GYMNASE DU BUGNON

Mathématiques

Examen d'admission de l'école de culture générale et de commerce 1^e année

CORRIGÉ

---

①

Problème 1

a) $\left[1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)\right]\cdot 3 = \left[1-\left(\frac{2}{8}+\frac{1}{8}\right)\right]\cdot 3 = \left[1-\frac{3}{8}\right]\cdot 3 = \left[\frac{8}{8}-\frac{3}{8}\right]\cdot 3 = \frac{5}{8}\cdot 3 = \frac{5}{8}\cdot\frac{3}{1} =$

$= \underline{\underline{\frac{15}{8}}}.$

b) $\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\right):\frac{2}{5} = \left(\frac{4}{12}+\frac{9}{12}\right):\frac{2}{5} = \frac{13}{12}:\frac{2}{5} = \frac{13}{12}\cdot\frac{5}{2} = \underline{\underline{\frac{65}{24}}}.$

Problème 2

$(14-12)^2+3\cdot\left(-8+7\cdot 5+(-15)\cdot 2\right)-(-1) = 2^2+3\cdot\left(-8+35-30\right)+1 =$

$= 4+3\cdot(-3)+1 = 4-9+1 = \underline{\underline{-4}}.$

Problème 3

Un quart de litre $= \frac{1}{4}\,\ell = 0{,}25\,\ell = \underline{\underline{25\,c\ell}} = 0{,}25\,dm^3 = 0{,}25\cdot 10^6\,mm^3 =$

$= \underline{\underline{250'000\,mm^3}}.$

Problème 4

On a 1 hectare $= 10'000\,m^2 = 1\,hm^2$.

Ainsi $5{,}6\,km^2 = 560\,hm^2 = \underline{\underline{560 \text{ hectares}}}.$

Problème 5

5 personnes mangeant chacune 6 crêpes $\Rightarrow$ $5\cdot 6 = 30$ crêpes.

Par la règle de 3, on a

crêpes	oeufs
20	8
30	$\frac{30\cdot 8}{20} = \underline{\underline{12 \text{ oeufs}}}.$

Problème 6

$\frac{4x-7}{4}=\frac{x}{10}-\frac{2x+1}{5}$	dénominateur commun (20)
$\frac{20x-35}{20}=\frac{2x}{20}-\frac{8x+4}{20}$	$\cdot 20$
$20x-35=2x-(8x+4)$	parenthèses
$20x-35=2x-8x-4$	réduction
$20x-35=-6x-4$	$+6x$
$26x-35=-4$	$+35$
$26x=31$	$:26$
$\underline{\underline{x=\frac{31}{26}}}$	

Problème 7

On a: $10m^2 \longleftrightarrow \frac{1}{4}$ du mélange orange $\longleftrightarrow \frac{1}{4}$ d'un bidon de mélange orange
$\longleftrightarrow \frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$ d'un bidon de jaune et $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ d'un bidon de rouge
$\longleftrightarrow \frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$ d'un bidon de jaune et $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$ d'un bidon de rouge.
Ainsi: $60m^2 \longleftrightarrow$ 1 bidon de jaune $+\frac{1}{2}$ d'un bidon de rouge.
Par conséquent, il pourrait peindre $\underline{\underline{60\,m^2}}$ (après $60m^2$, il n'a plus de jaune).

Problème 8

1ᵉ voiture: vitesse $=\frac{\text{distance}}{\text{temps}} \Longrightarrow$ distance $=$ vitesse $\cdot$ temps $=40\cdot(t-13)$, puisque la 1ᵉ voiture est partie à 13h.

2ᵉ voiture: vitesse $=\frac{\text{distance}}{\text{temps}} \Longrightarrow$ distance $=$ vitesse $\cdot$ temps $=55\cdot(t-13{,}5)$, puisque la 2ᵉ voiture est partie à 13h30.

