

Chapitre 9. Probabilités - Corrigé

Exercice 1

1. $prob(2) = \frac{\text{nb de cas favorables}}{\text{nb de cas possibles}} = \frac{1}{6}$

2. $prob(\text{impair}) = \frac{\text{nb de cas favorables (1; 3; 5)}}{\text{nb de cas possibles}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

3. $prob(> 4) = \frac{\text{nb de cas favorables (5; 6)}}{\text{nb de cas possibles}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

4. $prob(\text{ni 1; ni 6}) = \frac{\text{nb de cas favorables (2; 3; 4; 5)}}{\text{nb de cas possibles}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Exercice 2

1. $prob(\text{as}) = \frac{\text{nb de cas favorables (4 cartes)}}{\text{nb de cas possibles}} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

2. $prob(\text{carreau}) = \frac{\text{nb de cas favorables (9 cartes)}}{\text{nb de cas possibles}} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

3. $prob(\text{figure}) = \frac{\text{nb de cas favorables (4 rois; 4 dames; 4 valets)}}{\text{nb de cas possibles}} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

4. $prob(\text{valet de coeur}) = \frac{\text{nb de cas favorables}}{\text{nb de cas possibles}} = \frac{1}{36}$

Exercice 3

1. $prob(3\text{as}) = \frac{\text{nb de cas favorables (3as parmi 4)}}{\text{nb de cas possibles (3 cartes parmi 36)}} = \frac{C_3^4}{C_3^{36}} = \frac{4}{7170} = \frac{1}{1785}$

2. $prob(2\text{ rois et 1 dame}) = \frac{\text{nb de cas favorables (2 rois parmi 4 et 1 dame parmi 4)}}{\text{nb de cas possibles (3 cartes parmi 36)}} = \frac{C_2^4 \cdot C_1^4}{C_3^{36}} = \frac{6 \cdot 4}{7170} = \frac{24}{7170} = \frac{2}{595}$

3. $prob(\text{au moins 1 valet}) = 1 - prob(\text{zéro valet}) = 1 - \frac{\text{nb de cas favorables (3 cartes parmi 32)}}{\text{nb de cas possibles (3 cartes parmi 36)}} = 1 - \frac{C_3^{32}}{C_3^{36}} = 1 - \frac{4960}{7170} = \frac{2180}{7170} = \frac{109}{357}$

4. $prob(9, valet et as d'une même couleur) = \frac{\text{nb de cas favorables (4 couleurs)}}{\text{nb de cas possibles (3 cartes parmi 36)}} = \frac{4}{7170} = \frac{1}{1785}$

Exercice 4

1. $\text{prob}(3 \text{ jaunes}) = \frac{\text{nb de cas favorables (3 jaunes parmi 5)}}{\text{nb de cas possibles (3 balles parmi 12)}} = \frac{C_3^5}{C_3^{12}} = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}$
2. $\text{prob}(1 \text{ rouge, } 1 \text{ bleu, } 1 \text{ jaune}) = \frac{\text{nb de cas favorables (1 rouge parmi 3, 1 bleu parmi 4, 1 jaune parmi 5)}}{\text{nb de cas possibles (3 balles parmi 12)}}$
 $= \frac{C_1^3 \cdot C_1^4 \cdot C_1^5}{C_3^{12}} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{220} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$
3. $\text{prob}(zéro rouge) = \frac{\text{nb de cas favorables (3 balles parmi 4 bleus et 5 jaunes)}}{\text{nb de cas possibles (3 balles parmi 12)}} = \frac{C_3^9}{C_3^{12}} = \frac{84}{220} = \frac{21}{55}$
4. $\text{prob}(\text{au moins } 1 \text{ rouge}) = 1 - \text{prob}(zéro rouge) = 1 - \frac{21}{55} = \frac{34}{55}$
5. $\text{prob}(\text{au moins } 1 \text{ bleu}) = 1 - \text{prob}(zéro bleu) = 1 - \frac{\text{nb de cas favorables (3 parmi 3 rouges et 5 jaunes)}}{\text{nb de cas possibles (3 balles parmi 12)}}$
 $= 1 - \frac{C_3^8}{C_3^{12}} = 1 - \frac{56}{220} = 1 - \frac{14}{55} = \frac{41}{55}$
6. $\text{prob}(\text{au plus } 1 \text{ bleu}) = \text{prob}(0 \text{ bleu ou } 1 \text{ bleu}) = \text{prob}(zéro bleu) + \text{prob}(1 \text{ bleu}) =$
 $= \frac{\text{nb de cas favorables (3 parmi 8)}}{\text{nb de cas possibles (3 parmi 12)}} + \frac{\text{nb de cas favorables (1 parmi 4 et 2 parmi 8)}}{\text{nb de cas possibles (3 parmi 12)}}$
 $= \frac{C_3^8}{C_3^{12}} + \frac{C_1^4 \cdot C_2^8}{C_3^{12}} = \frac{56}{220} + \frac{4 \cdot 28}{220} = \frac{168}{220} = \frac{42}{55}$

Exercice 5

Dans l'alphabet, on a 6 voyelles (A, E, I, O, U, Y) et donc $26 - 6 = 20$ consonnes.

