

# Chapitre 7 Théorie des ensembles

**Exercice 1.** Soit les ensembles :

$$E = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots 10\}$$

$$A = \{1 ; 2 ; 6 ; 7\}$$

$$B = \{2 ; 3 ; 6 ; 8\}$$

1. Représenter dans un diagramme d'Euler-Venn puis de Carroll ces ensembles.
2. Définir les ensembles suivants :

$$A \cap B =$$

$$\overline{A} =$$

$$A \cup B =$$

$$A \Delta B =$$

3. Exprimer le sous-ensemble  $\{1 ; 7\}$  à partir de A et B et des symboles de l'intersection, de la réunion et du complémentaire.

**Exercice 2.** Soit les ensembles :

$$E = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots 10\}$$

$$A = \{1 ; 3 ; 4 ; 7 ; 9\}$$

$$B = \{1 ; 4 ; 7 ; 10\}$$

$$C = \{2 ; 3 ; 4 ; 8 ; 10\}$$

1. Représenter dans un diagramme d'Euler-Venn puis de Carroll ces ensembles.
2. Exprimer les sous-ensembles suivants à partir de A, B et C et des symboles de l'intersection, de la réunion et du complémentaire.

$$\{1 ; 7\} =$$

$$\{2 ; 8 ; 10\} =$$

$$\{2 ; 3 ; 8 ; 9\} =$$

**Exercice 3.**

1. Quelle est la réunion d'un ensemble avec l'ensemble vide ?
2. Quelle est l'intersection d'un ensemble avec l'ensemble vide ?
3. Quel est le complémentaire d'un ensemble par rapport à lui-même ?
4. Le complémentaire d'un des deux ensembles par rapport à leur réunion est-il toujours l'autre ensemble ?

**Exercice 4.** Le nombre d'éléments de l'ensemble réunion de deux ensembles s'obtient-il toujours en faisant la somme du nombre d'éléments de chaque ensemble ou faut-il une condition particulière pour que ce soit le cas ?

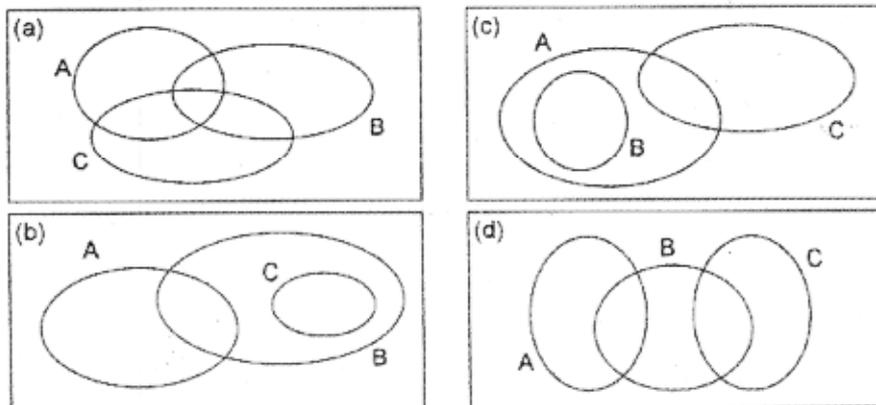
**Exercice 5.** Soit deux ensembles  $A = \{a ; b ; c\}$  et  $B = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$   
 Ecrire sous forme énumérative l'ensemble produit  $A \times B$

**Exercice 6.** Quatre dames et cinq messieurs participent à une soirée. Sachant que chaque homme danse avec toutes les dames, combien de couples différents a-t-on vu danser ?

**Exercice 7** Illustrer dans un diagramme de Venn la ou les régions désignées par les notations suivantes :

1.  $(A \cup B) \cup C$
2.  $(A \cap B) \cup C$
3.  $(A \cup B) \cap C$
4.  $(\bar{A} \cap \bar{B}) \cup \bar{C}$

