Chapitre 2

Cinématique

2.1 Introduction

La *cinématique* est l'étude du mouvement des corps. Nous ne considérerons que des corps de faibles dimensions de sorte qu'ils seront toujours assimilés à des points appelés *mobiles*. Les grandeurs physiques de la cinématique sont le temps, la position, la vitesse et l'accélération.

Étudier le mouvement d'un mobile veut dire :

- trouver l'équation de la trajectoire du mobile ;
- trouver la relation mathématique (une équation) entre vitesse et temps ;
- trouver la relation entre position et temps ;
- trouver la relation entre vitesse et position.

2.2 Référentiel et repère

2.2.1 Référentiel

La description d'un mouvement se fait par rapport à un objet, choisi comme référence, appelé *référentiel*. La description du mouvement n'est pas la même dans tous les référentiels !

Exemple :

> Deux voyageurs A et B sont assis dans un wagon en mouvement. Le voyageur A observe B et conclut : B est immobile. Le chef de gare C observe B et conclut : B est en mouvement. Ces deux observations sont-elles contradictoires ? Non, car elles sont faites dans deux référentiels différents : A fait ses observations dans le référentiel du wagon, C fait ses observations dans le référentiel lié à la Terre.

Définition *Le référentiel est un objet de référence par rapport auquel on étudie un mouvement. Il peut être matérialisé par un seul corps ou par un ensemble de corps qui restent* *à distance constante les uns des autres.*

Exemples de référentiels :

- le laboratoire, la salle de classe, un wagon, un carrousel, ...
- le référentiel *terrestre* : son centre est le centre de la Terre, ses axes sont liés à des points fixes sur la Terre. On l'utilise pour décrire tous les mouvements sur la Terre. Les référentiels laboratoire et salle de classe sont équivalents au référentiel terrestre.
- le référentiel *géocentrique* : son centre est le centre de la Terre, ses axes sont dirigés vers des étoiles lointaines considérées comme fixes. On l'utilise p.ex. pour décrire le mouvement des satellites ;
- le référentiel *héliocentrique* : son centre est le soleil, ses axes sont dirigés vers des étoiles lointaines considérées comme fixes. On l'utilise p.ex. pour décrire le mouvement des planètes ;

2.2.2 Repère

Pour décrire le mouvement d'un mobile, un observateur dans un référentiel doit se munir :

- d'un *repère* pour déterminer la position du mobile ;
- d'une horloge.

Un repère est déterminé par une origine O et par une base, le plus souvent orthonormée.

Exemple : repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ orthonormé à 3 dimensions (figure 2.1).

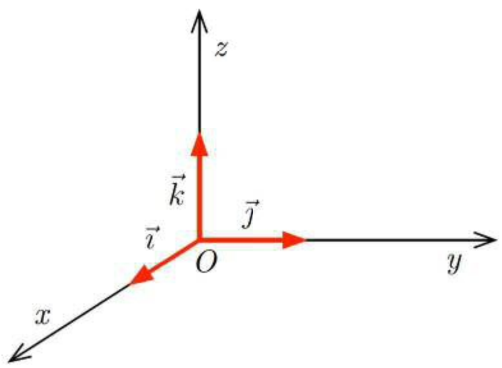


FIGURE 2.1 – Repère orthonormé à 3 dimensions

Les axes Oy et Oz sont perpendiculaires entre eux et sont dans le plan de la feuille de papier. L'axe Ox sort de ce plan et est perpendiculaire à ce plan.

Dans le domaine des sciences comme dans la vie courante, une horloge permet de déterminer :

- la *durée* ou l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux événements ;

- la *date* ou l'instant auquel un événement a lieu.

L'unité S.I. (Système International d'Unités) du temps est la *seconde* (s).

2.2.3 Trajectoire

La trajectoire est l'ensemble des positions successives occupées par le mobile M lors de son mouvement. Elle est représentée par une courbe dans l'espace (figure 2.2). Comme toute courbe, la trajectoire est déterminée, dans un repère donné, par son équation mathématique. La trajectoire dépend du choix du référentiel et du repère.

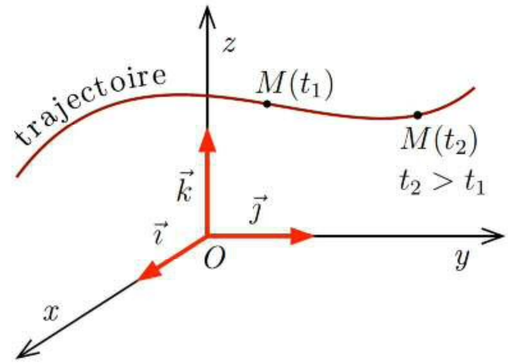


FIGURE 2.2 – Trajectoire dans un repère à 3 dimensions

Exemples :

- Trajectoire d'un point de la roue d'une bicyclette, dans les référentiels suivants : observateur au repos au bord de la route, cycliste, roue ?
- Trajectoire d'un enfant sur un manège : immobile ou en rotation ?