1. prob (3 consonnes) = $\frac{\text{nb de cas favorables (3 parmi 20)}}{\text{nb de cas possibles (3 parmi 26)}} = \frac{C_3^{20}}{C_3^{26}} = \frac{1140}{2600} = \frac{57}{130}$

2. prob (3 voyelles) = $\frac{\text{nb de cas favorables (3 parmi 6)}}{\text{nb de cas possibles (3 parmi 26)}} = \frac{C_3^6}{C_3^{26}} = \frac{20}{2600} = \frac{1}{130}$

3. prob (BUT dans l'ordre) = $\frac{\text{nb de cas favorables (BUT)}}{\text{nb de cas possibles (26 \cdot 25 \cdot 24)}} = \frac{1}{15600}$

4. prob (anagramme de BUT) = $\frac{\text{nb de cas favorables (1 cas si ordre ne compte pas)}}{\text{nb de cas possibles (3 parmi 26)}} = \frac{1}{C_3^{26}} = \frac{1}{2600}$

ou = $\frac{\text{nb de cas favorables (BUT, BTU, UBT, UBT, TUB, TUB si ordre compte)}}{\text{nb de cas possibles (26 \cdot 25 \cdot 24)}} = \frac{6}{15600} = \frac{1}{2600}$

5. prob (m en t en ou p en dans l'ordre) = $\frac{\text{nb de cas favorables (men, fem, sen)}}{\text{nb de cas possibles (26 \cdot 25 \cdot 24)}} = \frac{3}{15600} = \frac{1}{5200}$

6. prob (abc, bcd, ..., xyz) = $\frac{\text{nb de cas favorables (24 cas)}}{\text{nb de cas possibles (26 \cdot 25 \cdot 24)}} = \frac{24}{15600} = \frac{1}{650}$

Exercice 6

1. $\text{prob}(\text{doublet}) = \frac{\text{nb de cas favorables (6 cas)}}{\text{nb de cas possibles (6.6)}} = \frac{6}{36} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

2. $\text{prob}(\text{un 2 et un 5}) = \frac{\text{nb de cas favorables (2 cas: 2 rouge et 5 blanc et l'inverse)}}{\text{nb de cas possibles (6.6)}} = \frac{2}{36} = \underline{\underline{\frac{1}{18}}}$

3. $\text{prob}(\text{Somme} = 7) = \frac{\text{nb de cas favorables (1/6; 6/1; 2/5; 5/2; 3/4; 4/3)}}{\text{nb de cas possibles (6.6)}} = \frac{6}{36} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

4. $\text{prob}(\text{au plus égale à 3}) = \text{prob}(\text{égale à 2}) + \text{prob}(\text{égale à 3}) =$
 $= \frac{\text{nb de cas favorables (1/1)}}{\text{nb de cas possibles (6.6)}} + \frac{\text{nb de cas favorables (1/2; 2/1)}}{\text{nb de cas possibles (6.6)}} = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} = \frac{3}{36} = \underline{\underline{\frac{1}{12}}}$

5. $\text{prob}(\text{au plus égale à 11}) = 1 - \text{prob}(\text{égale à 12}) = 1 - \frac{\text{nb de cas favorables (6/6)}}{\text{nb de cas possibles (6.6)}} =$
 $= 1 - \frac{1}{36} = \underline{\underline{\frac{35}{36}}}$

6. $\text{prob}(\text{un 2 rouge et un 5 blanc}) = \frac{\text{nb de cas favorables (1)}}{\text{nb de cas possibles (6.6)}} = \underline{\underline{\frac{1}{36}}}$

Exercice 7

1. $\text{prob}(2 \text{ blanches}) = \frac{\text{nb de cas favorables (2 blancs sur 5)}}{\text{nb de cas possibles (2 blancs sur 8)}} = \frac{C_2^5}{C_2^8} = \frac{10}{28} = \underline{\underline{\frac{5}{14}}}$

