



LYCÉE JEAN-PIAGET  
NEUCHÂTEL

EXAMEN DE MATURITÉ

3M

MAI - JUIN 2008

# MATHEMATIQUES

## Niveau 1

---

**Matériel distribué :** Un grand cahier pour la rédaction des solutions.

**Matériel personnel :** Calculatrice autorisée & "Formulaires et tables" de CRM  
(sans annotation)

**Consignes à respecter strictement :**

- Durant l'examen, aucun matériel ne circule d'un étudiant à l'autre.
- Les solutions seront rédigées proprement au stylo ou à l'encre sur les pages de droite du cahier des solutions; les pages de gauche seront réservées aux essais et brouillons.
- Toute réponse doit être justifiée.

**Remarque :**

Dans la correction de votre épreuve, il sera tenu compte de la clarté et de la rigueur de vos développements ainsi que de la qualité de votre présentation.

Exercice A : GÉOMÉTRIE DANS LE PLAN

Soit la droite  $d$  de vecteur directeur  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  qui passe par le point  $A(2 ; 8)$ .

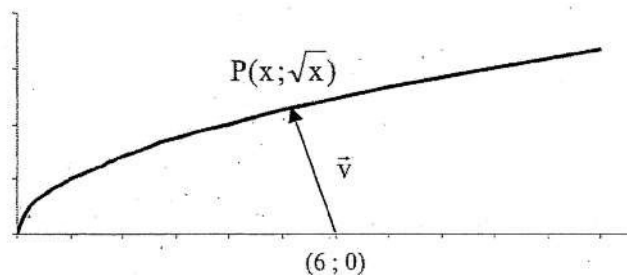
Soit le cercle  $\mathcal{C} : (x - x_0)^2 + (y - 5)^2 = 100$  de centre  $K$ .

1. Représenter les éléments connus dans un dessin précis.
2. Déterminer l'équation de la droite  $d$ .
3. Déterminer  $x_0 > 0$  pour que la droite  $d$  et le cercle  $\mathcal{C}$  soient tangents au point  $T$ .
4. Déterminer les coordonnées du point de tangence  $T$ .
5. Calculer l'angle entre les vecteurs  $\vec{OK}$  et  $\vec{AK}$ .

Exercice B : GÉOMÉTRIE VECTORIELLE

1. Que doit valoir  $k$  pour que les deux vecteurs  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ k-2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ k+1 \end{pmatrix}$  soient perpendiculaires ?
2. Que vaut  $\lambda$  si l'aire du parallélogramme construit sur  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2\lambda \\ -3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ \lambda-1 \end{pmatrix}$  est égale à 12 ?

3. Soit le vecteur  $\vec{v}$  donné dans le dessin ci-contre.  
Déterminer les coordonnées du point  $P$  tel que  $\|\vec{v}\|$  soit minimale.





Exercice C : ANALYSE : Fonction homographique

Soit la fonction  $f(x) = \frac{ax+3}{x+3}$

1. Quelle est la valeur de  $a$  pour que le point  $P(5 ; 6)$  appartienne au graphe de la fonction ?
2. Quelle est la valeur de  $a$  pour que la droite  $y = -3$  soit l'asymptote horizontale du graphe ?
3. Quelle est la valeur de  $a$  pour que la pente de la tangente en  $x = 3$  soit égale à  $\frac{1}{3}$  ?
4. Poser  $a = -4$  et dessiner le graphe.

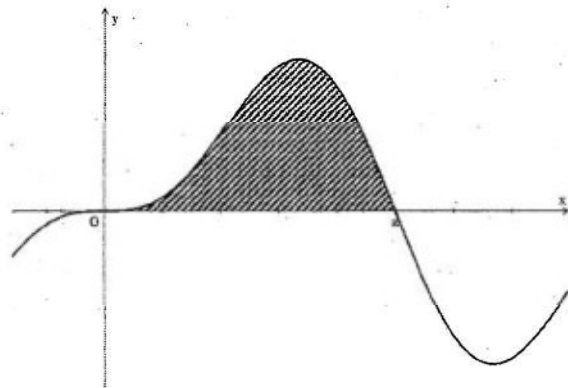
Exercice D : ANALYSE : Etude de fonction - Intégrale

**A)** Soit la fonction  $f(x) = e^{x/2} (x^2 - 2x - 3)$

1. Etude de la fonction (zéros, comportement asymptotique, croissance, et esquisse du graphe).
2. Déterminer  $F(x)$ , une primitive de  $f(x)$  par une méthode d'intégration adaptée ou bien  
en admettant que la primitive  $F(x)$  soit de la forme  $ke^{x/2} (ax^2 + bx + c)$ , déterminer les valeurs des coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $k$ .
3. Calculer l'aire comprise entre la courbe et l'axe des abscisses sur l'intervalle  $[-1 ; 3]$

**B)** Calculer :  $\int_0^{\pi} (2\sin x - \sin 2x) dx$

illustrée ci-contre.





Exercice E : *PROBABILITES*

En vue de l'Eurofoot, l'entreprise NEUCH@FOOT, sur ses deux sites de production de La Tène et du Val-de-Travers, produit des fanions et des casquettes aux couleurs nationales.

La Tène fabrique 40% de la production totale.

A La Tène, on sort chaque jour 35% de fanions dont 3% sont défectueux et 65 % de casquettes dont 5% de défectueuses.

Au Val-de-Travers on sort quotidiennement 45% de fanions, tous propres à la vente et 55% de casquettes dont seulement 2% sont défectueuses.

I. Donner une représentation de l'univers par un arbre.

L'entreprise dispose d'un système de contrôle de la qualité ISOFOOT 08 qui nécessite chaque jour de tirer au hasard un article de la production réunie des deux sites.

II. Lors de ce prélèvement de contrôle journalier, calculer la probabilité des événements suivants :

*(réponses en % à 2 décimales)*

1. L'article tiré est un fanion.
2. L'article tiré est défectueux et produit par La Tène.
3. L'article tiré est une casquette défectueuse.
4. L'article tiré est un fanion sachant qu'il n'est pas défectueux.
5. L'article tiré est défectueux sachant que c'est un fanion du Val-de-Travers.
6. a) L'article tiré est une casquette propre à la vente et produite au Val-de-Travers.  
b) L'article tiré est une casquette propre à la vente et produite à La Tène

III. Le 15 juin, vous assistez au match SUISSE-PORTUGAL au stade Saint-Jacques de Bâle, vous rencontrez 10 neuchâtelois portant casquette NEUCH@FOOT...

1. Montrer que pour les casquettes propres à la vente, 56,7 % proviennent du Val-de-Travers et 43,3 % de La Tène.
2. Calculer la probabilité qu'au moins une de ces casquettes ait été produite à La Tène.
3. Calculer la probabilité qu'exactement 5 proviennent de La Tène et 5 du Val-de-Travers.