

# Chapitre 6 Fonctions exponentielles et logarithmes

**Exercice 1.** Résoudre les équations exponentielles suivantes (x est l'inconnue).

1.  $2^x = 8$

2.  $7^x = 1$

3.  $3^x - 81 = 0$

4.  $2^x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

5.  $3^x = \sqrt[3]{9}$

6.  $2^x = 2 \cdot \sqrt[5]{16}$

7.  $10^x = 0.001$

8.  $\left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{4}{3}$

9.  $4^x - 32 = 0$

10.  $4^x = \sqrt{32}$

11.  $3^x = 9^{x+1}$

12.  $2^{\sqrt{x}} = 16$

13.  $3^{3^x} = 3$

14.  $4^{x^2} = 2^{5x-2}$

**Exercice 2.** Représenter graphiquement les 3 fonctions suivantes :

$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = 3^x$$

$$h(x) = 2^{-x}$$

**Exercice 3.** Déterminer x tel que :

1.  $\log_4 x = -1.5$

2.  $\log_3 250 = x$

3.  $\log_x 1296 = 4$

4.  $\log_5 100 = x$

5.  $\log_x 2 = 0.3$

6.  $\log_3 x = 2.465$

7.  $\log_{81} x = 2$

8.  $\log_2 81 = x$

9.  $\log_x 81 = 2$

## Intérêts composés

$$C_n = C_0 \cdot (1+t)^n$$

## Amortissements

$$V_n = V_0 \cdot (1-t)^n$$

**Exercice 4.** On dépose à la banque une somme de 100'000 francs, à un taux d'intérêts de 2% par année. En sachant qu'il s'agit d'intérêts composés, veuillez déterminer la valeur de cette somme :

1. après 6 mois
2. après 6 années
3. après 20 années

**Exercice 5.** On dépose à la banque une somme de 100'000 francs et après 10 années on constate qu'on dispose de 134'391,65 francs (arrondi à 5 cts). En sachant qu'il s'agit d'intérêts composés, veuillez déterminer à quel taux d'intérêt cette somme a été placée.

**Exercice 6.** Une certaine somme d'argent a été placée dans un établissement bancaire à un taux d'intérêts de 2%. Après 10 années, on constate qu'on dispose de 121'899,45 francs. En sachant qu'il s'agit d'intérêts composés, veuillez déterminer la valeur de la somme initiale.

**Exercice 7.** On dépose à la banque une somme de 100'000 francs, à un taux d'intérêts de 2% par année. En sachant qu'il s'agit d'intérêts composés, veuillez déterminer après combien d'années on aura:

1. 102'000 francs
2. 134'587 francs (arrondi au franc)
3. 100'995 francs (arrondi au franc)

**Exercice 8.** On amortit une machine de 100'000 francs avec un taux de 10% par année. Combien vaudra-t-elle après 10 ans ?

**Exercice 9.** On amortit une machine de 100'000 francs avec un taux de 12% par année. Dans combien d'années vaudra-t-elle la moitié de son prix ?

**Exercice 10.** On veut amortir une machine de 60'000 francs afin qu'elle ne vaille que 30'000 francs dans 10 ans. A quel taux faut-il l'amortir ?

**Exercice 11.** On a acheté une machine de 100'000 francs et on décide de l'amortir chaque année de 5%.

1. Que vaudra la machine dans 10 ans ?
2. Quand ne vaudra-t-elle plus que le quart de son prix ?
3. A quel taux faudrait-il l'amortir si on veut que sa valeur dans 20 ans soit de 50'000 francs ?

**Exercice 12.** On a observé que la population d'une ville croît selon la fonction  $P(t) = P_0 e^{0.012t}$  où  $P(t)$  est la population au temps  $t$ ,  $P_0$  une valeur constante et  $t$  le temps mesuré en années. Aujourd'hui, la population de cette ville est de 25'000 habitants

1. Que sera-t-elle dans 10 ans ?
2. Dans combien d'années, la population aura doublé ?

**Exercice 13.** Pour l'Europe et l'Amérique latine, le tableau suivant présenté en millions d'habitants les populations des années 1970 et 1990.

