateur fixe qui attribue ce courant à la force de Lorentz parce que la tige et ses électrons libres ont une vitesse non nulle; c'est le point de vue adopté jusqu'ici. Mais que devrait conclure un observateur qui serait en mouvement avec la tige et donc qui, pour lui, serait immobile? Immanquablement que le mouvement des électrons est dû à un champ électrique \mathbf{E} car un champ \mathbf{B} constant comme ici est incapable de *mettre* en mouvement des charges.

5°) Comme le phénomène ne doit pas dépendre de l'observateur, la force de Lorentz doit être égale à la force de Coulomb : $\mathbf{F}_{Lo} = \mathbf{F}_C \Leftrightarrow -e \mathbf{v} \wedge \mathbf{B} = -e \mathbf{E}$, autrement dit : $\mathbf{v} \wedge \mathbf{B} = \mathbf{E}$. Multipliant cette équation scalairement par le vecteur \mathbf{l} , longueur de la tige, on obtient $(\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{l}$. (*)

6°) Le membre de droite n'est autre qu'une *tension*, qui de plus est *positive* car \mathbf{l} est dans le sens de I et \mathbf{E} est dans le sens de I aussi, donc $\mathbf{E} \cdot \mathbf{l} > 0$. On écrit $\mathbf{E} \cdot \mathbf{l} = U_{ind}$, c'est la tension *induite* par les variations de flux. Réécrivons le membre de gauche :

$(\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = \mathbf{l} \cdot (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) = (\mathbf{l} \wedge \mathbf{v}) \cdot \mathbf{B}$ en sachant que permuter (\cdot) et (\wedge) ne change rien. D'autre part, $\mathbf{v} = d\mathbf{y}/dt$, par conséquent, $(\mathbf{l} \wedge \mathbf{v}) \cdot \mathbf{B} = (\mathbf{l} \wedge d\mathbf{y}/dt) \cdot \mathbf{B}$ avec $\mathbf{l} \wedge d\mathbf{y} = -d\mathbf{S}$ selon la règle du tire-bouchon appliquée au produit vectoriel et le sens de $d\mathbf{S}$ défini en 3°).

7°) De plus: $(\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = (-d\mathbf{S}/dt) \cdot \mathbf{B} = -(d\mathbf{S} \cdot \mathbf{B})/dt = -d\Phi/dt$. Finalement, par (*):

$$U_{\text{ind}} = -d\Phi/dt, \text{ telle est la loi d'induction.}$$

Remarques :

a) La constante k posée auparavant vaut donc -1 .

b) Le calcul ci-dessus a été fait pour un seul des quatre cas possibles d'orientation de \mathbf{B} et de \mathbf{v} . C'est un excellent exercice de refaire ce calcul pour au moins l'un des trois autres cas. On devra constater qu'on obtient toujours $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} < 0$ et $\mathbf{E} \cdot \mathbf{l} > 0$.

c) Le voltmètre placé dans le circuit indiquera une tension positive ou négative selon que le courant circule dans le sens PQ ou dans le sens QP.

d) La loi d'induction, ou loi de Faraday, a été établie, ou découverte, en 1831. Une démonstration rigoureuse ne peut se faire qu'au moyen de la théorie de la Relativité (début du XX^{ème} siècle).

e) Le calcul fait l'a été dans un cas bien particulier : celui où \mathbf{B} est non seulement homogène mais *constant*. Oublions les cas où \mathbf{B} ne serait pas homogène, ce qui compliquerait inutilement les calculs, mais prenons en compte que le flux, pour \mathbf{B} homogène s'écrit : $\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = BS \cos \theta$; sa dérivée par rapport pourra donc contenir trois termes si aussi bien B que S et que θ dépendent du temps :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} (BS \cos \theta) = \frac{dB}{dt} S \cos \theta + B \frac{dS}{dt} \cos \theta + BS \frac{d}{dt} (\cos \theta)$$

On envisagera sous peu la situation d'une bobine tournant à la vitesse angulaire ω , constante. On écrit donc : $\theta = \omega t (+ \theta_0)$. Or,

$$\frac{d}{dt} (\cos \theta) = \frac{d(\cos \theta)}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \omega (-\sin \theta)$$

Par conséquent, et de façon générale :

$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\underbrace{\frac{dB}{dt} S \cos \omega t}_1 - \underbrace{B \frac{dS}{dt} \cos \omega t}_2 + \underbrace{\omega B S \sin \omega t}_3$$

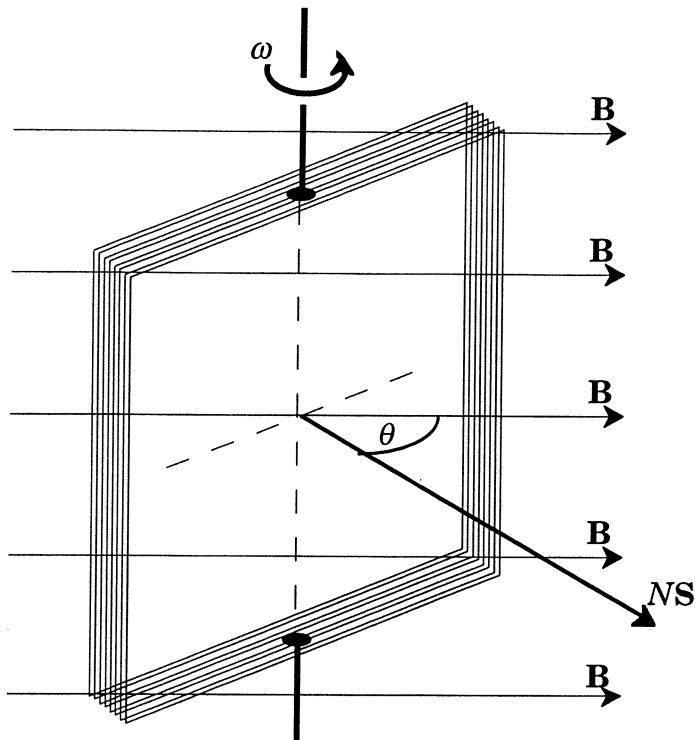
Le 1^{er} terme est celui où une tension serait induite par la variation du champ \mathbf{B} ; comme exemple, l'ampoule qui s'allume près d'un gros bobinage alimenté par un courant variable (illustration C) et le *transformateur*, page 7).