2.3 Position

2.3.1 Coordonnées cartésiennes

Soit M le mobile et $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ le repère choisi. La position du mobile est repérée à chaque instant par les *coordonnées* x, y, z du *vecteur position* $\overrightarrow{OM}$ (figure 2.3).

Dans la base du repère : $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{\imath} + y\,\vec{\jmath} + z\,\vec{k}$.

Si le repère est orthonormé, x, y, z sont appelés coordonnées *cartésiennes* du point M. Dans la suite nous n'utiliserons que des repères orthonormés.

S'il y a mouvement, les coordonnées x, y et z varient au cours du temps. Les fonctions $x = f(t)$, $y = g(t)$ et $z = h(t)$ sont appelées *équations horaires* ou *équations paramétriques* du mouvement.

Exercice 2.1 Dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ la position d'un point M est définie à chaque instant par :

$$x = 2\,t\,;\; y = 4\,t^2 + 1\,;\; z = 0.$$

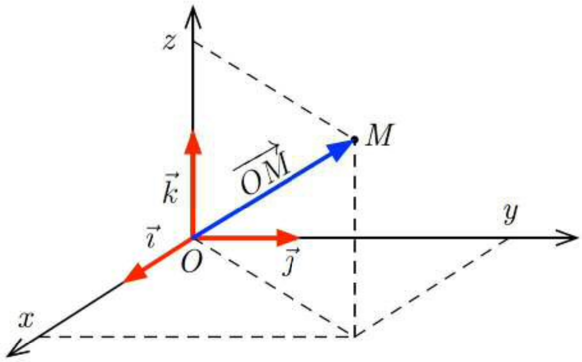


FIGURE 2.3 – Vecteur position

Donner les positions respectives du point M aux instants 0, 1 s, 2 s, 3 s et 4 s. En déduire l'équation de la trajectoire suivie par M.

2.3.2 Abscisse curviligne

Si la trajectoire d'un mobile M est connue, on peut l'orienter et choisir un point origine A. La valeur algébrique de l'arc $\widehat{AM}$ est l'*abscisse curviligne* s du point M (figure 2.4).

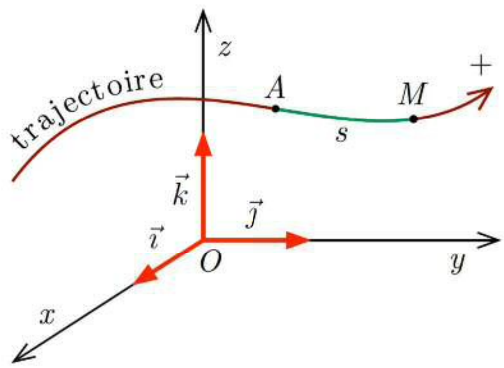


FIGURE 2.4 – Abscisse curviligne

Signe de l'abscisse curviligne :

- $s > 0$ si en allant de A à M on se déplace dans le sens de l'orientation.
- $s < 0$ si en allant de A à M on se déplace dans le sens inverse de l'orientation.

On oriente, dans la mesure du possible, la trajectoire dans le sens du mouvement. L'abscisse curviligne est liée au temps par la relation $s = f(t)$, appelée *équation horaire* du mouvement.

2.4 Vecteur vitesse d'un point

La rapidité avec laquelle un mobile change de position est indiquée par sa *vitesse* (vecteur vitesse). On distingue vitesse *moyenne* et vitesse *instantanée*.

2.4.1 Vitesse moyenne

La vitesse moyenne v_m est la distance d parcourue divisée pas la durée t :

$$v_\mathrm{m} = \frac{d}{t}.$$

Si un point mobile se trouve en M_1 à l'instant t_1 et en M_2 à l'instant t_2, la vitesse moyenne au cours du déplacement de M_1 vers M_2 s'écrit :

$$\boxed{v_\mathrm{m} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}}$$

Remarque : on note usuellement par Δx la différence de la valeur finale de la grandeur x et de sa valeur initiale : $\Delta x = x_\mathrm{final} - x_\mathrm{initial}$.

Unité S.I. de la vitesse : $1\,\mathrm{m/s}$.

Autre unité : $1\,\mathrm{km/h}$.

Transformations : $1\,\mathrm{km/h} = \frac{1000}{3600}\,\mathrm{m/s} = \frac{1}{3{,}6}\,\mathrm{m/s} \Leftrightarrow 1\,\mathrm{m/s} = 3{,}6\,\mathrm{km/h}$.