La 2ᵉ voiture rejoindra la 1ᵉ voiture lorsque les distances effectuées seront les mêmes:

$40\cdot(t-13)=55\cdot(t-13{,}5)$	distributivité
$40t-520=55t-742{,}5$	$-55t$
$-15t-520=-742{,}5$	$+520$
$-15t=-222{,}5$	$:(-15)$
$t=14{,}83$	

La 2ᵉ voiture rejoindra donc la 1ᵉ à $14{,}83h=$ $\underline{\underline{14h\,50\text{ min}}}$.

Problème 9

a) $\begin{aligned} 4x-8y&=28 \\ 3x+2y&=5 \end{aligned}$ $\begin{aligned} &\xrightarrow{\cdot 1} \\ &\xrightarrow{\cdot 4} \end{aligned}$ $\begin{aligned} 4x-8y&=28 \\ 12x+8y&=20 \quad + \end{aligned}$

$$16x = 48 \quad | :16$$
$$x = 3$$

Avec $x=3$ dans $3x+2y=5$, on a $3\cdot 3+2y=5 \Rightarrow 9+2y=5 \Rightarrow 2y=-4$
$\Rightarrow y=-2$.
La solution est donc $x=3$ et $y=-2$.

b) Avec $x=3$ et $y=-2$, on a $4x-8y=4.3-8\cdot(-2)=12+16=28$ et
$3x+2y=3\cdot 3+2\cdot(-2)=9-4=5$.
Ainsi, la solution trouvée satisfait bien aux équations du système.

Problème 10

On a $(a+2)(b-2)+b-4b\cdot\left(a+\frac{1}{3}\right)=ab-2a+2b-4+b-4ab-\frac{4}{3}b=$
$=-3ab-2a+\left(2+1-\frac{4}{3}\right)b-4=-3ab-2a+\frac{5}{3}b-4.$

Problème 11

a)

$3x-5=4x+2-x$	réduction
$3x-5=3x+2$	$-3x$
$-5=2$	

impossible $\Rightarrow$ l'équation n'a pas de solution.

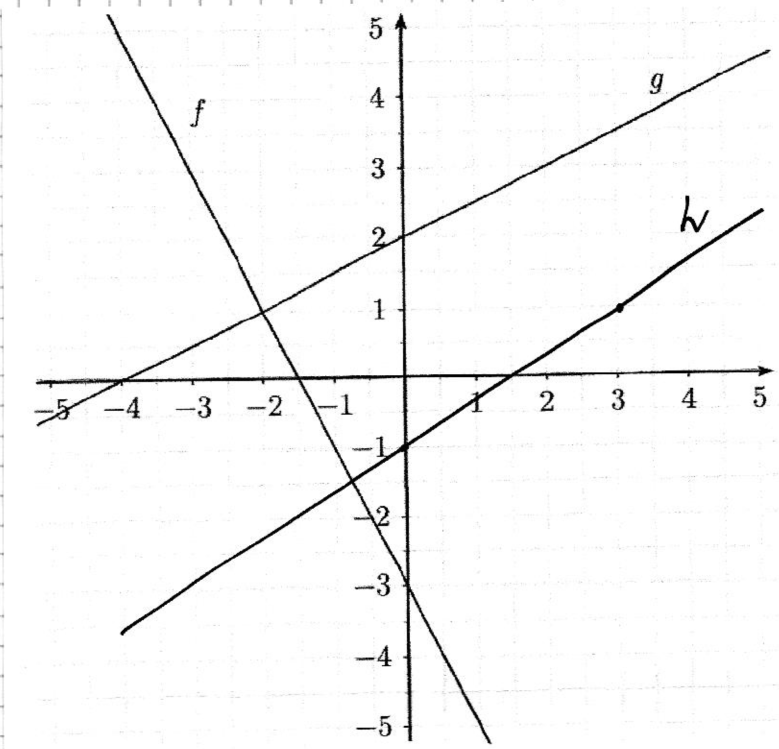
b)