Le 2^{ème} terme est celui où une tension serait induite par la variation de la surface S du circuit plongé dans \mathbf{B} ; comme exemple, la tige sur ses rails.

Le 3^{ème} terme est celui où une tension serait induite par la variation de l'angle θ entre les vecteurs \mathbf{S} et \mathbf{B} . C'est l'exemple qui va être traité ci-dessous.

III. 3. Production d'électricité - alternateur - dynamo

Une dynamo de bicyclette et une centrale électrique ont le même but : transformer de l'énergie mécanique (le cycliste qui pédale ou la chute d'eau tombant sur une turbine) en énergie électrique. Leur principe est assez semblable : un bobinage tourne (action mécanique) dans un champ magnétique et illustre le 3^{ème} terme ci-dessus. Le rendement énergétique d'un alternateur peut dépasser 90 %.



Une action mécanique extérieure fait tourner le cadre (N spires) à la vitesse angulaire $\omega = \text{const.}$

Le cadre tourne dans un champ \mathbf{B} homogène et constant, perpendiculaire à l'axe de rotation.

Le flux de \mathbf{B} varie alors périodiquement, à la fréquence $f = \omega/2\pi$ au travers de la surface du cadre.

$$\text{Flux: } \Phi(t) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{NS} = NSB \cos \theta(t)$$

L'angle θ entre \mathbf{B} et \mathbf{NS} varie avec la même fréquence:

$$\theta = \theta(t) = \omega t + \theta_0$$

$$\Rightarrow \Phi(t) = NSB \cos \omega t$$

Fig. III. 5.

Appliquant la loi d'induction : $U_{\text{ind}}(t) = - \frac{d\Phi}{dt} = + NSB \omega \sin \omega t = \widehat{U} \sin \omega t$

(Le circonflexe sur le symbole signifie la *valeur de crête*, elle est positive).

C'est une fonction sinusoïdale de période $T = 2\pi/\omega$ et d'amplitude $A = NSB \omega$ (fig. III.6.) qui augmente linéairement avec la vitesse de rotation, comme le constate un cycliste roulant la nuit.

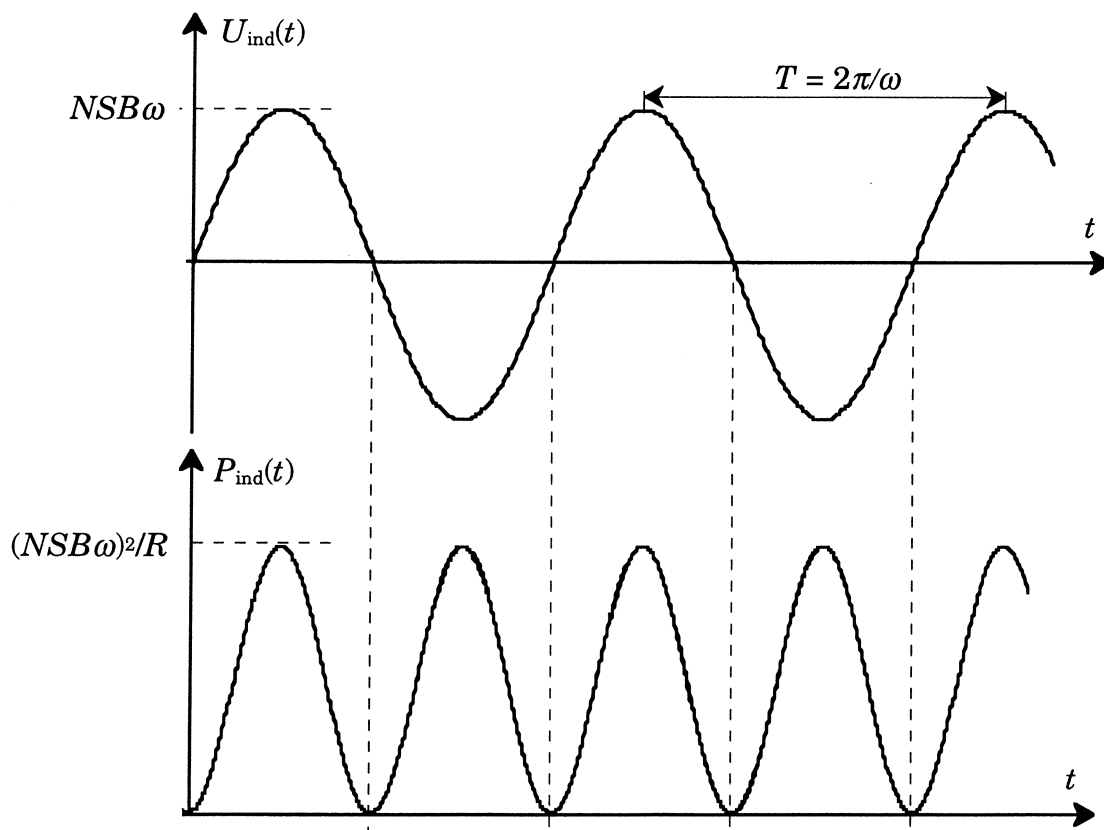


Fig. III. 6. Tension et puissance fournie par l'alternateur (ou la dynamo).

Si une résistance R est connectée aux bornes du cadre, il y circulera un courant induit de même fréquence :

$$I_{\text{ind}}(t) = \frac{U_{\text{ind}}}{R} = \frac{N S B \omega}{R} \sin \omega t = \hat{I} \sin \omega t$$

La puissance P dissipée dans R dépend aussi du temps :

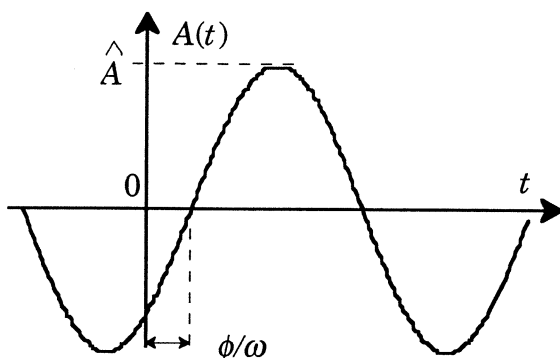
$$P(t) = U_{\text{ind}}(t) I_{\text{ind}}(t) = \frac{N^2 S^2 B^2 \omega^2}{R} \sin^2 \omega t = \hat{P} \sin^2 \omega t$$

Remarques :

a) La puissance fournie par le générateur augmente *quadratiquement* avec la vitesse de rotation; pourtant les alternateurs des centrales électriques européennes tournent toutes à précisément 50 tours par seconde (50 Hz).

b) La puissance est toujours positive : $P(t) > 0$ car $\sin^2 \omega t > 0$.

c) La fréquence de $P(t)$ est le double (100 Hz) de celle de $U_{\text{ind}}(t)$. Cela se voit facilement en considérant que $\sin^2 \alpha = (1 - \cos 2\alpha)/2$.