2. $\text{prob}(2 \text{ balles de la même couleur}) = \text{prob}(BB \text{ ou } RR) = \text{prob}(BB) + \text{prob}(RR) =$
 $= \frac{\text{nb de cas favorables (5.5 cas ordre compte)}}{\text{nb de cas possibles (8.8 cas ordre compte)}} + \frac{\text{nb de cas favorables (3.3 cas ordre compte)}}{\text{nb de cas possibles (8.8 cas ordre compte)}} =$
 $= \frac{25}{64} + \frac{9}{64} = \frac{34}{64} = \underline{\underline{\frac{17}{32}}}$

Exercice 8

$$1. \text{ prob (parmi les 9 cartes, il y a l'as de pique)} = \frac{\text{nb de cas favorables (l'as de pique + 8 cartes parmi les 35 autres)}}{\text{nb de cas possibles (9 cartes parmi 26)}} = \frac{1 \cdot C_8^{35}}{C_9^{26}} = \frac{23'535'820}{94'143'280} = \underline{0,25}$$

$$2. \text{ prob (aucun as parmi les 9 cartes)} = \frac{\text{nb de cas favorables (9 cartes parmi les 32 non as)}}{\text{nb de cas possibles (9 cartes parmi 26)}} = \frac{C_9^{32}}{C_9^{26}} = \frac{28'048'800}{94'143'280} \approx \underline{0,2979}$$

$$3. \text{ prob (au moins 1 as parmi les 9 cartes)} = 1 - \text{prob (aucun as parmi les 9 cartes)} = 1 - 0,2979 = \underline{0,7021}$$

Exercice 9

$$1. \text{ prob (2 rois, 2 dames, 1 valet)} = \frac{\text{nb de cas favorables (2 rois parmi 4, 2 dames parmi 4, 1 valet parmi 4)}}{\text{nb de cas possibles (5 cartes parmi 12)}} = \frac{C_2^4 \cdot C_2^4 \cdot C_1^4}{C_3^{12}} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 4}{792} = \frac{144}{792} = \underline{\frac{2}{11}}$$

$$2. \text{ prob (4 rois)} = \frac{\text{nb de cas favorables (4 rois parmi 4 et 1 carte parmi les 8 autres)}}{\text{nb de cas possibles (5 cartes parmi 12)}} = \frac{C_4^4 \cdot C_1^8}{C_5^{12}} = \frac{1 \cdot 8}{792} = \underline{\frac{1}{99}}$$

Exercice 10

$$1. \text{ prob (C amis à une place déterminée)} = \frac{\text{nb de cas favorables (C amis à une place déterminée et les 5 autres se partagent les 5 autres places)}}{\text{nb de cas possibles (les 6 personnes se partagent les 6 places)}} = \frac{1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\frac{1}{6}}$$

$$2. \text{ prob (A et B pas amis côte à côte)} = 1 - \text{prob (A et B amis côte à côte)} = 1 - \frac{\text{nb de cas favorables (AB ou BA à chaque fois 5 places différents et les 4 autres se partagent les 4 autres places)}}{\text{nb de cas possibles (les 6 personnes se partagent les 6 places)}} = 1 - \frac{2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 1 - \frac{2}{6} = \underline{\frac{2}{3}}$$

Exercice 11

1. $\text{prob}(\text{Boule 3 entre dans la case 3}) = \frac{\text{nb de cas favorables (1 cas où 3 entre dans 2)}}{\text{nb de cas possibles (6 cas pour la boule 3)}} = \frac{1}{6}$.
2. $\text{prob}(\text{Boule 3 dans case 3 et Boule 4 dans case 4}) =$
 $= \frac{\text{nb de cas favorables (1 cas où 3 dans 3 et 4 dans 4)}}{\text{nb de cas possibles (6 cas pour la Boule 3 et plus que 5 pour la Boule 4)}} = \frac{1}{6 \cdot 5} = \frac{1}{30}$.
3. $\text{prob}(\text{chaque Boule dans son numéro}) =$
 $= \frac{\text{nb de cas favorables (1 cas où chaque Boule dans son numéro)}}{\text{nb de cas possibles (6 cas pour la Boule 1, 5 pour la Boule 2, 4 pour la Boule 3, etc.)}} =$
 $= \frac{1}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{1}{720}$.

Exercice 12

1. $\text{prob}(3) = \frac{\text{nb de cas favorables (29)}}{\text{nb de cas possibles (150)}} = \frac{29}{150}$.
2. $\text{prob}(5 \text{ ou } 6) = \frac{\text{nb de cas favorables (23 + 24)}}{\text{nb de cas possibles (150)}} = \frac{47}{150}$.
3. $\text{prob}(\text{pair}) = \frac{\text{nb de cas favorables (25 + 26 + 24)}}{\text{nb de cas possibles (150)}} = \frac{75}{150} = \frac{1}{2}$.
4. $\text{prob}(\text{premier } = 2, 3, 5) = \frac{\text{nb de cas favorables (25 + 29 + 20)}}{\text{nb de cas possibles (150)}} = \frac{74}{150}$.

