Examen d'admission de l'École de culture générale et de commerce 1^{e} année

CORRIGE

Problème 1

$110\,m^2 = 110 \cdot 10^{-6}\,km^2 = \underline{\underline{0{,}00011\,km^2}}.$

$110\,m^2 = 110 \cdot 10^{4}\,cm^2 = \underline{\underline{1'110'000\,cm^2}}.$

Problème 2

On a $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$, $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$, $\frac{3}{5} - \frac{3}{10} = \frac{6}{10} - \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$ et $\left(\frac{3}{5} - \frac{3}{10}\right) : \frac{2}{3} = \frac{3}{10} : \frac{2}{3} = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{20}$.

Ainsi, $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{10}\right) : \frac{2}{3} = \frac{1}{4} + \frac{9}{20} = \frac{5}{20} + \frac{9}{20} = \frac{14}{20} = \underline{\underline{\frac{7}{10}}}.$

Problème 3

$$3 \cdot \left[8 - \underbrace{7 \cdot 5}_{35} + \underbrace{(-15) \cdot 2}_{-30}\right] + \underbrace{(13-11)}_{2}{}^2 = 3 \cdot \left[\underbrace{8 - 35 - 30}_{-53}\right] + \underbrace{2^2}_{4} = \underbrace{3 \cdot (-53)}_{-159} + 4 = -159 + 4 = \underline{\underline{-155.}}$$

Problème 4

En utilisant la relation $1\,l = 1\,dm^3$, on a $33\,cl = \underline{\underline{0{,}33\,l}} = 0{,}33\,dm^3 = 0{,}33 \cdot 10^6\,mm^3 =$ $= \underline{\underline{330'000\,mm^3}}.$

Problème 5

On utilise la règle de 3:

CHF	€
8	5
112	$\frac{112 \cdot 5}{8} = \underline{\underline{70\,€}}.$

Problème 6

Nb d'habitants de la ville $= x \Longrightarrow$ Nb d'hommes $= \frac{1}{2}x = \frac{x}{2} \Longrightarrow$ Nb d'hommes qui portent une moustache $= \frac{1}{3}$ de $\frac{x}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x}{6} \Longrightarrow$ Nb d'hommes qui ont moustache + barbe + nb d'hommes qui n'ont que la moustache $= \frac{x}{6} \Longrightarrow$ Nb d'hommes qui n'ont que la moustache $=$ $= \frac{1}{2}$ de $\frac{x}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{6} = \frac{x}{12} \Longrightarrow \frac{x}{12} = 5200 \Longrightarrow x = \underline{\underline{62'400 \text{ hommes avec que la moustache}}}.$

Problème 7

$$
\begin{array}{l|l}
\dfrac{2x-7}{4} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{7x+8}{7} & \text{dénominateur commun (28)} \\
\dfrac{14x-49}{28} + \dfrac{14}{28} = \dfrac{28x+32}{28} & \cdot 28 \\
14x-49+14 = 28x+32 & \text{réduction} \\
14x-35 = 28x+32 & -28x \\
-14x-35 = 32 & +35 \\
-14x = 67 & :(-14) \\
\underline{\underline{x = -\dfrac{67}{14}}} &
\end{array}
$$

Problème 8

Soit x la contenance en litres du réservoir.

Soit t l'heure où enclencher la grande pompe.

Grande pompe : x litres en 5 heures $\Rightarrow \frac{x}{5}$ litres en 1 heure.

Petite pompe : x litres en 8 heures $\Rightarrow \frac{x}{8}$ litres en 1 heure.

Grande pompe : fonctionne 4h $\Rightarrow \frac{x}{5} \cdot 4 = \frac{4x}{5}$ litres en 4 heures.

Petite pompe : fonctionne $17-t$ heure $\Rightarrow \frac{x}{8}(17-t)$ litres en $17-t$ heures.

On doit avoir

$$
\begin{array}{l|l}
\dfrac{4x}{5} + \dfrac{x}{8}(17-t) = x & :x \\
\dfrac{4}{5} + \dfrac{1}{8}(17-t) = 1 & \text{dénominateur commun (40)} \\
\dfrac{32}{40} + \dfrac{5}{40}(17-t) = \dfrac{40}{40} & \cdot 40 \\
32 + 5(17-t) = 40 & \text{distributivité} \\
32 + 85 - 5t = 40 & \text{réduction} \\
117 - 5t = 40 & -117 \\
-5t = -77 & :(-5) \\
t = \dfrac{77}{5} = 15{,}4 &
\end{array}
$$

Comme $15{,}4h = 15h + 0{,}4h = 15h + 24min = 15h24min$, on en conclut qu'il faut enclencher la petite pompe à $\underline{\underline{15h24min}}$.