2.4.2 Vitesse instantanée algébrique

La vitesse instantanée donne des renseignements plus précis que la vitesse moyenne : elle définit la vitesse du mobile à chaque instant !

Si au cours d'un intervalle de temps Δt la vitesse ne varie pas d'un instant à l'autre, c'est-à-dire qu'elle est constante, il est évident que pour cet intervalle de temps, la vitesse instantanée à chaque instant est égale à la vitesse moyenne.

Si par contre la vitesse varie d'un instant à l'autre, la vitesse instantanée s'obtient en réduisant la distance sur laquelle la vitesse est mesurée de sorte qu'on puisse admettre que la vitesse ne varie plus sur cette distance tellement petite. La durée mesurée devient plus petite aussi et la vitesse instantanée en un point M est :

$$v_M = \frac{\text{distance très petite}}{\text{durée très petite}}$$

$$v_M = \frac{\delta s}{\delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Signe de la vitesse instantanée :

- Si le mouvement s'effectue dans le sens positif, $\delta s > 0$ et $v_M > 0$.
- Si le mouvement s'effectue dans le sens négatif, $\delta s < 0$ et $v_M < 0$.

2.4.3 Vecteur vitesse

On définit un vecteur vitesse moyenne entre M_1 et M_2 par :

$$\vec{v}_{\mathrm{m}} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t}.$$

Introduisons l'origine O du repère (figure 2.5) et utilisons la relation de Chasles :

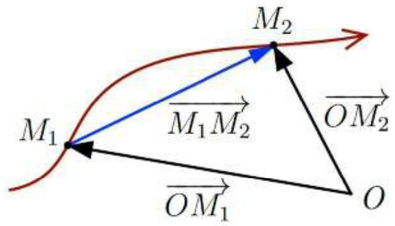


FIGURE 2.5 – Vecteur déplacement

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{M_1O} + \overrightarrow{OM_2} = \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1} = \Delta\overrightarrow{OM}$$

alors :

$$\vec{v}_{\mathrm{m}} = \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}.$$

Quand $\Delta t \to 0$, les points M_1 et M_2 se rapprochent pour donner un point M et la direction de $\vec{v}_m$ devient la direction de la tangente à la trajectoire en M. Le vecteur vitesse moyenne devient le vecteur vitesse instantanée en M (figure 2.6) :

$$\boxed{\vec{v}_M = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{\delta\overrightarrow{OM}}{\delta t}} \tag{2.1}$$

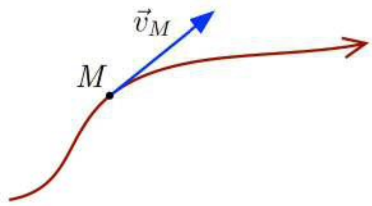


FIGURE 2.6 – Vecteur vitesse instantanée

Propriétés du vecteur vitesse instantanée :

- direction : la tangente à la trajectoire en M ;
- sens : celui du mouvement ;
- intensité (norme) : $v_M = \|\vec{v}_M\| = \left|\dfrac{\delta s}{\delta t}\right|$.

2.4.4 Coordonnées du vecteur vitesse instantanée

Dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ le vecteur $\vec{v}$ s'exprime par :

$$\vec{v} = v_x\,\vec{\imath} + v_y\,\vec{\jmath} + v_z\,\vec{k}.$$

L'intensité v est reliée aux coordonnées v_x, v_y, v_z par la relation de Pythagore :

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2 + {v_z}^2}.$$

Dans le cas d'un mouvement plan (figure 2.7), les expressions se simplifient : $\vec{v} = v_x\,\vec{\imath} + v_y\,\vec{\jmath}$ et $v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$.

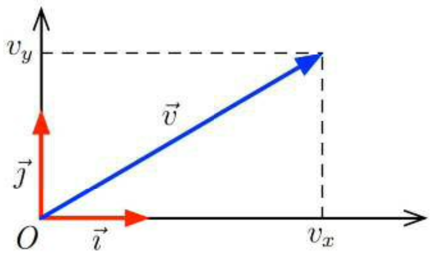


FIGURE 2.7 – Vecteur vitesse dans un plan

2.4.5 Exercices

Exercice 2.2 Lors d'une course cycliste contre la montre, un coureur parcourt dans une première partie 22 km en 30 min. Puis la seconde partie de 48 km est faite en 1 h 30 min.

1. Quelle est la vitesse moyenne du coureur sur la première partie ?
2. Quelle est la vitesse moyenne du coureur sur la deuxième partie ?
3. Quelle est la vitesse moyenne du coureur sur l'ensemble de l'épreuve ?

Exercice 2.3 Afin de contrôler le bon fonctionnement de l'indicateur de vitesse de son automobile, un conducteur chronomètre une durée de 28 s pour parcourir 1 km sur l'autoroute.