Grandeur alternative sinusoïdale (ou cosinusoidale) :

$$A(t) = \hat{A} \sin(\omega t + \phi)$$

\hat{A} : valeur de crête, toujours > 0
 ϕ : déphasage, ici < 0 .

Fig. III. 7

Pour *mesurer* une grandeur alternative, telle une tension $U(t)$, on utilise un *oscilloscope* lorsqu'on en a un à disposition; il permet de déterminer non seulement la fréquence et l'amplitude de la tension, mais aussi sa *forme*, simple si elle est sinusoïdale (ou cosinusoidale, ce qui ne fait qu'un déphasage de $\pi/2$), moins simple si elle ne l'est pas (rectangles, triangles, dents de scie ou autres). A défaut d'un oscilloscope, on devra utiliser un *voltmètre AC* (le "A" pour *alternatif*), ce qui peut suffire. Il ne fournira que l'amplitude de la tension, à un facteur près, qu'on examine maintenant, et seulement dans la cas de variations sinusoïdales.

On remarque tout d'abord que la valeur *moyenne* $\langle U(t) \rangle$ de $U(t)$ sur un nombre entier de périodes est nulle : un voltmètre destiné à mesurer des tensions continues (DC) branché sur la prise murale (230 V) donnera strictement zéro.

Par contre, la valeur moyenne du *carré* $\langle U^2(t) \rangle$ de $U(t)$ sur un nombre entier de périodes n'est pas nulle mais positive :

$$\langle U^2(t) \rangle = \langle \hat{U}^2 \sin^2 \omega t \rangle = \hat{U}^2 \langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{\hat{U}^2}{2} \quad \text{car} \quad \langle \sin^2 x \rangle = \frac{1}{2}$$

(On se convainc de la dernière relation en voyant que $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$).

Les volts ayant maintenant été élevés au carré, il faut prendre la racine de $\langle U^2(t) \rangle$. On obtient ce qu'on nomme la *valeur efficace* de la tension alternative mesurée :

$$U_{\text{eff}} = U_{\text{rms}} = \sqrt{\langle U^2(t) \rangle} = \sqrt{\frac{1}{2} \hat{U}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{U} \approx 0,71 \hat{U}$$

L'indice "rms" vient de l'anglais "root mean square" et est bien plus explicite.

En branchant un voltmètre AC sur la prise murale, on mesure la tension efficace fournie par le réseau, elle est proche de 230 V et (grossièrement) sinusoïdale; elle a donc une valeur de crête de $230/0,71 \approx 324$ V. La tension du réseau passe ainsi tous 1/100 de seconde entre -324 V et $+324$ V, donc une excursion de près de 650 V.

III. 4. Le transformateur

C'est un appareil à usages variés en électricité et en électronique. Il permet de multiplier une tension alternative (ou un courant) par un facteur plus grand, égal ou plus petit que 1. Il n'a pas d'équivalent en continu.

Dans un appareil électronique qui se branche sur le réseau se trouve d'abord un transformateur destiné à abaisser la tension de 230 V à des valeurs de quelques volts, nécessaires au bon fonctionnement des composants électroniques. Dans un oscilloscope ou un moniteur TV à tube cathodique, il faut une haute tension pour accélérer les électrons du faisceau qui viendront frapper l'écran et former l'image, là aussi un transformateur est nécessaire pour élever la tension de 230 V à 1000 V ou plus. Il en est de même dans un four à microondes par exemple.

Notons que pour les exemples cités, les tensions produites à la sortie du transformateur seront à la même fréquence que celle du réseau (50 Hz), mais que ces tensions devront être redressées puis filtrées pour obtenir de bonnes tensions continues, indispensables dans les appareils électroniques et les tubes TV.

Un transformateur comporte toujours *deux* bobinages, le *primaire* qui reçoit la tension $U_1(t)$ à transformer, souvent celle du réseau, et le *secondaire*, auquel on recueille une tension $U_2(t)$ plus faible ou plus élevée. Un transformateur relie ainsi deux circuits, celui en amont du primaire à celui en aval du secondaire. Ces deux circuits sont complètement *isolés* électriquement l'un de l'autre car le couplage est *magnétique* et non électrique. Cet avantage est mis en pratique avec les transformateurs d'isolation pour lesquels les tensions du primaire et du secondaire sont (pratiquement) égales.

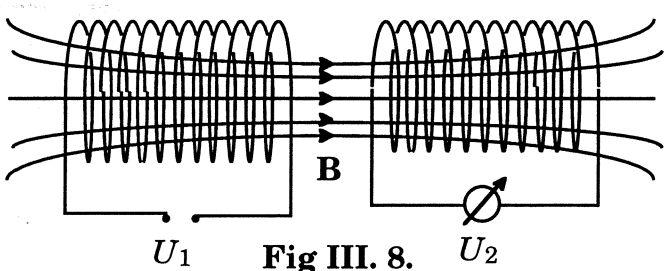
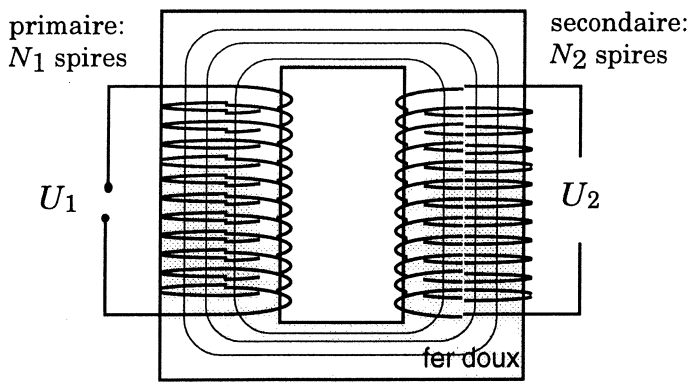


Fig III. 8.