Problème 9

a) $\begin{cases} 3x+6y=21 \\ 2x-y=4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 1} \\ \xrightarrow{\cdot 6} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3x+6y=21 \\ 12x-6y=24 \quad + \\ \hline 15x=45 \end{array} \Rightarrow x=3.$

Avec $x=3$ dans $3x+6y=21$, on a $3\cdot 3+6y=21 \Rightarrow 9+6y=21$
$\Rightarrow 6y=12 \Rightarrow y=2.$

La solution est donc $\underline{\underline{x=3 \text{ et } y=2.}}$

b) Avec $x=3$ et $y=2$, on a $3x+6y=3\cdot 3+6\cdot 2=9+12=21$ et
$2x-y=2\cdot 3-2=6-2=4.$

Ainsi, la solution correspond bien aux équations de départ.

Problème 10

On a : $4m\cdot(3a-2)-\frac{m}{2}\cdot(2m-7)=12am-8m-m^2+\frac{7m}{2}=$
$=12am-m^2+\left(\frac{7}{2}-8\right)m=\underline{\underline{12am-m^2-\frac{9}{2}m.}}$

Problème 11

On a :

$(z-4)(z+9)=z^2-3$	distributivité
$z^2+9z-4z-36=z^2-3$	réduction
$z^2+5z-36=z^2-3$	$-z^2$
$5z-36=-3$	$+36$
$5z=33$	$:5$
$\underline{\underline{z=\frac{33}{5}}}$	