1. Quelle est la vitesse moyenne correspondant à cette observation ?
2. L'automobiliste lit 130 km/h sur son indicateur de vitesse. La précision de cette indication est de 5 %.
   Que peut-en conclure l'automobiliste ?

2.5 Accélération

Lorsque la vitesse $\vec{v}$ d'un mobile change au cours du temps, on aimerait connaître la rapidité avec laquelle elle change. C'est l'*accélération* $\vec{a}$ du mobile qui nous donne cette information.

L'accélération indique de combien la vitesse $\vec{v}$ varie en 1 seconde. La vitesse peut varier en intensité et en direction. Une forte accélération a (intensité de $\vec{a}$) signifie donc que la vitesse varie vite, une faible accélération signifie qu'elle varie lentement. L'accélération indique la *rapidité de variation de la vitesse.*

On distingue l'accélération *moyenne* $\vec{a}_\mathrm{m}$ au cours d'un intervalle de temps Δt, et l'accélération *instantanée* $\vec{a}$ à un instant donné.

2.5.1 Accélération moyenne

Quand la vitesse d'un mobile varie entre $\vec{v}_1$ à la date t_1 et $\vec{v}_2$ à la date t_2, le vecteur accélération moyenne est :

$$\boxed{\vec{a}_\mathrm{m} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}} \tag{2.2}$$

Unité S.I. de l'accélération : $1\,\mathrm{m/s^2}$.

L'accélération d'un mobile dont la vitesse varie de $1\,\mathrm{m/s}$ en $1\,\mathrm{s}$ est $1\,\mathrm{m/s^2}$.

2.5.2 Accélération instantanée

De la même façon que la vitesse instantanée, on définit le vecteur accélération instantanée :

$$\boxed{\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\delta \vec{v}}{\delta t}} \tag{2.3}$$

En général, le vecteur accélération n'est pas tangent à la trajectoire.

Exercice 2.4 Calcule l'accélération dans les cas suivants :

1. Une voiture accélère sur une route rectiligne de $30\,\mathrm{km/h}$ à $90\,\mathrm{km/h}$ en $8\,\mathrm{s}$.
2. Un navire animé d'un mouvement rectiligne de vitesse $20\,\mathrm{km/h}$ met $1\,\mathrm{min}$ pour arriver au repos.

2.6 Mouvements rectilignes

Un mouvement est rectiligne si sa trajectoire est une droite. Dans ce cas, nous pouvons choisir un repère à une dimension $(O, \vec{\imath})$ de même direction que la trajectoire.

La position du mobile devient : $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{\imath}$.

Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire : $\vec{v} = v_x\,\vec{\imath}$. La variation du vecteur vitesse et, par conséquent, l'accélération sont sur l'axe du repère (figure 2.8) : $\vec{a} = a_x\,\vec{\imath}$.

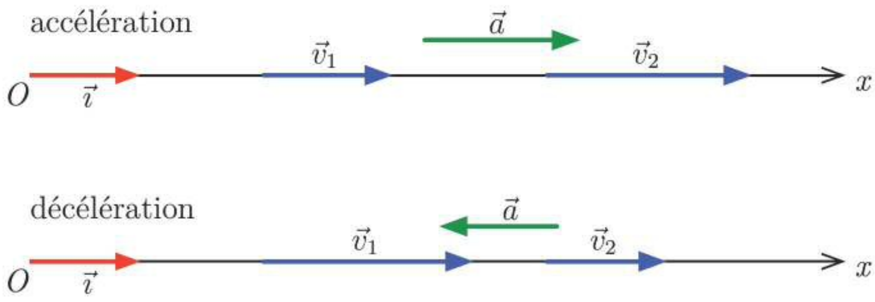


FIGURE 2.8 – Mouvement rectiligne

2.6.1 Mouvement rectiligne uniforme

Un mouvement est rectiligne uniforme (MRU) si la trajectoire est une droite et si la vitesse est une constante.

La relation (2.2) permet de calculer l'accélération moyenne :

$$a_{\mathrm{m}x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{0}{\Delta t} = 0$$

car $v_{2x} = v_{1x} =$ constante.

Ce résultat est vrai aussi dans la limite $\Delta t \to 0$; il en suit que $a_x = 0$ à tout instant. La vitesse est constante : $v_x = v_{\mathrm{m}x} = v_{0x} =$ constante.

Nous allons déterminer l'équation horaire par la méthode de « l'aire ». La représentation $v_x = f(t)$ est une droite horizontale (figure 2.9).

