



LYCEE JEAN-PIAGET

EXAMEN DE MATURITE

3M

NEUCHÂTEL

Juin 2009

# MATHEMATIQUES

## Niveau 1

**Nom :**

**Prénom :**

**Classe :**

---

**Matériel distribué :** Un grand cahier pour la rédaction des solutions & un formulaire LJP

**Matériel personnel :** Calculatrice autorisée, règle, équerre, compas, crayons et stylos

### Consignes à respecter strictement :

- Durant l'examen, aucun matériel ne circule d'un étudiant à l'autre.
- Les solutions seront rédigées proprement au stylo ou à l'encre sur les pages de droite du cahier des solutions; les pages de gauche seront réservées aux essais et brouillons.
- Toute réponse doit être justifiée.

### Remarque

Dans la correction de votre épreuve, il sera tenu compte de la clarté et de la rigueur de vos développements ainsi que de la qualité de votre présentation.

## PROBLÈME 1

### Analyse

On considère la fonction  $f(x) = \frac{4x^2 + 1}{2x}$

- 1) Donner le domaine d'existence de  $f$ .
- 2) Etablir le tableau de signe de  $f$ .
- 3) Déterminer les asymptotes de  $f$ .
- 4) Etudier la croissance de  $f$ .
- 5) Etudier la courbure de  $f$ .
- 6) Dessiner le graphe de  $f$ .

## PROBLÈME 2

### Fonction logarithme et fonction exponentielle

#### 2A.

Les deux parties ci-dessous sont indépendantes l'une de l'autre.

1) On considère la fonction  $f(x) = \ln(3 - 2x)$

Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse  $x_0 = 1$ .

2) On considère la fonction  $g(x) = \ln(ax^3 - 2x^2 + 2x)$

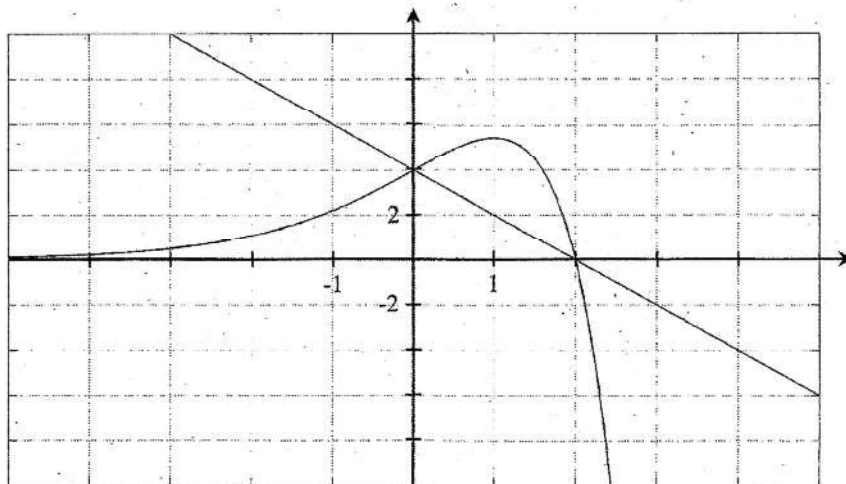
Déterminer la valeur de  $a$  pour que la fonction  $g$  admette exactement un extremum.

2B.

Considérons les fonctions

$$C: y = (-2x + 4)e^x \quad \text{et} \quad d: y = -2x + 4$$

Les fonctions  $C$  et  $d$  sont représentées sur le système d'axes ci-dessous :



- 1) A partir du graphe, donner le tableau de signe de la fonction  $C$ .
- 2) A partir du graphe, donner le tableau de croissance de la fonction  $C$ .
- 3) Vérifier par calcul que l'abscisse du maximum est  $x=1$
- 4) A partir du graphe, donner le tableau de courbure de la fonction  $C$ .
- 5) Vérifier par calcul que le point d'inflexion de la fonction se situe sur  $Oy$
- 6) Vérifier par calcul que les points  $I(0;4)$  et  $J(2;0)$  sont les points d'intersection entre  $C$  et  $d$ .
- 7) Hachurer sur le graphe la surface représentée par l'intégrale

$$S = \int_0^2 (-2x + 4)(e^x - 1) dx$$

- 8) Calculer  $S$ .



### **PROBLÈME 3**

### **Géométrie dans le plan**

Dans le plan on considère le cercle  $C_1$  d'équation  $x^2 + y^2 - 12x + 4y - 9 = 0$  et le cercle  $C_2$  de centre  $M(-5 ; 8)$  et de rayon  $r_2 = 7$ .

On considère également la droite  $d$  d'équation  $10x + 11y - 38 = 0$

- 1) Déterminer le centre  $K$  et le rayon  $r_1$  de  $C_1$
- 2) Combien d'axes de symétrie la figure formée par les cercles  $C_1$  et  $C_2$  possède-t-elle ?
- 3) Déterminer les équations de ces axes de symétrie
- 4) Calculer la distance la plus courte entre les cercles  $C_1$  et  $C_2$
- 5) Trouver les équations des tangentes  $t_1$  et  $t_2$ , à  $C_2$ , de pente  $m = 3$
- 6) Montrer que le point  $A(13 ; -2)$  appartient à  $C_1$ , déterminer ensuite l'équation de la tangente  $t_3$ , à  $C_1$ , en  $A$ .
- 7) Calculer l'angle entre la droite  $d$  et la tangente  $t_2$
- 8) Calculer l'aire du triangle  $AMK$
- 9) Représenter cette situation (points 1 à 8)



## **PROBLÈME 4**

### **Probabilités**

Selon les données d'un sondage, on estime que, en moyenne, 2 hommes sur 5 et 1 femme sur 3 fument.

#### **Partie A**

- 1) Si l'on interroge deux personnes de sexe différent, calculer la probabilité qu'une de ces personnes fume et l'autre pas.
- 2) Sur 3 hommes choisis au hasard, quelle est la probabilité qu'il y ait au moins un fumeur ?
- 3) Sur 5 hommes choisis au hasard, quelle est la probabilité qu'il y ait 2 fumeurs et 3 non-fumeurs ?
- 4) Combien de femmes faut-il choisir pour que la probabilité qu'au moins une d'entre elles fume soit supérieure à 99,5% ?

#### **Partie B**

Lors d'une descente de police dans un bar de la ville, il a été dénombré 11 femmes et 9 hommes. Une des personnes amendées pour y avoir allumé une cigarette porte le prénom (soit masculin, soit féminin), de Dominique. Calculer la probabilité que Dominique soit un homme.