



LYCEE JEAN-PIAGET

EXAMEN DE MATURITE

3M

NEUCHATEL

Juin 2010

# MATHEMATIQUES

## Niveau 1

**Nom :**

**Prénom :**

**Classe :**

---

**Matériel distribué :** Un grand cahier pour la rédaction des solutions

**Matériel personnel :** Formulaire & Tables, calculatrice autorisée, règle, équerre, crayons et stylos

### Consignes à respecter strictement :

- Durant l'examen, aucun matériel ne circule d'un étudiant à l'autre.
- Les solutions seront rédigées proprement au stylo ou à l'encre sur les pages de droite du cahier des solutions; les pages de gauche seront réservées aux essais et brouillons.
- Toute réponse doit être justifiée.

### Remarque :

Dans la correction de votre épreuve, il sera tenu compte de la clarté et de la rigueur de vos développements ainsi que de la qualité de votre présentation.



## Problème 1

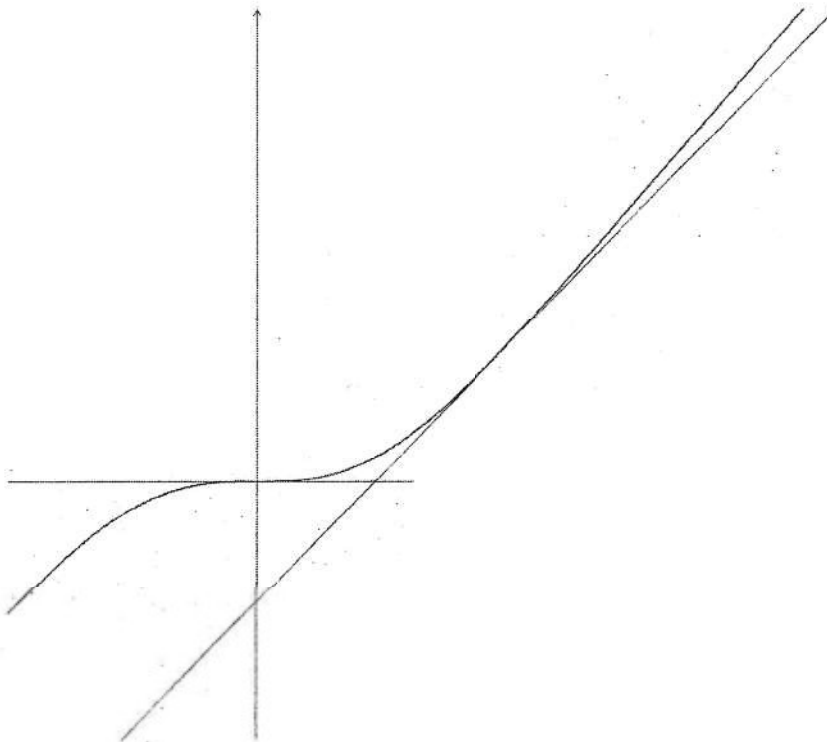
### Partie A

- a) Pour la fonction  $f(x) = \frac{1}{2}e^{-x^2+2x}$ , effectuer une étude comprenant domaine de définition, asymptotes éventuelles, tableau de croissance, ainsi qu'une représentation graphique, mais sans dérivée seconde ni tableau de courbure.
- b) En se basant sur la représentation graphique uniquement, placer les points d'inflexion et tracer les tangentes en ces points.
- c) Résoudre l'équation  $f(x) = \frac{\sqrt{e}}{2}$ .

### Partie B

On donne la fonction rationnelle  $f(x) = \frac{x^3}{x^2+4}$ , représentée graphiquement ci-dessous.

- a) Déterminer l'équation de l'asymptote oblique et calculer  $f'(x)$ , puis trouver par calcul l'équation de la tangente  $t$  dessinée, sachant que  $t$  est parallèle à l'asymptote oblique.