La bobine de gauche est alimentée par un courant alternatif ce qui crée un champ magnétique alternatif. Le flux de ce champ est donc temporairement variable au travers des spires de la bobine de droite. On mesure alors une tension induite à ses bornes.



Une tension alternative U_1 est appliquée au primaire. Une tension alternative U_2 de même fréquence est recueillie au secondaire.

Le fer (doux) concentre les lignes de champ.

Fig. III. 9

A part pour des très hautes fréquences, les deux enroulements sont bobinés sur une armature d'un fer particulier qui a comme rôle de concentrer les lignes de

champ et de réduire les pertes. Avec des géométries bien étudiées, moins schématiques que sur la fig. III.9, ainsi qu'avec des alliages et des structures ferreuses subtiles, on arrive à des rendements dépassant 90 %, sur le plan énergétique.

Explication sommaire:

Le flux du champ produit par $U_1(t)$ est le même au travers de *chacune* des spires des *deux* enroulements, à condition que le diamètre des spires, ou la section du fer sur lequel le fil est enroulé, soit le même au primaire et au secondaire.

La tension induite $u(t)$ pour *une* spire est donc la même pour toutes, qu'elles soient du primaire ou du secondaire; on peut écrire:

$$U_1(t) = N_1 u(t) \text{ et } U_2(t) = N_2 u(t) \Rightarrow$$

$$u(t) = \frac{U_1(t)}{N_1} = \frac{U_2(t)}{N_2} \Leftrightarrow \frac{\widehat{U}_1}{N_1} = \frac{\widehat{U}_2}{N_2}$$

puisque les fréquences sont les mêmes.

Exemple: Si on veut abaisser la tension du primaire de 230 V à 11,5 V au secondaire il faudra que le secondaire comporte 50 spires si le primaire en comporte 1000.

Tant qu'il n'y a pas d'élément, telle une résistance, branché au secondaire, celui-ci est en circuit ouvert et ne débite donc aucun courant. Si par contre, un élément résistif y est branché, un courant va y circuler et une puissance $P_2 = U_2 I_2$ sera dissipée au secondaire. Pour un transformateur *parfait*, sans pertes, la même puissance doit être prise au primaire: $P_1 = P_2 \Leftrightarrow U_1 I_1 = U_2 I_2$. Les tensions étant dans le même rapport que le nombre de spires, il s'ensuit que les courants sont dans le rapport inverse:

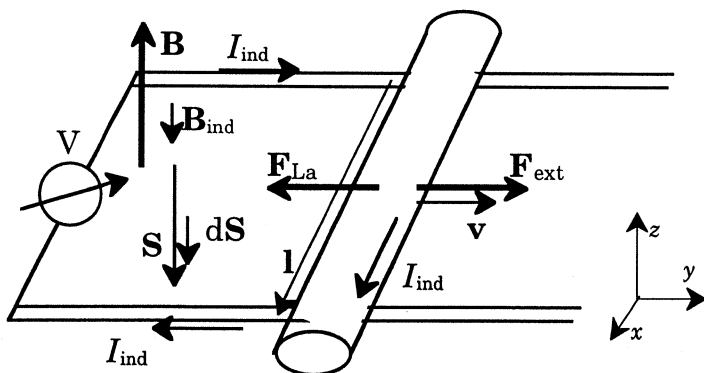
$$\frac{\widehat{I}_2}{\widehat{I}_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

Ainsi, un très fort courant peut s'obtenir au secondaire d'un transformateur si le nombre de spires y est beaucoup plus faible qu'au primaire.

III. 5. Considérations énergétiques

Reprenons le montage qui a servi à établir la loi d'induction: la tige sur ses rails horizontaux dans un champ \mathbf{B} vertical, homogène et constant. La tige était tirée (vers la droite) à vitesse *constante*. Or, la dynamique nous dit que si $\mathbf{v} = \mathbf{const}$ alors la résultante des forces doit être nulle.

Pourtant le mouvement provoque l'apparition d'un courant I_{ind} dans le circuit et en particulier dans la tige; ce courant se trouvant dans le champ \mathbf{B} , il sera soumis à une force de Laplace; sur la tige de longueur l : $\mathbf{F}_{La} = I_{ind} \mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$



Se peut-il qu'elle soit dans le sens de \mathbf{v} ? Bien sûr que non, car dans ce cas, il faudrait une force extérieure qui *retienne* la tige, sans quoi elle se mettrait à accélérer sans limite et d'ailleurs démarrerait sans apport d'énergie. Donc le but du calcul qui va suivre est de montrer que \mathbf{F}_{La} est de sens opposé à \mathbf{v} d'une part et *égale mais opposée* à une force extérieure \mathbf{F}_{ext} d'autre part.

Fig. III. 10

Examinons le *travail* de \mathbf{F}_{ext} sur un petit parcours $d\mathbf{y}$, il est positif : $\mathbf{F}_{\text{ext}} \cdot d\mathbf{y} > 0$. Ce travail se transforme en variation d'énergie électrique induite dW_{el} :

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} \cdot d\mathbf{y} = dW_{\text{el}} = P_{\text{ind}} dt = U_{\text{ind}} I_{\text{ind}} dt = (-d\Phi/dt) I_{\text{ind}} dt = -d\Phi I_{\text{ind}} = -\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} I_{\text{ind}}$$

On l'avait vu, $d\mathbf{S}$ est vertical vers le bas puisque \mathbf{S} l'est et augmente. On écrit :

$$d\mathbf{S} = d\mathbf{y} \wedge \mathbf{l} = -\mathbf{l} \wedge d\mathbf{y} \Rightarrow -\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} I_{\text{ind}} = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{l} \wedge d\mathbf{y}) I_{\text{ind}} = (\mathbf{B} \wedge \mathbf{l}) \cdot d\mathbf{y} I_{\text{ind}}$$

qu'on écrit : $-(\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{y} I_{\text{ind}} = -I_{\text{ind}} (\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{y} = -\mathbf{F}_{\text{La}} \cdot d\mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{F}_{\text{ext}} = -\mathbf{F}_{\text{La}}$ cqfd.