Exercice 13

$$1. \text{ prob (3 blanches)} = \frac{\text{nb de cas favorables (3 blanches parmi 8)}}{\text{nb de cas possibles (3 balles parmi 20)}} = \frac{C_3^8}{C_3^{20}} = \frac{56}{1170} = \frac{14}{285}$$

$$2. \text{ prob (2 blanches et 1 noire)} = \frac{\text{nb de cas favorables (2 blanches parmi 8 et 1 noire parmi 12)}}{\text{nb de cas possibles (3 balles parmi 20)}} = \frac{C_2^8 \cdot C_1^{12}}{C_3^{20}} = \frac{28 \cdot 12}{1170} = \frac{28}{95}$$

$$3. \text{ prob (1 blanche)} = \frac{\text{nb de cas favorables (1 blanche parmi 8 et 2 noires parmi 12)}}{\text{nb de cas possibles (3 balles parmi 20)}} = \frac{C_1^8 \cdot C_2^{12}}{C_3^{20}} = \frac{8 \cdot 66}{1170} = \frac{44}{95}$$

$$4. \text{ prob (au moins 1 blanche)} = 1 - \text{prob (zéro blanche)} = 1 - \frac{\text{nb de cas favorables (0 blanche parmi 8 et 3 noires parmi 12)}}{\text{nb de cas possibles (3 balles parmi 20)}} = 1 - \frac{C_0^8 \cdot C_3^{12}}{C_3^{20}} = 1 - \frac{1 \cdot 220}{1170} = 1 - \frac{11}{57} = \frac{46}{57}$$

$$5. \text{ prob (3 noires)} = \frac{C_0^8 \cdot C_3^{12}}{C_3^{20}} = \frac{11}{57}$$

Exercice 14

$$\text{prob (2 candidats pas côte à côte)} = 1 - \text{prob (les 2 candidats A et B assis côte à côte)} = 1 - \frac{\text{nb de cas favorables (AB ou BA à 9 endroits et les 8 autres aux places restantes)}}{\text{nb de cas possibles (les 10 aux 10 places)}} = 1 - \frac{2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 1 - \frac{2}{10} = \frac{4}{5}$$

Exercice 15

$$\text{prob (6 numéros < 22)} = \frac{\text{nb de cas favorables (6 numéros parmi 22)}}{\text{nb de cas possibles (6 numéros parmi 45)}} = \frac{C_6^{22}}{C_6^{45}} \approx 0,0091$$

Exercice 16

$$1. \text{ prob (aucune défaillance)} = \frac{\text{nb de cas favorables (3 ampoules parmi 10 en ordre)}}{\text{nb de cas possibles (3 ampoules parmi 15)}} =$$

$$= \frac{C_3^{10}}{C_3^{15}} = \frac{120}{455} = \frac{24}{89}$$

$$2. \text{ prob (1 défaillance)} = \frac{\text{nb de cas favorables (1 parmi 5 defec. et 2 parmi 10 en ordre)}}{\text{nb de cas possibles (3 ampoules parmi 15)}} =$$

$$= \frac{C_1^5 \cdot C_2^{10}}{C_3^{15}} = \frac{5 \cdot 45}{455} = \frac{225}{455} = \frac{45}{89}$$

$$3. \text{ prob (au moins 1 défaillance)} = 1 - \text{prob (0 défaillance)} = 1 - \frac{24}{89} = \frac{65}{89}$$

$$4. \text{ prob (3 défaillances)} = \frac{\text{nb de cas favorables (3 parmi 5 défaillances)}}{\text{nb de cas possibles (3 ampoules parmi 15)}} =$$

$$= \frac{C_3^5}{C_3^{15}} = \frac{10}{455} = \frac{2}{91}$$

Exercice 17

On a $\text{prob (BB ou DB)} = \text{prob (BB)} + \text{prob (DB)}$ (on tient compte de l'ordre)

$$= \frac{\text{nb de cas favorables pour BB}}{\text{nb de cas possibles}} + \frac{\text{nb de cas favorables pour DB}}{\text{nb de cas possibles}} =$$

$$= \frac{10 \cdot 9}{15 \cdot 14} + \frac{5 \cdot 10}{15 \cdot 14} = \frac{90}{210} + \frac{50}{210} = \frac{140}{210} = \frac{2}{3}$$