$2x^2-3=(2x+1)(x+9)$	distributivité
$2x^2-3=2x^2+18x+x+9$	réduction
$2x^2-3=2x^2+19x+9$	$-2x^2$
$-3=19x+9$	-9
$-12=19x$	$:19$
$x=-\frac{12}{19}$	

Problème 12

a) L'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=g(x)$ est l'ensemble des x tels que $f(x)=g(x)$. Comme $f(x)=g(x) \Rightarrow x=-2$ (x est sur l'axe horizontal et est la 1e coordonnée du point d'intersection), on en conclut que l'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=g(x)$ est $\underline{\underline{x=-2}}$.

b)



x	$h(x)$
0	−1
3	1

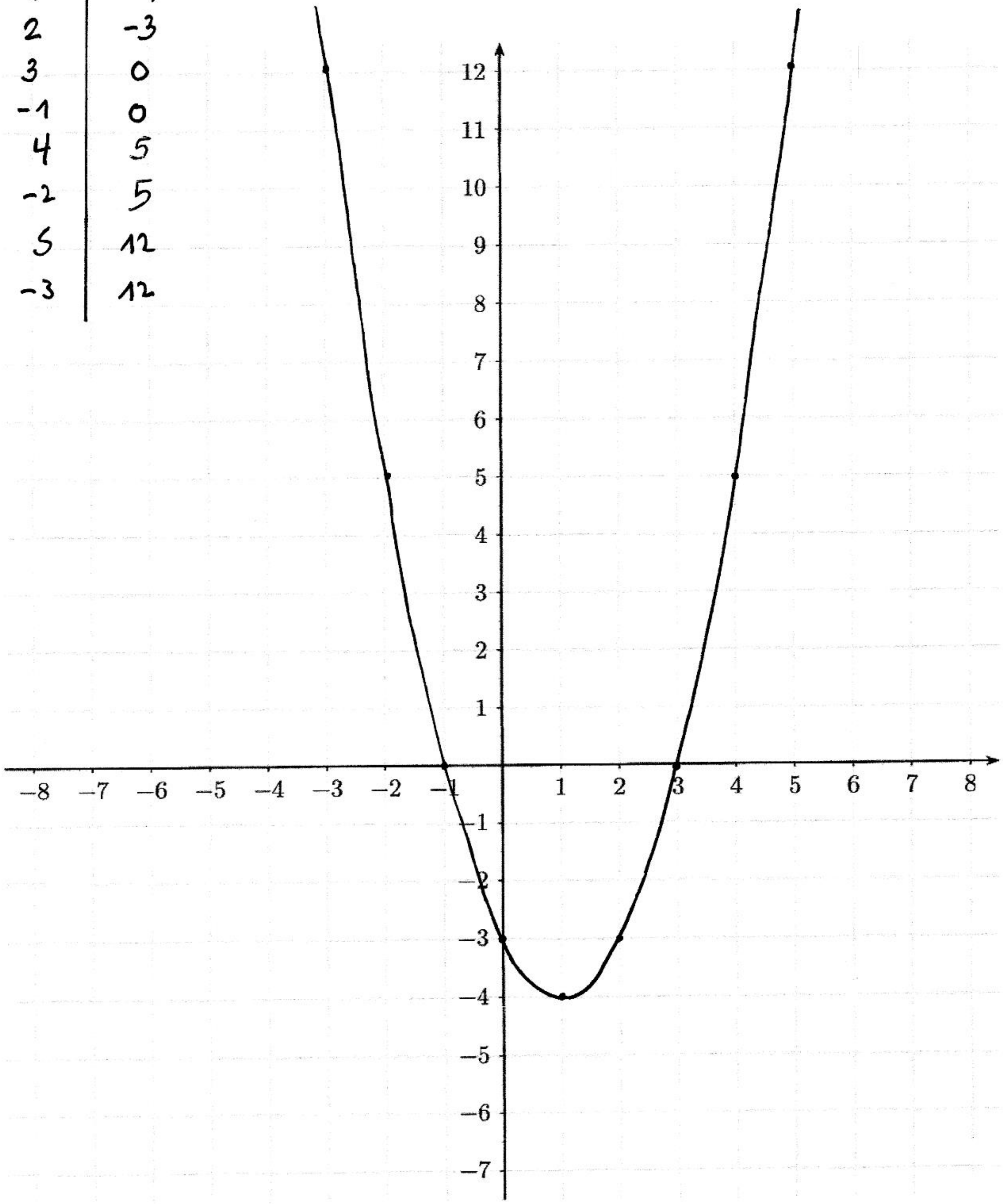
(5)