Non seulement on a montré que la résultante des forces sur la tige est nulle, vu que sa vitesse est constante, mais on a aussi montré la *conservation de l'énergie*, en l'occurrence, la transformation totale de l'énergie mécanique (le travail de la force extérieure) en énergie électrique.

En induction, le principe de la conservation de l'énergie peut s'exprimer par une règle pratique :

Règle de Lenz et sens du courant induit :

Dans le circuit tige-rails, il faut se rendre compte que le courant induit I_{ind} engendre à son tour un champ magnétique, comme tout courant. On note \mathbf{B}_{ind} ce champ magnétique *induit* et on pourra nommer *champ inducteur* le champ \mathbf{B} initial. Il doit aller de soi que \mathbf{B}_{ind} n'est *pas du tout homogène*, c'est le champ d'un courant filiforme et sur la fig. III.10 ci-dessus on voit que \mathbf{B}_{ind} et \mathbf{B} sont de sens opposés. Cela est le résultat du sens de I_{ind} et de la règle du tire bouchon. Il est à remarquer que si \mathbf{B}_{ind} est *vers le bas sur la figure*, il est par contre *vers le haut à l'extérieur* du circuit, ses lignes sont en effet à peu près des cercles centrés sur les fils. On ne s'intéresse qu'à \mathbf{B}_{ind} à l'intérieur et la règle de Lenz s'énonce ainsi :

si le flux de \mathbf{B} augmente, alors \mathbf{B}_{ind} est de sens opposé à \mathbf{B} ;

si le flux de \mathbf{B} diminue, alors \mathbf{B}_{ind} est de même sens que \mathbf{B} ;

Ayant trouvé le sens de \mathbf{B}_{ind} on aura alors immédiatement celui de I_{ind} sans devoir refaire tout le raisonnement avec la force de Lorentz etc. De plus, la règle s'applique quelle que soit la façon dont le flux varie : par \mathbf{B} , par \mathbf{S} ou encore par l'angle (\mathbf{B}, \mathbf{S}) .

Remarque : il y a une certaine "logique" dans cette règle : l'effet s'oppose toujours à la cause qui la produit. Comme on l'a vu avec la force de Laplace induite qui s'oppose à la force extérieure, dans la formulation ci-dessus, l'effet (\mathbf{B}_{ind}) s'oppose à sa cause : la variation de flux. On a de la peine à imaginer un effet qui irait dans le même sens que la cause, qui donc l'amplifierait.

Exemple d'application : trouver le sens du (fugitif) courant induit dans le circuit de droite lorsqu'on ferme l'interrupteur du circuit de gauche.

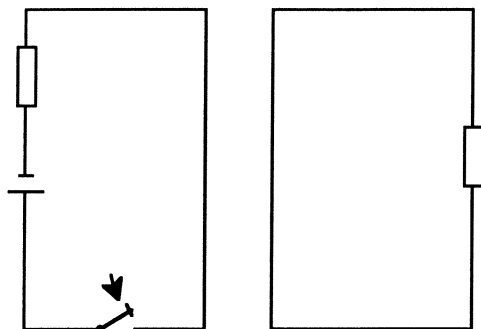


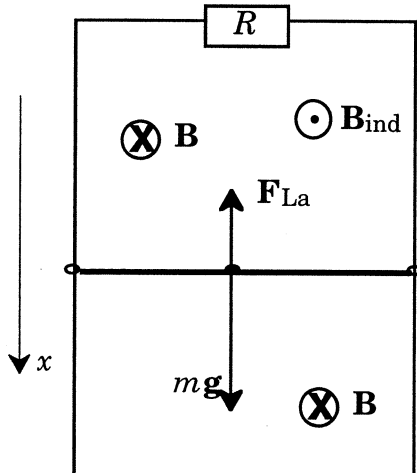
Fig.III.11 On ferme l'interrupteur

A la fermeture, un courant va s'établir dans le sens anti-horaire, produisant un champ \mathbf{B} sortant de la feuille dans ce circuit mais entrant dans la feuille pour le circuit de droite. D'abord ce champ et son flux augmentent au travers du circuit de droite, induisant, selon la règle de Lenz un \mathbf{B}_{ind} sortant de la feuille. Le courant induit sera donc dans le sens anti-horaire. Ensuite, puisque le courant du circuit de gauche ne varie plus, le courant induit va disparaître.

III. 6. Freinage magnétique

On a constaté que la force de Laplace induite est de sens opposé à la vitesse. Sur un exemple simple, on va montrer que c'est un freinage de type *visqueux*, c-à-d que la force dépend linéairement de la vitesse, comme les forces de frottement dans les fluides en régime laminaire, faisant intervenir la viscosité du fluide. Autrement dit, on devra montrer que $\mathbf{F}_{La} = -k \mathbf{v}$, où k est une constante positive qu'on pourra, dans cet exemple simple, calculer.

Sous la forme d'un problème :



Le circuit est dans un plan vertical et plongé dans un champ \mathbf{B} homogène, constant et perpendiculaire au plan du circuit.

La tige horizontale est en parfait contact électrique avec les rails verticaux, mais elle tombe pourtant sans frottement mécanique.

La seule résistance non négligeable est fixée en haut du circuit.

Fig. III. 12

- 1°) Montrer l'existence d'une force de freinage.
- 2°) Montrer qu'elle est de la forme $\mathbf{F}_{La} = -k \mathbf{v}$ et calculer k .
- 3°) Etablir l'équation différentielle (ED) pour la vitesse de chute de la tige.
- 4°) Montrer que la tige atteint une vitesse limite et la calculer.
- 5°) Obtenir l'expression de $v(t)$ par résolution de l'ED ou autrement.

Solution :

1°) La tige tombe sous l'effet de son poids \Rightarrow la surface du circuit augmente, le flux de \mathbf{B} aussi. Par la règle de Lenz, \mathbf{B}_{ind} est de sens opposé à \mathbf{B} (à l'intérieur du circuit, mais ce qui se passe à l'extérieur est sans intérêt ici). On a ainsi le sens du courant induit et, par conséquent, le sens de la force de Laplace qu'on obtient par : $\mathbf{F}_{La} = I_{ind} \mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$. Elle est vers le haut, s'opposant au mouvement, comme attendu. Malgré l'absence de frottements mécaniques, la chute de la tige n'est pas libre.