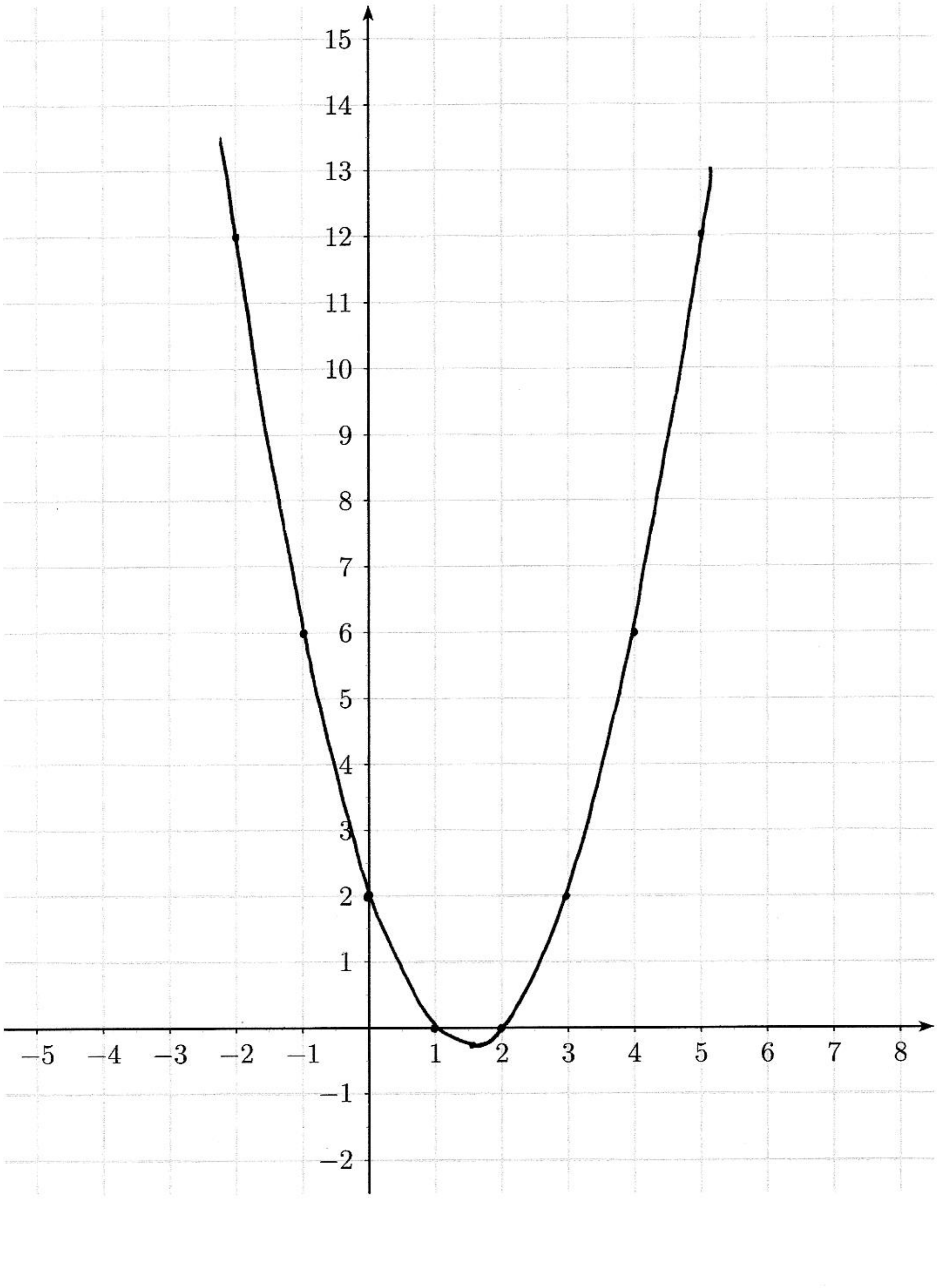
Problème 12

L'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=g(x)$ est l'ensemble des x tels que $f(x)=g(x)$. Comme $f(x)=g(x) \Rightarrow x=2$ (x est sur l'axe horizontal et est la 1re coordonnée du point d'intersection), on en conclut que l'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=g(x)$ est $\underline{\underline{x=2.}}$

Problème 13 (2 points)

Dans le repère ci-dessous, représenter les graphes de la fonction f donnée par la formule

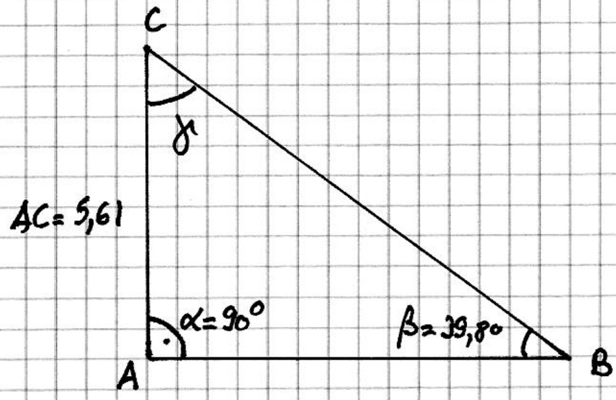
$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$



x	f(x)
0	2
1	0
2	0
3	2
4	6
-1	6
5	12
-2	12
1,5	-0,25

Problème 14

On a :



On a : $\gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 90° - 39{,}8° = \underline{\underline{50{,}2°}}$.

En outre, par rapport à β, on a BC = hyp, AC = opp et AB = adj.

Avec la formule sin=opp/hyp, on a $\sin(\beta) = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \sin(39{,}8°) = \frac{5{,}61}{BC}$

$\Rightarrow BC \cdot \sin(39{,}8°) = 5{,}61 \Rightarrow BC = \frac{5{,}61}{\sin(39{,}8°)} \cong \underline{\underline{8{,}764}}$.

Par le théorème de Pythagore, on a alors $AB^2 = BC^2 - AC^2 \cong 8{,}764^2 - 5{,}61^2 =$

$\cong 45{,}338 \Rightarrow \underline{\underline{AB \cong 6{,}733}}$.

Problème 15

Pour trouver la longueur de la hauteur EH, on peut soit utiliser des théorèmes métriques (théorème de la hauteur et théorème d'Euclide), soit calculer l'aire du triangle de 2 manières différentes (méthode utilisée ici).

On a : aire de $EFG = \frac{EF \cdot EG}{2}$ et aire de $EFG = \frac{FG \cdot EH}{2}$.

On sait que $EG = 10$ cm et $GF = FG = 15$ cm.

Par le théorème de Pythagore, on a $EF^2 = GF^2 - EG^2 = 15^2 - 10^2 = 225 - 100 = 125$

$\Rightarrow EF = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ ($\cong 11{,}18$ cm).

Ainsi : aire de $EFG = \frac{5\sqrt{5} \cdot 10}{2} = 25\sqrt{5}$ et aire de $EFG = \frac{15 \cdot EH}{2}$.

On doit donc avoir $\frac{15 \cdot EH}{2} = 25\sqrt{5} \Rightarrow 15 \cdot EH = 50\sqrt{5} \Rightarrow EH = \frac{50\sqrt{5}}{15} = \frac{10\sqrt{5}}{3} \cong 7{,}45$ cm.

Ainsi, la hauteur cherchée est, arrondie au dixième de mm, $\underline{\underline{7{,}45 \text{ cm}}}$.