**Exercice 8.** Hachurer les régions  $A \cap (B \cup C)$  et  $A \cup (B \cap C)$



**Exercice 9.** Utiliser un diagramme de Venn-Euler pour démontrer les lois de Morgan.

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

**Exercice 10.** Enumérer les éléments de E et des sous-ensembles A et B sachant que :

$$A \cup B = \{1; 5; 6; 9; 13; 14\}$$

$$\overline{A} = \{2; 5; 9; 13; 18; 20\}$$

$$\overline{B} = \{2; 6; 18; 20\}$$

**Exercice 11.** Enumérer les éléments de E et de ses sous ensembles A, B et C sachant que :

$$\overline{A \cup B \cup C} = \{1; 8; 12\} \quad \overline{B} = \{1; 2; 5; 6; 8; 10; 11; 12\}$$

$$A \cap C = \{5\} \quad A \cup B = \{2; 3; 4; 5; 7; 9\}$$

$$B \cap C = \emptyset \quad A \cup C = \{2; 3; 4; 5; 6; 10; 11\}$$

**Exercice 12.** Soit le référentiel E représentant l'ensemble des membres d'un orchestre symphonique et les sous-ensembles suivants :

A : ensemble des hommes,

B : ensemble des personnes mariées,

C : ensemble des personnes qui jouent d'un instrument à cordes.

Que représentent :

$\overline{A}$

$\overline{B}$

$\overline{C}$

$A \cap \overline{B}$

$A \cap \overline{C}$

$A \cap \overline{B} \cap C$

Faire un diagramme (Euler-Venn) et trouver les régions qui correspondent aux critères suivants :

1. les femmes célibataires qui jouent un instrument à cordes
2. les hommes mariés
3. les célibataires qui jouent un instrument à vent

Dans ce diagramme, dans quelle région se situent :

4. Daniel Dupont, 15 ans et demi, jouant du violoncelle
5. Emilie Engler, flûtiste et femme du chef d'orchestre
6. Fabien Furlan, trompettiste et mari de la pianiste
7. le chef d'orchestre
8. la pianiste

**Exercice 13.** Dans un collège, les cours de langues à option comprennent l'anglais, le latin et l'italien. Parmi les 500 élèves de ce collège, 360 étudient au moins l'anglais, 230 au moins le latin et 125 au moins l'italien. D'autre part, 160 élèves étudient au moins l'anglais et le latin, 85 au moins l'anglais et l'italien et 45 au moins le latin et l'italien. Enfin, 20 élèves apprennent les trois langues.

1. Représenter graphiquement cette situation.
2. Déterminer le nombre d'élèves qui étudient uniquement une langue, l'anglais, le latin ou l'italien.
3. Déterminer le nombre d'élèves qui n'étudient aucune de ces trois langues.

**Exercice 14.** Dans une classe, on a recensé les élèves quant à leurs loisirs : musique, sport et ciné-club. On a obtenu les résultats suivants :

- (1) 9 élèves font seulement du sport
- (2) 20 élèves font de la musique ou vont au ciné-club, éventuellement les deux
- (3) 6 élèves font du sport et vont au ciné-club
- (4) 18 élèves font du sport
- (5) 2 élèves participent aux 3 activités
- (6) 7 élèves participent exactement à deux activités
- (7) 12 élèves ne font pas de sport
- (8) 19 élèves ne font que, soit du sport, soit de la musique

Déterminer

1. le nombre d'élèves
2. le nombre de musiciens
3. le nombre de sportifs
4. le nombre de cinéphiles

**Exercice 15.** On a interrogé 100 jeunes lecteurs de BD sur l'attrait de trois personnages dont ils ont l'habitude de vivre les récits. Il s'agit de Tintin, de Spirou et de Yakari. On considère les sous-ensembles suivants :

$$T = \{\text{« on aime Tintin »}\}$$

$$S = \{\text{« on aime Spirou »}\}$$

$$Y = \{\text{« on aime Yakari »}\}$$

On a fait 2 observations importantes :

- (1) Tous ceux qui aiment Spirou aiment aussi Tintin,
- (2) Certains n'aiment que Yakari ou que Tintin, d'autres aiment les deux, il y en a qui aiment Yakari et Spirou.

Représenter cette situation par un diagramme d'Euler-Venn.

2. Compléter le diagramme en sachant que :

1. 33 jeunes aiment les trois personnages

2.  $Y \cap T = 38$

3.  $\bar{S} \cap Y = 26$

4.  $\bar{S} \cap T = 17$

5.  $S \cap \bar{Y} = 19$