2°) Calcul en normes puisqu'on sait que \mathbf{F}_{La} et \mathbf{v} sont de sens opposés :

$$F_{La} = I_{ind} l B = U_{ind} \frac{l B}{R} = - \frac{d\Phi}{dt} \frac{l B}{R} = + \frac{B dS}{dt} \frac{l B}{R} = B \frac{dx}{dt} \frac{l B}{R} = \frac{l^2 B^2}{R} v$$

Cela donne en effet une force de freinage proportionnelle à la vitesse, avec un facteur de proportionnalité $k = l^2 B^2 / R$.

Ce calcul ne donne pas les sens relatifs de \mathbf{F}_{La} et de \mathbf{v} , mais la situation est très semblable à celle de la tige tirée sur ses rails horizontaux. On s'y reportera pour cette démonstration (page 9) si besoin est. On a donc $\mathbf{F}_{La} = -k \mathbf{v}$.

3°) Deuxième loi de Newton : $m \mathbf{g} + \mathbf{F}_{La} = m \mathbf{a} \Leftrightarrow m \mathbf{g} - k \mathbf{v} = m \mathbf{a}$

selon l'axe Ox (choisi vers le bas) : $m g - k v = m a = m dv/dt$

C'est l'ED pour la fonction $v(t)$ cherchée; on l'écrit de façon plus standard :

$$\dot{v} + \frac{k}{m} v - g = 0$$

Elle est du 1^{er} ordre, linéaire et à variables séparables.

4°) A mesure que la vitesse augmente, la force de freinage fait de même. La vitesse augmente toujours mais c'est l'accélération qui diminue, jusqu'à s'annuler pour, mathématiquement, $t \rightarrow \infty$. La vitesse limite v_{lim} s'obtient donc en posant $a = 0$:

$$\frac{k}{m} v_{\text{lim}} - g = 0 \Rightarrow v_{\text{lim}} = \frac{m g}{k} = \frac{m g R}{l^2 B^2}$$

5°) a) Méthode "intuitive":

La fonction $v(t)$ est nulle pour $t = 0$ et a une asymptote horizontale pour $v = v_{\text{lim}}$. De plus l'ED est du 1^{er} ordre, ce qui suggère une fonction *exponentielle*. Elle doit donc avoir la forme : $v(t) = v_{\text{lim}}(1 - e^{-ct})$ avec c positif. On l'obtient en calculant dv/dt en $t = 0$, valeur pour laquelle $dv/dt = g$ (la force de freinage est encore nulle) :

$$\dot{v} = \frac{dv}{dt} = v_{\text{lim}} c e^{-ct}; \dot{v}(t=0) = g = v_{\text{lim}} c \Rightarrow c = \frac{g}{v_{\text{lim}}} = \frac{l^2 B^2}{m R}$$

5°) b) Résolution de l'ED:

On pourrait se souvenir qu'elle est de la forme de celle décrivant la *charge d'un condensateur* (cours d'électrostatique); sa résolution est tout à fait semblable :

On sépare les variables :

$$\dot{v} + \frac{k}{m} v - g = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m} v \Rightarrow \frac{dv}{\frac{k}{m} v - g} = - dt$$

On pose $u = \frac{k}{m} v - g \Rightarrow du = \frac{k}{m} dv \Rightarrow dv = \frac{m}{k} du$ et on intègre :

$$\frac{du}{u} = -\frac{k}{m} dt \Rightarrow \ln u + C = \ln\left(\frac{k}{m} v - g\right) + C = -\frac{k}{m} t$$

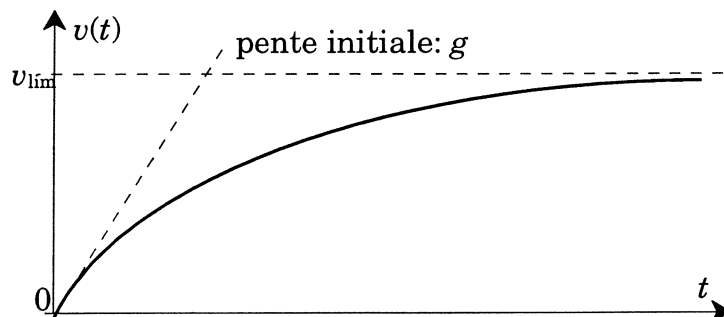
La constante C se détermine avec la condition initiale : $v = 0$ en $t = 0$. On a donc :

$$\ln(-g) + C = 0 \Rightarrow C = -\ln(-g), \text{ qu'on remplace : } \ln\left(\frac{k}{m} v - g\right) - \ln(-g) = -\frac{k}{m} t$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{\frac{k}{m} v - g}{-g}\right) = \ln\left(1 - \frac{k}{m g} v\right) = -\frac{k}{m} t; \text{ on prend l'exp. des deux membres :}$$

$$1 - \frac{k}{m g} v = e^{-\frac{k}{m} t} \Rightarrow v = \frac{m g}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m} t}\right). \text{ On remplace } k \text{ par } \frac{m g}{v_{\text{lim}}} \Rightarrow$$

$$v(t) = v_{\text{lim}} \left(1 - e^{-\frac{g}{v_{\text{lim}}} t}\right), \text{ telle est la solution de cette ED.}$$



Evolution temporelle exponentielle de la vitesse de chute de la barre de la fig. III.12.

Fig. III. 13

L'accélération initiale est bien sûr g . On en fait le contrôle :

L'ED est donc : $\dot{v} + \frac{k}{m} v - g = 0$; en $t = 0, v = 0$; il reste bien $\dot{v} = g$.

Courants de Foucault

La technique utilise volontiers le freinage magnétique car il n'implique aucun contact entre les pièces en mouvement, donc aucune usure. Il faut pourtant rappeler que ce type de force de freinage est incapable, à lui seul, d'arrêter une pièce en mouvement puisqu'elle n'est non nulle que si $v \neq 0$.

Considérons une pièce métallique massive se déplaçant à une certaine vitesse dans un champ magnétique constant mais *non-homogène*, par exemple, la pièce entre ou sort du champ, de façon à ce qu'une partie de la pièce soit dans le champ et l'autre non.