Problème 13 (2 points)

Dans le système d'axes ci-dessous, représenter le graphe de la fonction

$$f(x) = x^2 - 2x - 3.$$

x	$f(x)$
0	-3
1	-4
2	-3
3	0
-1	0
4	5
-2	5
5	12
-3	12



Problème 14

Comme $AB = AC$, le triangle ABC est isocèle.

Dans le triangle ACH, par le théorème de Pythagore, on a $AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} =$
$= \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$.

Dans le triangle ABH, on a alors $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3 = CH$ (ce qui est logique puisque ABC est isocèle).

L'aire de ABC est alors $\frac{BC \cdot AH}{2} = \frac{2 \cdot CH \cdot AH}{2} = CH \cdot AH = 3 \cdot 4 = \underline{\underline{12 \text{ cm}^2}}$.

Problème 15

On a $\underline{\underline{CD = AB = 4{,}75}}$.

En outre, dans le triangle rectangle ABC, avec $\alpha = 37{,}41°$, on a $BC = $ opp et $AB = $ adj.

Avec tanoppadj, on a alors $\tan(\alpha) = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \tan(37{,}41°) = \frac{BC}{4{,}75}$

$\Rightarrow BC = 4{,}75 \cdot \tan(37{,}41°) \cong 3{,}63$.

Ainsi $\underline{\underline{BC = AD \cong 3{,}63}}$.

Comme $ABCD$ est un rectangle, on a $AC = BD$.

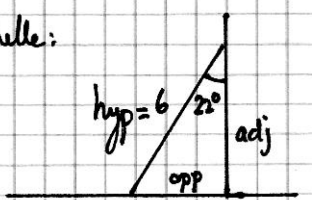
Par le théorème de Pythagore, on a $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} \cong \sqrt{4{,}75^2 + 3{,}63^2} \cong 5{,}98$.

Ainsi, les diagonales valent toutes les 2 $\underline{\underline{\sim 5{,}98}}$.

Finalement, $\beta = 180° - 90° - 37{,}41° = \underline{\underline{52{,}59°}}$.

Problème 16

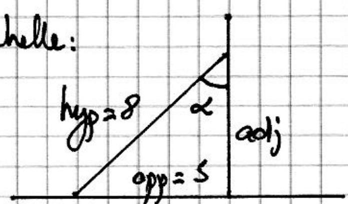
1e échelle:



cosadjhyp $\Rightarrow \cos(22°) = \frac{adj}{6}$

$\Rightarrow adj = 6 \cdot \cos(22°) \cong 5{,}56$ m

2e échelle:



sinopphyp $\Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{5}{8} \Rightarrow \alpha \cong 38{,}68°$

Pythagore : $adj = \sqrt{hyp^2 - opp^2} = \sqrt{8^2 - 5^2} =$
$= \sqrt{64 - 25} = \sqrt{39} = 6{,}24$ m.

a) Angle avec la verticale de la 1e échelle $= 22°$; angle avec la verticale de la 2e échelle $\cong$
$\cong 38{,}68° \Rightarrow$ c'est la $\underline{\underline{\text{1e échelle}}}$ qui est la plus raide.

b) Hauteur atteinte par la 1e échelle $\cong 5{,}56$ m; hauteur atteinte par la 2e échelle $\cong 6{,}24$ m
$\Rightarrow$ c'est la $\underline{\underline{\text{2e échelle}}}$ qui permet d'atteindre la plus grande hauteur.