Années	1970	1990
Europe	495.5	553.4
Amérique Latine	285.1	448.1

La population s'exprime selon la loi :  $P(t) = P_0 e^{\alpha t}$

1. Déterminer  $P_0$  et  $\alpha$  pour l'Europe
2. Déterminer  $P_0$  et  $\alpha$  pour l'Amérique Latine
3. Tout laisse à supposer que la population de l'Amérique Latine va dépasser celle de l'Europe. Quand cela se produira-t-il ?

**Exercice 14.** La valeur des maisons familiales suit la fonction  $V(t) = V_0 e^{0.03t}$  où  $V(t)$  est la valeur de la maison au temps  $t$ ,  $V_0$  la valeur initiale de la maison et  $t$  le temps mesuré en années.

1. Que vaut aujourd'hui une maison payée 400'000 francs il y a 7 ans ?
2. Dans combien d'années, cette même maison sera-t-elle estimée 650'000 francs ?

**Exercice 15.** Une revue compte 35'000 abonnés mais perd chaque année le 8% des abonnés qui lui restent. La revue devra cesser de paraître lorsqu'il restera moins de 15'000 abonnés. Si la tendance se maintient, dans combien d'années cela se produira-t-il ?

**Exercice 16.** Absorption d'un médicament

Si un sachet de 100 mg d'un médicament contre l'asthme est pris oralement alors qu'il n'y a pas trace de ce médicament dans le corps, la quantité  $A$  dans le sang après  $t$  minutes est donnée par

$$A = 100[1 - (0,9)^t] \text{ pour } 0 < t < 10$$

Déterminer le nombre de minutes nécessaires pour que 50 mg de médicament pénètrent dans le sang.

**Exercice 17.** Dosage de médicament

Un médicament est éliminé du corps par l'urine. Supposons que, pour une dose de 10 mg, la quantité  $A$  résiduelle dans le corps  $t$  heures après la prise soit donnée par

$$A = 10 \cdot (0,8)^t$$

De plus, pour que le médicament soit efficace, il faut qu'au moins 2 mg soient dans le corps.

1. Déterminer quand il reste 2 mg dans le corps
2. Quelle est la demi-vie du médicament ?

**Exercice 18.** Croissance bactérienne

Le nombre de bactéries dans une culture au temps  $t$  (en heures) est donné par

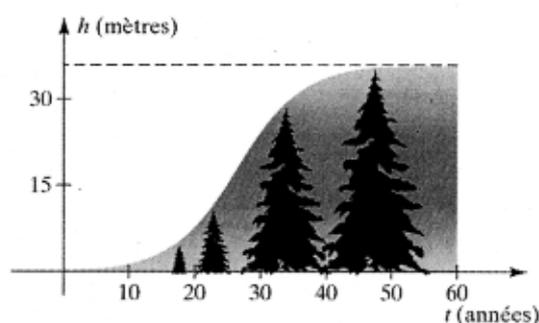
$$Q = 2 \cdot 3^t, \text{ où } Q \text{ est mesuré en milliers}$$

1. Quel est le nombre de bactéries en  $t = 0$  ?
2. Calculer le nombre de bactéries après 10 min, 30 min et 1 h.

**Exercice 19.** Hauteur des arbres

La croissance des arbres en hauteur est fréquemment décrite par une équation logistique. Supposons que la hauteur  $h$  (en mètres) d'un arbre à l'âge  $t$  (en années) soit

$$h = \frac{36}{1 + 200e^{-0,2t}}, \text{ comme le montre le graphique}$$



1. Quelle est la hauteur d'un arbre de 10 ans ?
2. A quel âge la hauteur est-elle de 15 mètres ?

**Exercice 20.** Population du Kenya

En se basant sur les taux de natalité et de mortalité actuels, on peut s'attendre à ce que la population du Kenya augmente selon la formule

$$N = 20,2 \cdot e^{0,04t}$$

avec  $N$  donné en millions d'habitants et  $t = 0$  correspondant à l'année 1985.  
En combien d'années la population va-t-elle doubler ?