- b) Prouver que  $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2\ln(x^2+4)$  est une primitive de  $f(x)$  et en déduire l'aire de la surface fermée délimitée par la représentation graphique de  $f$ , l'axe  $Ox$  et la tangente  $t$ . (On prendra  $y = x - 1$  pour équation de  $t$  si on ne l'a pas trouvée au point a)).

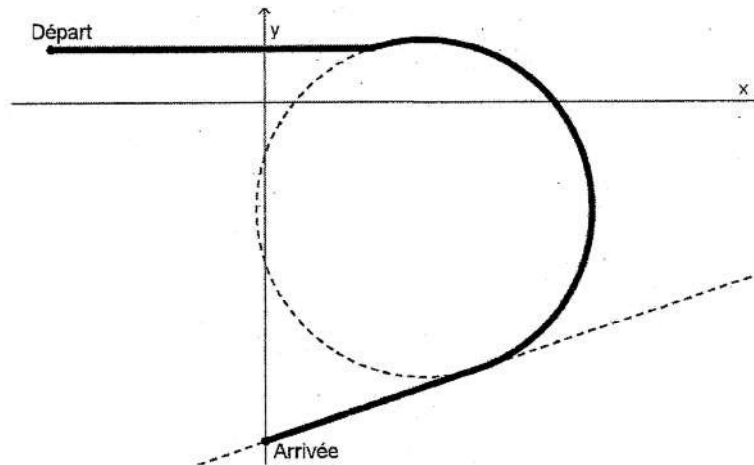


## Problème 2

### Partie A

Calculer la longueur du chemin illustré ci-dessous en sachant que :

- Le point de départ a pour coordonnées  $(-4 ; 1)$ .
- Le cercle a pour équation  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 - 10 = 0$ .
- La trajectoire entre le point de départ et le cercle est horizontale ; une fois le cercle atteint, le chemin le suit sur un demi-tour, puis le quitte en suivant une tangente.



### Partie B

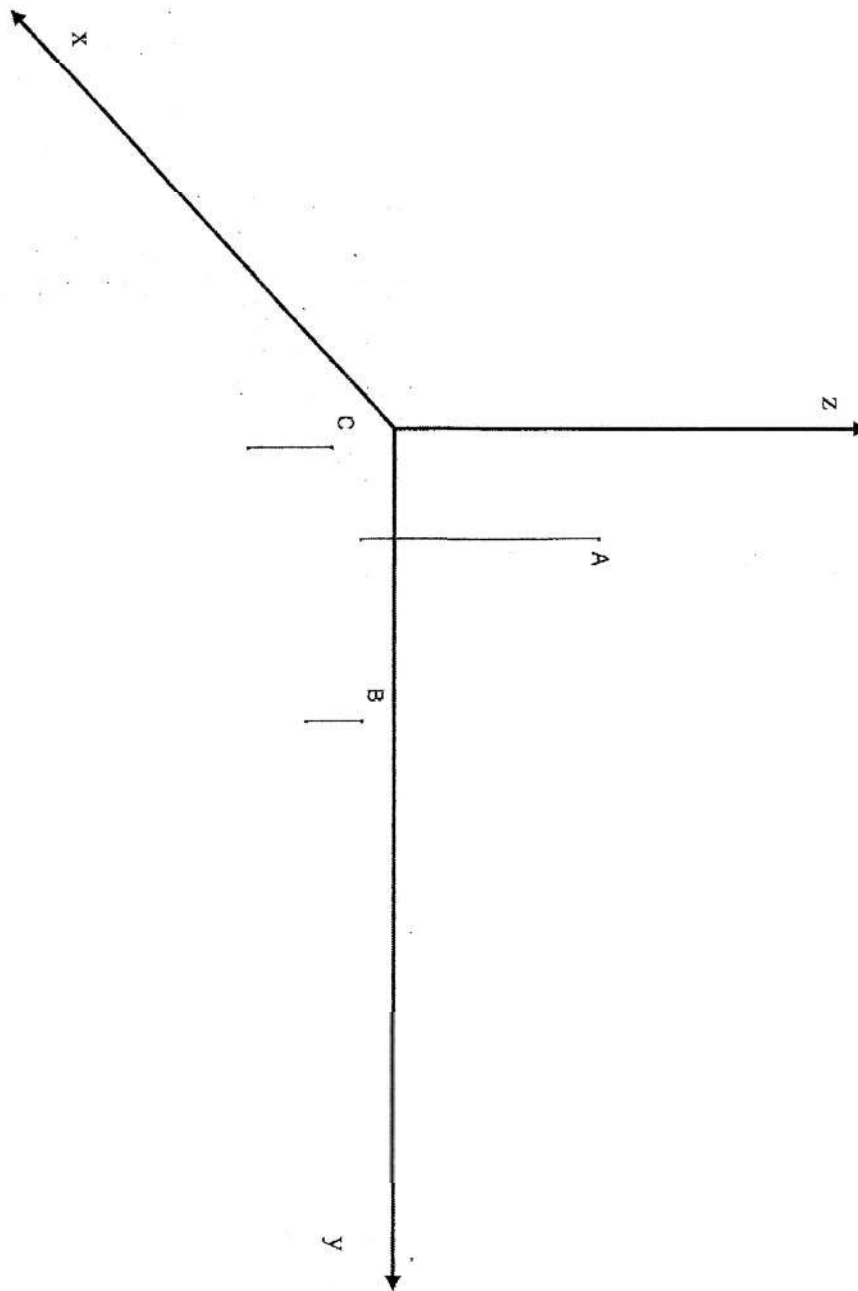
Soient les points  $A(-1 ; 2)$  et  $B(1 ; b)$  ainsi que la droite  $d_1 : 7x + 4y - 27 = 0$ .