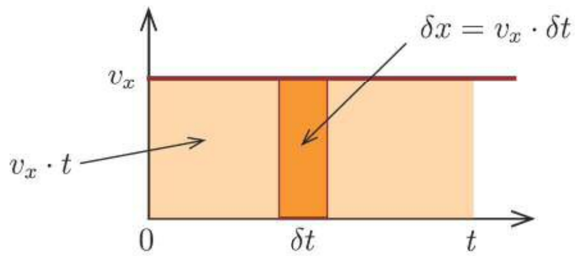


FIGURE 2.9 – Mouvement rectiligne uniforme

L'expression (2.1) de la vitesse instantanée donne :

$$v_x = \frac{\delta x}{\delta t} \Longrightarrow \delta x = v_x\, \delta t.$$

L'aire du petit rectangle (on dit rectangle *élémentaire*) de largeur δt et de longueur v_x est $v_x\, \delta t$. Cette *aire élémentaire* est égale à la distance δx parcourue pendant le temps δt avec la vitesse v_x. La distance totale parcourue entre $t = 0$ et t est donnée par l'aire totale du rectangle pour cet intervalle de temps : $v_x\, t$.

Soit x_0 la position du mobile à la date $t = 0$. Pour obtenir sa position à la date t il suffit d'ajouter la distance parcourue :

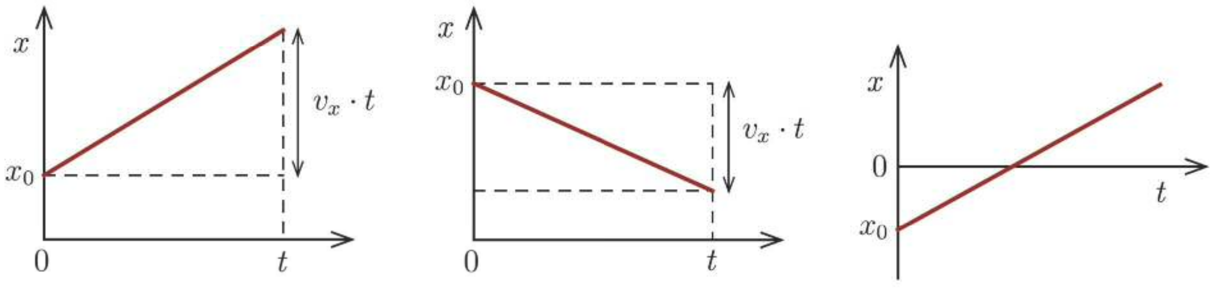
$$x = v_x\, t + x_0.$$

Cette relation est l'équation horaire du MRU.

Lois horaires du MRU *Les équations horaires qui régissent le mouvement rectiligne uniforme sont :*

$$\boxed{\begin{aligned} x &= v_x\, t + x_0 \\ v_x &= v_{0x} = \text{constante} \\ a_x &= 0 \end{aligned}}$$

Connaissant la position initiale et la vitesse du mobile, on peut déterminer sa position à toute date. La figure 2.10 montre les représentations $x = f(t)$ de quelques cas particuliers.



(a) $v_x > 0$ (b) $v_x < 0$ (c) $v_x > 0$

FIGURE 2.10 – Représentations $x = f(t)$ de quelques MRU

2.6.2 Mouvement rectiligne uniformément varié

Un mouvement est rectiligne uniformément varié (MRUV) si la trajectoire est une droite et si le vecteur accélération est constant, porté par la trajectoire.

L'accélération est constante : $a_x = a_{\mathrm{m}x} = a_{0x} = \text{constante}$

Nous allons déterminer la loi des vitesses par la méthode de « l'aire ». La représentation $a_x = f(t)$ est une droite horizontale (figure 2.11).

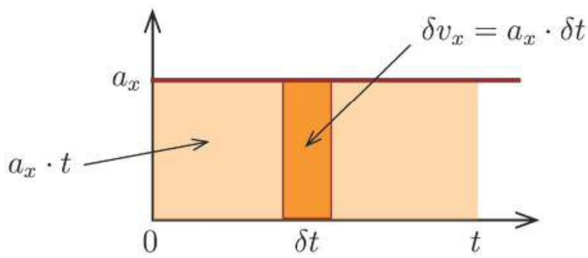


FIGURE 2.11 – Accélération constante

L'expression (2.3) de l'accélération donne :

$$a_x = \frac{\delta v_x}{\delta t} \Longrightarrow \delta v_x = a_x\, \delta t.$$

L'aire du rectangle élémentaire de largeur δt et de longueur a_x est $a_x\,\delta t$. Cette aire élémentaire est égale à l'augmentation de la vitesse δv_x pendant le temps δt due à l'accélération. L'augmentation totale de la vitesse entre $t = 0$ et t est donnée par l'aire totale du rectangle pour cet intervalle de temps : $a_x\,t$.