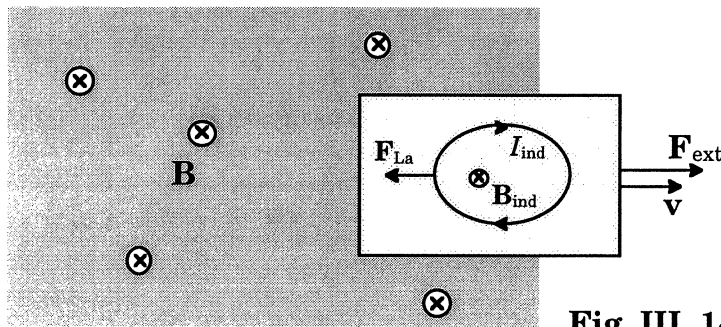


Fig. III. 14

La pièce métallique est ici tirée hors du champ à vitesse v . Les e^- libres du métal subissent alors une force de Lorentz et il s'établit des courants induits dans la masse métallique. Une force de Laplace, agissant comme freinage, apparaît à cause de ces courants.

Sous l'effet de la force de Lorentz due à la vitesse, les électrons libres du métal vont se déplacer mais ne vont pas s'accumuler quelque part, ils vont circuler sur des trajectoires fermées, créant des courants tourbillonnaires ("eddy currents") dans la masse métallique. On les nomme *courants de Foucault*. Etant (partiellement) dans le champ B , des forces de Laplace vont agir sur eux et donc sur la pièce métallique dans son ensemble qui va être ainsi ralentie. Il est nécessaire que le champ B soit inhomogène de façon à ce que les forces de Laplace ne se compensent pas.

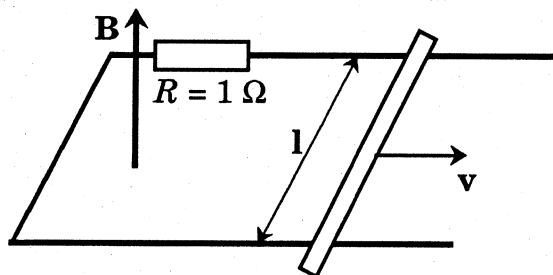
La pièce est donc freinée, son énergie cinétique diminue. Cette perte d'énergie se retrouve sous forme d'énergie thermique car ces courants produisent un effet Joule dans le métal bon conducteur; la pièce s'échauffe.

L'effet de freinage par courants de Foucault est d'autant plus efficace que le métal est bon conducteur et que la pièce est massive; du cuivre, éventuellement de l'aluminium, sera choisi. De plus, la pièce devra comporter le moins de trous ou de fentes possibles, qui empêcheraient les courants de se former sur des trajectoires de grandes dimensions puisqu'on sait que le flux de B est d'autant plus grand que la surface du circuit est grande.

CH. III : L'INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

1. On dispose d'une longueur l de fil de cuivre pour faire une bobine plate circulaire. Quel doit-être le nombre de spires N optimal pour que le flux d'un champ \mathbf{B} homogène au travers de la bobine soit le plus grand possible ?

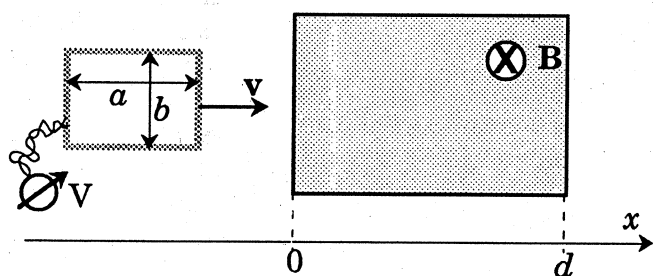
Rép: 1.



2. Les rails et la tige ont une résistance négligeable. Ils sont dans un plan horizontal et \mathbf{B} est vertical. A quelle vitesse constante faut-il tirer la tige pour que la puissance dissipée dans R soit de 1 W ? ($B = 10 \text{ mT}$, $l = 10 \text{ cm}$).

Rép: 1 km/s !

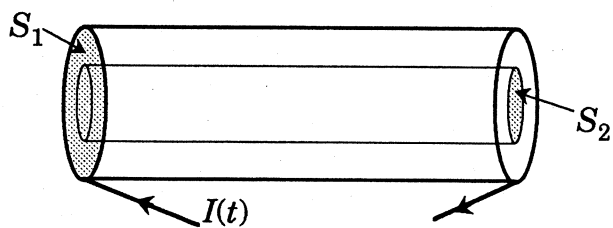
3. Considérant dans le problème ci-dessus, que l'énergie dissipée dans R est égale au travail de la force qui tire la tige (frottements nuls), montrer que cette force s'écrit: $F = I_{\text{ind}} l B$.



4. La zone rectangulaire de droite est le siège d'un champ \mathbf{B} homogène et constant. Un cadre rectangulaire de côtés a et b , bobiné de N spires est tiré à $v = \text{cst}$ à travers \mathbf{B} dans le sens indiqué. Le cadre traverse tout le champ et ressort complètement de l'autre côté.

- a) Représenter graphiquement l'allure du flux $\Phi(t)$ et de la tension induite mesurée $U(t)$ pour tout le parcours du cadre.
- b) Etablir l'expression de la valeur maximale de $U(t)$.
- c) Calculer l'énergie W_{el} obtenue, étant donné R la résistance du cadre.

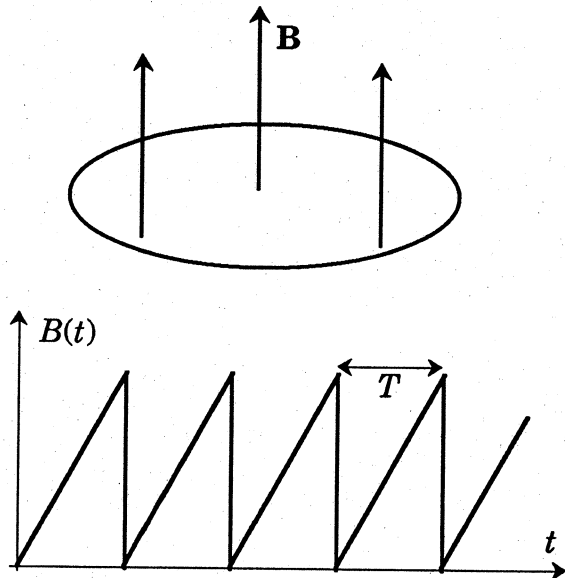
Rép: b) $NBbv$; c) $2va(NBb)^2/R$



5. Deux solénoïdes de mêmes longueur et nombre de spires sont disposés l'un dans l'autre coaxialement. Le plus gros est parcouru par un courant variable $I(t) = \alpha t$ où $\alpha = \text{cst}$.