1. Calculer  $b$  de façon à ce que le point  $B$  appartienne à  $d_1$ .
2. Établir l'équation de la droite  $d_2$  de pente  $m = -\frac{2}{3}$  passant par  $A$ .
3. Déterminer les coordonnées du point  $C$  situé à l'intersection des deux droites.
4. Calculer la surface du triangle  $ABC$  ainsi que la mesure de son angle au sommet  $A$ .



### **Problème 3**

Construire soigneusement la partie visible du plan  $\pi$  contenant les points A, B, et C dessinés avec leurs projections dans le sol.





#### **Problème 4**

Au Lycée Jacques Chessex, l'option spécifique chinois connaît un grand succès. Les élèves de la classe 4M13 ont une période le lundi, le mardi, le mercredi et le jeudi, et redoutent surtout les contrôles de vocabulaire car ils sont fréquents.

En effet, s'il n'y a pas eu de contrôle un jour, la probabilité qu'il y en ait un le lendemain est de  $\frac{1}{4}$ , alors que s'il y a eu un contrôle un jour, la probabilité qu'il y en ait un le lendemain est de  $\frac{1}{8}$ .

#### **Partie A**

Lundi il n'y a pas eu de contrôle.

- a) Calculer la probabilité qu'il n'y ait pas de contrôle mardi.
- b) Calculer la probabilité qu'il y ait au moins un contrôle dans la semaine.
- c) Calculer la probabilité qu'il y ait un contrôle mercredi.
- d) S'il y a eu un contrôle mercredi, quelle est la probabilité qu'il y en ait eu un mardi également.

#### **Partie B**

Dans l'ensemble des élèves de ce grand lycée, les 24% ont choisi l'OS chinois.

- a) Si l'on désigne au hasard 6 élèves, quelle est la probabilité que 2 d'entre eux aient choisi l'OS chinois, et 4 une autre OS ?
- b) On sait d'autre part que 33% des élèves ont choisi l'option complémentaire histoire, alors que 55% n'ont choisi ni l'OS chinois ni l'OC histoire. Quel pourcentage des élèves ont-ils choisi à la fois l'OS chinois et l'OC histoire ?