Soit v_{0x} la vitesse du mobile à la date $t = 0$. Pour obtenir la vitesse du mobile à la date t il suffit d'ajouter l'augmentation de la vitesse :

$$v_x = a_x\,t + v_{0x}. \tag{2.4}$$

Par la même méthode de « l'aire » nous pouvons déterminer l'équation horaire. La représentation $v_x = f(t)$ est une droite (figure 2.12).

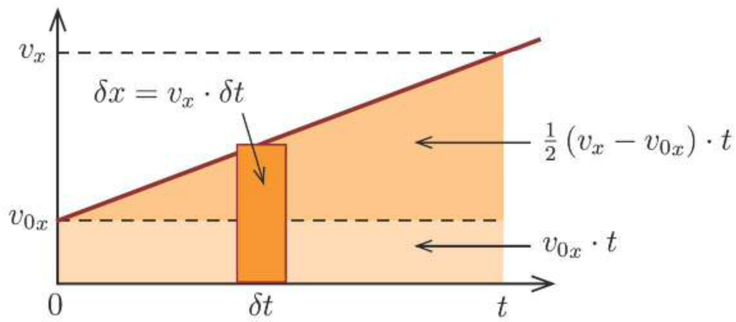


Figure 2.12 – Mouvement rectiligne uniformément varié

L'expression (2.1) de la vitesse instantanée donne :

$$v_x = \frac{\delta x}{\delta t} \Longrightarrow \delta x = v_x\,\delta t.$$

L'aire du petit rectangle élémentaire de largeur δt et de longueur v_x est $v_x\,\delta t$. Cette aire élémentaire est égale à la distance δx parcourue pendant le temps δt avec la vitesse v_x. La distance totale parcourue entre $t = 0$ et t est donnée par l'aire totale du trapèze pour cet intervalle de temps. Cette aire se décompose

$$\left|\begin{array}{ll} \text{en un rectangle d'aire :} & v_{0x}\,t \\ \text{et en un triangle d'aire :} & \frac{1}{2}\,(v_x - v_{0x})\,t. \end{array}\right.$$

L'aire totale est : $v_{0x}\,t + \frac{1}{2}\,(v_x - v_{0x})\,t$. En utilisant la relation (2.4) :

$$v_x = a_x\,t + v_{0x} \Longrightarrow v_x - v_{0x} = a_x\,t$$

nous obtenons pour l'aire totale : $v_{0x}\,t + \frac{1}{2}\,a_x\,t\,t = v_{0x}\,t + \frac{1}{2}\,a_x\,t^2$.

Soit x_0 la position du mobile à la date $t = 0$. Pour obtenir sa position à la date t il suffit d'ajouter la distance parcourue :

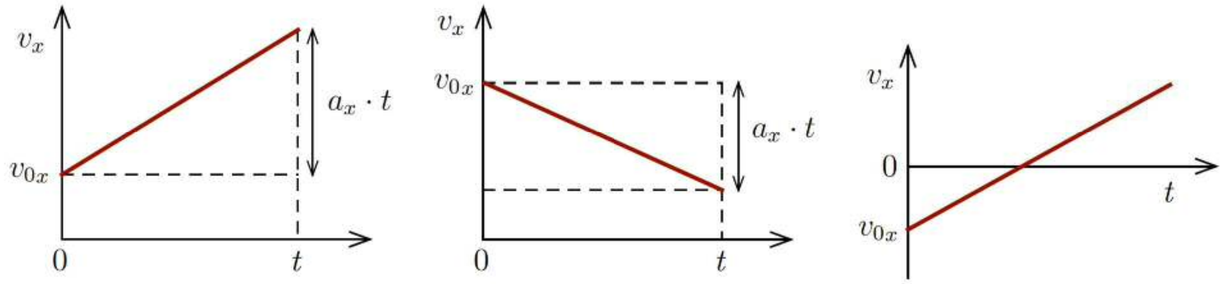
$$x = \tfrac{1}{2}\,a_x\,t^2 + v_{0x}\,t + x_0.$$

Cette relation est l'équation horaire du MRUV.

Lois horaires du MRUV *Les équations horaires qui régissent le mouvement rectiligne uniformément varié sont :*

$$\boxed{\begin{aligned} x &= \tfrac{1}{2}\, a_x\, t^2 + v_{0x}\, t + x_0 \\ v_x &= a_x\, t + v_{0x} \\ a_x &= a_{0x} = \text{constante} \end{aligned}}$$

Connaissant la position initiale, la vitesse initiale et l'accélération du mobile, on peut déterminer sa position et sa vitesse à toute date. La figure 2.13 montre les représentations $v_x = f(t)$ de quelques cas particuliers.



