

Problème 1 (poids 2)

1. On considère la fonction $f : x \mapsto y = \frac{x^2}{-x+2}$.

- Déterminer les points P et Q du graphe de f dont l'ordonnée vaut 1.
- Faire une étude complète de cette fonction.
- Le graphe de f , son asymptote oblique et les droites verticales d'équation $x = -2$ et $x = 1$ délimitent une surface fermée. Hachurer cette surface et calculer son aire.

2. On considère encore la fonction $g : x \mapsto y = \ln(f(x))$.

- En tirant parti de l'étude de la fonction f et de la réponse à la question a), déterminer :
 - le domaine de définition de la fonction g ;
 - les intersections du graphe de g et de l'axe des abscisses ;
 - les asymptotes verticales du graphe de g .

Calculer les images par g de $x = -4$, $x = -3$ et $x = -1$, puis dessiner le graphe de g dans un nouveau repère.

c) Vérifier que $g'(x) = \frac{x-4}{x(x-2)}$.

- Déterminer une équation de la tangente t au graphe de g en son point d'abscisse -2 . Représenter finalement t sur le dessin précédent.

Problème 2 (poids 2)

Remarque : Pour tous les dessins de ce problème, utiliser la feuille annexée (page 4).

1. On considère le plan π d'équation $2x - y + 2z - 8 = 0$ ainsi que les points $A(3;2;2)$, $B(7;6;0)$ et $C(5;10;4)$, tous inclus dans le plan π .
 - a) Dessiner les traces du plan π .
 - b) Vérifier que le triangle ABC est isocèle et rectangle puis calculer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un carré.
2. La sphère s de centre $E(8;4;7)$ passe par le point A .
 - c) Trouver une équation cartésienne de la sphère s et vérifier que cette sphère passe aussi par les points B et C .
 - d) Trouver les coordonnées du centre F et le rayon du cercle d'intersection de s et π .
3. La droite t est incluse dans le plan π et tangente à la sphère s en C .
 - e) Trouver des équations paramétriques de la droite t .
 - f) Dessiner la droite t et ses traces dans le sol et le mur.
 - g) Trouver des équations paramétriques de l'autre droite du plan π tangente à la sphère s et parallèle à t .
4. On donne la droite $d : \begin{cases} x = 6 + \lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 0 \end{cases}$ incluse dans le sol.
 - h) Calculer les coordonnées des points d'intersection G et H de d et de la sphère s .
 - i) Dessiner d , G et H .

Problème 3 (poids 1)

Un examen comprend 10 questions. Pour chaque question, 3 réponses sont proposées, dont une seule est la bonne. Pour réussir l'examen, il faut répondre correctement à au moins 9 questions.

L'étudiant Albert se présente à l'examen sans préparation et répond au hasard à chaque question.

- Quelle est la probabilité qu'il réponde correctement à au moins une question ?
- Quelle est la probabilité qu'il réponde correctement à exactement 3 questions ?
- Combien de réponses de l'étudiant Albert faut-il corriger pour que la probabilité d'en trouver au moins une bonne soit égale à $\frac{665}{729}$?

L'étudiant Bernard a préparé son examen de telle manière que pour chaque question,

- la probabilité qu'il réponde au hasard est égale à $\frac{1}{10}$;
- la probabilité qu'il ne réponde pas au hasard est égale à $\frac{9}{10}$ et, dans ce cas, on admet qu'il réponde correctement.

Il se présente à l'examen.

- Quelle est la probabilité qu'il réponde correctement à la première question ?
- Quelle est la probabilité que parmi ses deux premières réponses une seule soit juste ?
- Sachant que sa première réponse est juste, calculer la probabilité qu'il n'ait pas répondu au hasard à la première question.
- Quelle est la probabilité qu'il réussisse l'examen ?
- Sachant qu'un seul des étudiants Albert et Bernard a répondu correctement à la première question, calculer la probabilité que ce soit Bernard.

LYCÉE DENIS-DE-ROUGEMONT
Neuchâtel et Fleurier

Nom et prénom :

Classe ou groupe :

EXAMEN DE MATURITÉ
Mathématiques niveau 1
Session 2005

