

Calcul intégral

SÉRIE 3

Exercice 1

On donne la fonction $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$.

- a) Calculer $\int_4^8 f(x) dx$ et hachurer la surface correspondante.
- b) Calculer $\int_0^8 f(x) dx$ et hachurer la surface correspondante.

Exercice 2

Trouver une primitive de chacune des fonctions suivantes:

- | | | |
|----------------------------|-------------------------|---------------------------------|
| a) $f(x) = x^2$ | e) $f(x) = e^{kx}$ | i) $f(x) = \frac{1}{ax+b}$ |
| b) $f(x) = ax^2 + bx + c$ | f) $f(x) = \sin(x)$ | j) $f(x) = (ax+b)^n, n \neq -1$ |
| c) $f(x) = x^n, n \neq -1$ | g) $f(x) = \sin(ax+b)$ | k) $f(x) = \sqrt{ax+b}$ |
| d) $f(x) = e^x$ | h) $f(x) = \frac{k}{x}$ | l) $f(x) = \frac{ax+b}{x}$ |

Exercice 3

Trouver une primitive de $f(x) = (2x-5) \cdot e^{-x}$ et de $g(x) = (-x^2 + 3x - 5) \cdot e^{\frac{x}{2}}$.

Exercice 4

Calculer les intégrales ci-dessous et hachurer les surfaces correspondantes sur un graphe.

- | | | |
|----------------------------|---------------------------|-------------------------------|
| a) $\int_0^8 x(8-x) dx$ | c) $\int_{-5}^5 x dx$ | e) $\int_1^3 \frac{dx}{2x-1}$ |
| b) $\int_1^4 \frac{dx}{x}$ | d) $\int_0^9 \sqrt{x} dx$ | f) $\int_{-2}^2 \cos(x) dx$ |

Exercice 5

Calculer les intégrales suivantes:

a) $\int_1^2 \frac{dx}{x(x+1)}$ Indication: mettre la fonction à intégrer sous la forme $f(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$

b) $\int_4^5 \frac{3x+2}{x^2-9} dx$ c) $\int_0^3 \frac{dx}{2x^2+7x+3}$

Exercice 6

Calculer les intégrales suivantes

a) $\int_0^x e^{-t} dt$ b) $\int_0^x t \cdot e^{-t} dt$ c) $\int_0^x t^2 \cdot e^{-t} dt$ d) $\int_1^x \frac{dt}{t^2}$

Exercice 7

On donne la parabole $p: y = x^2 - 4x + 3$ ainsi que $A(3;a)$ et $B(5;b)$ deux points de p . Calculer l'aire de la surface comprise entre l'arc AB et la corde qui l'intercepte.

Exercice 8

Hachurer et calculer l'aire de la surface fermée délimitée par les paraboles $p_1: y = -x^2 + 6x - 5$ et $p_2: y = x^2 - 8x + 15$.

Exercice 9

- a) Représenter dans un repère orthonormé les graphes des fonctions $\sin(x)$ et $\cos(x)$ sur $[0; 2\pi]$.
- b) Calculer l'aire de la surface fermée délimitée par les deux graphes.

Exercice 10

Trouver une primitive des fonctions rationnelles ci-dessous.

a) $y = \frac{2x-5}{x+3}$ c) $y = \frac{3x^3 - 4x^2 + 7x - 5}{2x-1}$ e) $y = \frac{1}{x^2+1}$

b) $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{2x-5}$ d) $y = \frac{1}{x^2-4}$ f) $y = \frac{1}{x^2-6x+9}$

Exercice 11

En intégrant par parties, trouver une primitive des fonctions ci-dessous.

- | | | |
|----------------------------------|---------------------------|--------------------------------|
| a) $y = x \cdot \cos(x)$ | l) $y = \frac{\ln(x)}{x}$ | g) $y = e^x \cdot \sin(x)$ |
| b) $y = x \cdot \ln(x)$ | e) $y = x \cdot e^{-x}$ | h) $y = e^x \cdot \cos(x)$ |
| c) $y = \ln(x) = \ln(x) \cdot 1$ | f) $y = x^2 \cdot e^{-x}$ | i) $y = \cos(x) \cdot \sin(x)$ |

Exercice 12

En intégrant par parties, puis en employant la relation fondamentale de la trigonométrie, trouver une primitive des fonctions $\sin^2(x)$ et $\cos^2(x)$.

Exercice 13

En procédant par essai, trouver une primitive des fonctions ci-dessous.

- | | |
|-------------------------------|--|
| a) $y = 3x \cdot e^{-x^2}$ | e) $y = \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ |
| b) $y = \sin(3x-5)$ | f) $y = \frac{3x-6}{x^2-4x+9}$ |
| c) $y = 5x \cdot \cos(x^2-1)$ | g) $y = x^2 \cdot e^{-2x^3}$ |
| d) $y = \frac{3x}{x^2+5}$ | |