(a) $a_x > 0$ (b) $a_x < 0$ (c) $a_x > 0$

FIGURE 2.13 – Représentations $v_x = f(t)$ de quelques MRUV

En éliminant le temps dans les équations du mouvement, on obtient une relation entre vitesse et position :

$$v_x = a_x\, t + v_{0x} \Longrightarrow t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$$

d'où :

$$\begin{aligned} x &= \tfrac{1}{2}\, a_x \left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right)^2 + v_{0x} \left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right) + x_0 \\ &= \tfrac{1}{2}\, \frac{{v_x}^2 - 2\, v_x\, v_{0x} + {v_{0x}}^2}{a_x} + \frac{v_{0x}\, v_x - {v_{0x}}^2}{a_x} + x_0 \\ &= \frac{{v_x}^2 - 2\, v_x\, v_{0x} + {v_{0x}}^2 + 2\, v_{0x}\, v_x - 2\, {v_{0x}}^2}{2\, a_x} + x_0 \\ &= \frac{{v_x}^2 - {v_{0x}}^2}{2\, a_x} + x_0 \end{aligned}$$

donc :

$$x - x_0 = \frac{{v_x}^2 - {v_{0x}}^2}{2\, a_x}$$

et finalement :

$$\boxed{{v_x}^2 - {v_{0x}}^2 = 2\, a_x\, (x - x_0)}$$

2.6.3 Exercices

Exercice 2.5 Une voiture part du repos et atteint 100 km/h en 12 s avec une accélération constante. Ensuite elle roule à vitesse constante pendant 30 s. Quelle est la distance totale parcourue ? Calcule la décélération nécessaire pour qu'elle s'arrête en 5 s.

Exercice 2.6 Un cycliste grimpe un col de longueur d à la vitesse moyenne $v = 18\,\text{km/h}$, puis sans s'arrêter, redescend le même col à la vitesse moyenne $v' = 42\,\text{km/h}$.

1. Calcule la vitesse moyenne du cycliste pour cet aller-retour.
2. Sachant que le temps total du parcours est de 1 h 40 min, calcule la longueur d du col et les temps mis pour effectuer l'ascension, la descente.

Exercice 2.7 Deux piétons A et B se déplacent dans le même sens sur une route rectiligne. La vitesse de A est 5,4 km/h, celle de B est 3,6 km/h. La distance qui les sépare à $t = 0$ est 80 m, B étant en avance sur A.

1. À quelle date t A dépassera-t-il B ?
2. Quelle sera alors la distance parcourue par chaque piéton depuis l'instant $t = 0$?
3. Représenter sur un graphique la distance séparant les piétons en fonction du temps.

Exercice 2.8 Deux mobiles M et M' se déplacent sur un axe $x'x$. Leurs abscisses respectives sont $x = 2t - 2$, $x' = -3t + 4$ (x et x' en m, t en s).

1. Que peut-on dire des mouvements de M et M' ?
2. Quelles sont les valeurs de leurs vitesses ?
3. À quelle date les deux mobiles se rencontrent-ils ?
4. À quelles dates sont-ils distants de 2 m ?

Exercice 2.9 Un voyageur arrive sur le quai de la gare à l'instant où son train démarre. Le voyageur, qui se trouve à une distance $d = 25\,\text{m}$ de la portière, court à la vitesse constante $v_1 = 24\,\text{km/h}$. Le train est animé d'un mouvement rectiligne d'accélération constante $a = 1{,}2\,\text{m/s}^2$.

1. Le voyageur pourra-t-il rattraper le train ?
2. Dans le cas contraire, à quelle distance minimale de la portière parviendra-t-il ?

Exercice 2.10 Une automobile se trouvant à 5 m devant un feu rouge démarre avec une accélération $a = 2{,}5\,\text{m/s}^2$ lorsque le feu passe au vert. À cet instant, un camion roulant à la vitesse $v = 45\,\text{km/h}$ se trouve à une distance $d = 25\,\text{m}$ du feu devant celui-ci. Il maintient sa vitesse constante. Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile, puis celle-ci va dépasser le camion. On choisit comme origine des dates l'instant où le feu passe au vert, et comme origine des espaces, la position du feu tricolore. Déterminer :

1. les dates des dépassements ;

2. les abscisses des dépassements ;
3. les vitesses de l'automobile à ces instants.

Exercice 2.11 Robin des Bois aperçoit Marianne qui a faussé compagnie au vilain shérif de Nottingham et qui s'éloigne en courant dans la forêt à une vitesse constante de 9 km/h. Au moment où il l'aperçoit, la belle a 50 m d'avance sur lui. On suppose que Robin des Bois avance à vitesse constante de 18 km/h sur son cheval au moment où il aperçoit Marianne.

Vous choisirez comme origine des temps le départ de Robin des Bois et comme origine des espaces sa position à $t = 0$.