- a) Calculer l'expression de la tension induite aux bornes du petit solénoïde.
- b) On alimente le petit avec le même courant et on mesure la tension induite aux bornes du gros; calculer le rapport des deux tensions.

Rép: a) $-\mu_0 N^2 S_2 \alpha / l$; b) 1.



6. Une boucle circulaire de surface $S = 20 \text{ cm}^2$ est placée dans un champ B homogène variant périodiquement à la fréquence de 50 Hz comme, pour la première période, $B(t) = \alpha t$ où $\alpha = 5 \text{ T/s}$.

La boucle est un fil de cuivre de diamètre $d = 5 \text{ mm}$.

a) Représenter graphiquement l'allure de la tension induite $U_{\text{ind}}(t)$; ou du courant I_{ind} .

b) Calculer la puissance dissipée en chaleur dans le fil. C'est le principe du chauffage par induction.

c) Calculer le nombre de périodes pour une dissipation de 1 J.

Rép: b) 0,73 W; c) 69.

7. 100 spires de fil conducteur sont enroulés sur un cadre de surface $S = 1 \text{ m}^2$. Il tourne autour d'un axe horizontal passant par son centre, dans son plan et orienté perpendiculairement au champ magnétique terrestre.

Quelle doit être la fréquence de rotation du cadre pour qu'une tension de 1 V (valeur de crête) puisse être obtenue aux bornes du cadre ?

Rép: 33 Hz.

8. Dans B homogène et constant, un cadre de côtés a et b tourne à la fréquence f , l'axe de rotation est perpendiculaire à B . Le fil dont le cadre est bobiné est en cuivre de diamètre d ; il y a N spires. Sur le cadre est branché une résistance R . Calculer:

- a) la résistance du cadre;
 b) la valeur efficace de la tension induite aux bornes de R ;
 c) " " du courant dans le circuit;
 d) la puissance dissipée dans R et celle dans r .

App. num: $a = b = 4 \text{ cm}$, $d = 0,5 \text{ mm}$, $N = 200$, $R = 120 \Omega$, $B = 0,05 \text{ T}$, $f = 50 \text{ Hz}$.

Rép: a) 2,77 Ω ; b) 3,55 V; c) 29,0 mA; d) 101 mW; 2,32 mW.

9. Un câble d'une ligne HT européenne ($f = 50 \text{ Hz}$) est parcouru par un courant $I(t) = I_0 \cos \omega t$. Ce courant étant très supérieur à ce que peut supporter un ampèremètre (et on ne peut pas couper le câble pour brancher l'appareil), on le mesure par le champ $B(t)$ qu'il produit. Pour cela, on utilise un cadre carré de côté a et bobiné de N spires qu'on place à une distance d du câble, celui-ci et le cadre étant dans un même plan. On mesure alors la tension induite aux bornes du cadre. On s'inspirera du problème 18, ch. II pour le calcul du flux de B .

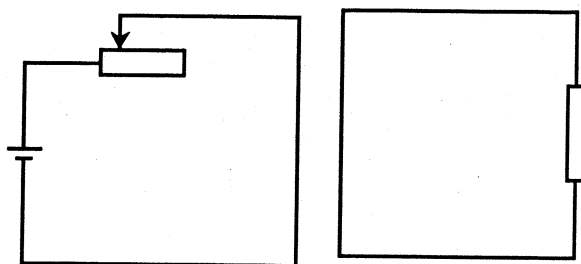
Calculer I_0 en fonction de $U_{0 \text{ ind}}$ et des données (N, f, a, d).

App. num: $U_{0 \text{ ind}} = 100 \text{ mV}$; $a = 8 \text{ cm}$; $d = 60 \text{ cm}$; $N = 500$.

Rép: 318 A.

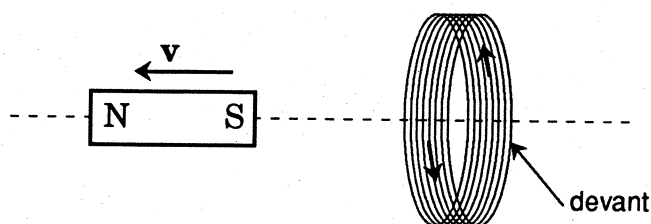
10. Les deux circuits ci-contre sont dans un même plan. Le premier est alimenté par une tension continue. On déplace rapidement le curseur vers la droite.

Le courant induit dans le circuit de droite est-il dans le sens trigo ?



11. On éloigne l'aimant de la bobine tout en gardant communs leurs axes de symétrie.

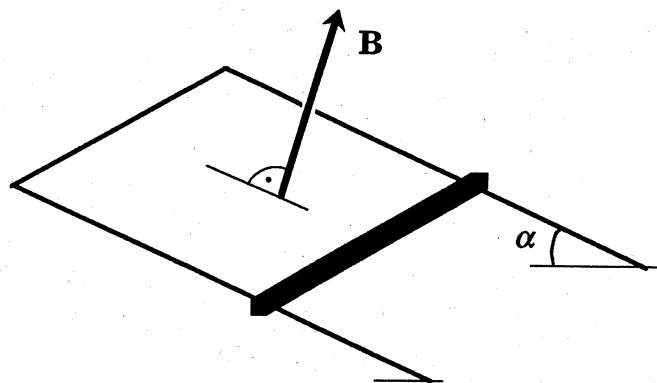
Vérifier que le sens du courant induit est bien celui indiqué.



12. Une barre d'aluminium glisse en restant horizontale sur deux rails parallèles dont le plan fait un angle α avec l'horizontale. Le circuit est dans un champ \mathbf{B} homogène, constant et perpendiculaire au plan des rails.

La seule résistance non négligeable du circuit est celle de la barre dont la longueur est pratiquement égale à l'écartement des rails.

- Trouver le sens du courant induit dans la barre;
- établir l'ED pour la vitesse;
- calculer la vitesse limite;
- calculer cette vitesse si $\alpha = 25^\circ$, $\mu = 0,2$ (frottement sec de la barre sur les rails) et $B = 0,06 \text{ T}$.



Rép: d) 4,8 cm/s.