1er cas :

On suppose que Robin continue à la même vitesse. Au bout de combien de temps rejoindra-t-il Marianne ?

2^{e} cas :

On suppose qu'au moment où il aperçoit Marianne, Robin accélère et décrit un MRUV tel que sa vitesse passe de 18 à 36 km/h en 5 s. Au bout de combien de temps rejoindra-t-il Marianne ?

Exercice 2.12 Nestor Boyau arrive en retard en courant à vitesse constante de 5 m/s sur le quai de la gare ; alors que le train s'apprête à partir, Nestor se trouve 50 m derrière lui. Le train accélère de telle manière qu'il passe de 0 à 36 km/h en 10 s.

1. Montrez que Nestor ne peut pas rattraper le train.
2. Calculez la vitesse minimale que Nestor devrait avoir pour rattraper le train. Qu'en pensez-vous ? (Le record du monde sur 200 m est de l'ordre de 20 s.)
3. Déterminez la date et le lieu de la rencontre.

Exercice 2.13 Juliette fait du jogging dans la forêt. Elle passe à vitesse constante de 12,6 km/h devant Roméo assis sur son cheval. Lorsque Juliette a 20 m d'avance, Roméo fait partir son cheval d'un mouvement accéléré qui le fait passer en 5 s à une vitesse de 10 m/s.

Vous choisirez comme origine des temps le départ de Roméo et comme origine des espaces sa position à $t = 0$.

1. Au bout de combien de temps rejoindra-t-il Juliette ?
2. Quelle distance aura-t-il parcourue ?
3. Quelle sera alors sa vitesse (on suppose que le cheval continue son mouvement rectiligne uniformément accéléré) ?

Exercice 2.14 Lors de sa première traversée, en juillet 1952, le paquebot United States a gagné le ruban bleu pour avoir effectué la traversée la plus rapide de l'Atlantique entre New York et Cornwall au Royaume-Uni. Le voyage avait duré 3 jours 10 h 40 min avec une vitesse moyenne de 34,5 nœud (65,5 km/h), c'est-à-dire 10 h 2 min de moins que le record que détenait depuis 14 ans le Queen Mary. Quelle était la vitesse moyenne du Queen Mary ?

Exercice 2.15 Un oiseau vole vers le nord à 20 m/s pendant 15 s. Il se repose pendant 5 s puis vole vers le sud à 25 m/s pendant 10 s. Déterminez, la vitesse moyenne pour la totalité de son voyage.

Exercice 2.16 Une automobile et un camion se déplacent initialement dans la même direction à 20 m/s, le camion ayant 38 m d'avance. L'automobile accélère à un taux constant de $2\,\mathrm{m/s^2}$, dépasse le camion, et se rabat dans la voie de droite lorsqu'elle se trouve à 11 m devant le camion. Quelle distance a parcourue le camion durant ce temps ?

Exercice 2.17 Le train A a une longueur de 1 km et roule à 50 m/s. Le train B a une longueur de 0,5 km et démarre juste à l'instant où l'arrière du train A passe au niveau de l'avant du train B. Le train B a une accélération de $3\,\mathrm{m/s^2}$ et une vitesse maximale de 60 m/s.

1. À quel instant B dépasse-t-il A, c'est-à-dire à quel instant l'arrière de B dépasse-t-il l'avant de A ?
2. Quelle distance le train A a-t-il parcourue pendant ce temps ?

Exercice 2.18 Un T.G.V. roule sur une voie rectiligne à la vitesse de 260 km/h. La longueur du convoi vaut 400 m. Un hélicoptère, de longueur négligeable, vole à 300 km/h au-dessus de la voie ferrée dans le sens inverse du TGV. Le TGV et l'hélicoptère se croisent sur la voie rectiligne. Calculer le temps pendant lequel l'hélicoptère va rester à au-dessus du TGV.

Exercice 2.19 Un automobiliste roule sur un tronçon d'autoroute rectiligne à la vitesse de 130 km/h. Soudain, un obstacle fixe apparaît sur la voie à une distance de 120 m. Le conducteur freine immédiatement et réduit sa vitesse à 105 km/h au bout d'une durée de 1 s. On suppose la décélération de l'automobile constante.

1. Calculer la valeur de la décélération.
2. À quelle distance de l'obstacle la voiture va-t-elle s'arrêter ?

Exercice 2.20 La plus grande vitesse atteinte par un être humain est de 12,5 m/s. C'est Robert Hayes qui a réalisé cet exploit pendant une course. Une Porsche 911 Turbo peut atteindre 96 km/h en 4,6 s. Supposons que Hayes puisse maintenir sa vitesse maximale et que l'automobile démarre juste au moment où il arrive à sa hauteur.

1. Où et quand va-t-elle le rattraper ?
2. Quelles sont leurs vitesses à ce point ?