GYMNASE DU BUGNON Mathématiques

Examen d'admission de l'école de culture générale et de commerce 1e année

CORRIGÉ



## Problème 1

a) $10 \cdot 25\,cl = 250\,cl = \underline{\underline{2,5\,l.}}$

b) On a $1\,l = 1\,dm^3$. Ainsi $2,5\,l = 2,5\,dm^3 = 2,5 \cdot 10^6\,mm^3 = \underline{\underline{2'500'000\,mm^3.}}$

## Problème 2

$3 \cdot 2^2 + (-4)^2 + 3 \cdot [-8 + 7 \cdot 5 + (-15) \cdot 2] - (-1) = 3 \cdot 4 + 16 + 3 \cdot [-8 + 35 - 30] + 1 =$

$= 12 + 16 + 3 \cdot (-3) + 1 = 29 - 9 = \underline{\underline{20.}}$

## Problème 3

Avec $a = -2$, $b = 3$ et $c = 1$, on a $(a+c)^2 - 3 \cdot c - a - 2 \cdot b = (-2+1)^2 - 3 \cdot 1 - (-2) - 2 \cdot 3 =$

$= 1^2 - 3 + 2 - 6 = 1 - 3 + 2 - 6 = \underline{\underline{-6.}}$

## Problème 4

| | |
|---|---|
| $\frac{7}{4} - \frac{3x+2}{5} = \frac{2x+1}{4} - \frac{x}{10}$ | dénominateur commun (20) |
| $\frac{35}{20} - \frac{12x+8}{20} = \frac{10x+5}{20} - \frac{2x}{20}$ | $\cdot 20$ |
| $35 - (12x+8) = 10x + 5 - 2x$ | parenthèses |
| $35 - 12x - 8 = 10x + 5 - 2x$ | réduction |
| $-12x + 27 = 8x + 5$ | $-8x$ |
| $-20x + 27 = 5$ | $-27$ |
| $-20x = -22$ | $:(-20)$ |
| $x = \frac{22}{20} = \underline{\underline{\frac{11}{10}}}$ | |

## Problème 5

Par la règle de 3, on a

| litres de lait | nb de vaches |
|---|---|
| 750 | 25 |
| 1000 | $\frac{1000\cdot 25}{750} = 33,\overline{3}$. |

Il doit donc acheter au minimum $34 - 25 = \underline{\underline{9}}$ vaches en plus.

## Problème 6

Avec 3 doses de sirop pur et 20 doses d'eau, on obtient 23 doses de sirop.

On a ainsi doses de sirop pur $\xrightarrow[\cdot 23/3]{}$ doses de sirop

et litres de sirop pur $\xrightarrow[\cdot 23/3]{}$ litres de sirop.

Comme on veut obtenir 46 litres de sirop, le nombre de litres de sirop pur correspondant est $46 : \frac{23}{3} = \frac{\cancel{46}^{2}}{1} \cdot \frac{3}{\cancel{23}_{1}} = \frac{6}{1} = 6$.

Le nombre de bouteilles de 0,75 l de sirop pur est alors $6 : 0{,}75 = \underline{\underline{8}}$ bouteilles.

## Problème 7

a) On a: $\frac{5}{3} + \frac{1}{9} = \frac{15}{9} + \frac{1}{9} = \frac{16}{9}$ ; $\left(\frac{5}{3} + \frac{1}{9}\right) - 1 = \frac{16}{9} - 1 = \frac{16}{9} - \frac{9}{9} = \frac{7}{9}$ ;

$3 \cdot \left[\left(\frac{5}{3} + \frac{1}{9}\right) - 1\right] = 3 \cdot \frac{7}{9} = \frac{\cancel{3}^{1}}{1} \cdot \frac{7}{\cancel{9}_{3}} = \underline{\underline{\frac{7}{3}}}$.

b) On a: $3 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{5}$ ; $3 \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{9}{5} + \frac{2}{5} = \frac{11}{5}$ ;

$\left(3 \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right) : \frac{5}{2} = \frac{11}{5} : \frac{5}{2} = \frac{11}{5} \cdot \frac{2}{5} = \underline{\underline{\frac{22}{25}}}$.

## Problème 8

Temps pour monter: $72 : 34 = \frac{72}{34} = \frac{36}{17}$ heures.

Temps pour descendre: $72 : 52 = \frac{72}{52} = \frac{18}{13}$ heures

$\Rightarrow$ Heure d'arrivée à Lausanne $= 9h30 + \frac{36}{17} + 1 + \frac{18}{13} = 9{,}5 + \frac{36}{17} + 1 + \frac{18}{13} \cong$

$\cong 14{,}00226\ h = 14h + 0{,}00226\ h = 14h + 0{,}00226 \cdot 60\ min =$

$= 14h + 0{,}136\ min = 14h0min = \underline{\underline{14h00}}$.

## Problème 9

$$\underbrace{(r+2)(r-2)}_{r^2-4} + s - 4s\left(r+\frac{3}{2}\right) = r^2-4+s-4sr-6s = \underline{\underline{r^2-5s-4sr-4.}}$$

par l'identité remarquable $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

## Problème 10

a)

$$\begin{aligned} 6x-2y&=-26 \xrightarrow{\cdot 3} & 18x-6y&=-78 \\ -3x+3y&=21 \xrightarrow{\cdot 2} & -6x+6y&=42 \quad + \\ & & \hline 12x&=-36 \quad \Big| :12 \\ & & x&=-3 \end{aligned}$$

Avec $x=-3$ dans $-3x+3y=21$, on a : $-3(-3)+3y=21 \Rightarrow 9+3y=21$
$\Rightarrow 3y=12 \Rightarrow y=4.$

La solution est donc $\underline{\underline{x=-3 \text{ et } y=4}}$.

b) Avec $x=-3$ et $y=4$, on a $6x-2y=6\cdot(-3)-2\cdot4=-18-8=-26$ et $-3x+3y=-3\cdot(-3)+3\cdot4=9+12=21.$
Ainsi, la solution est bien valide.

## Problème 11

a)

| | |
|---|---|
| $x+3=4x+2-2x$ | réduction |
| $x+3=2x+2$ | $-2x$ |
| $-x+3=2$ | $-3$ |
| $-x=-1$ | $\cdot(-1)$ |
| $\underline{\underline{x=1}}$ | |

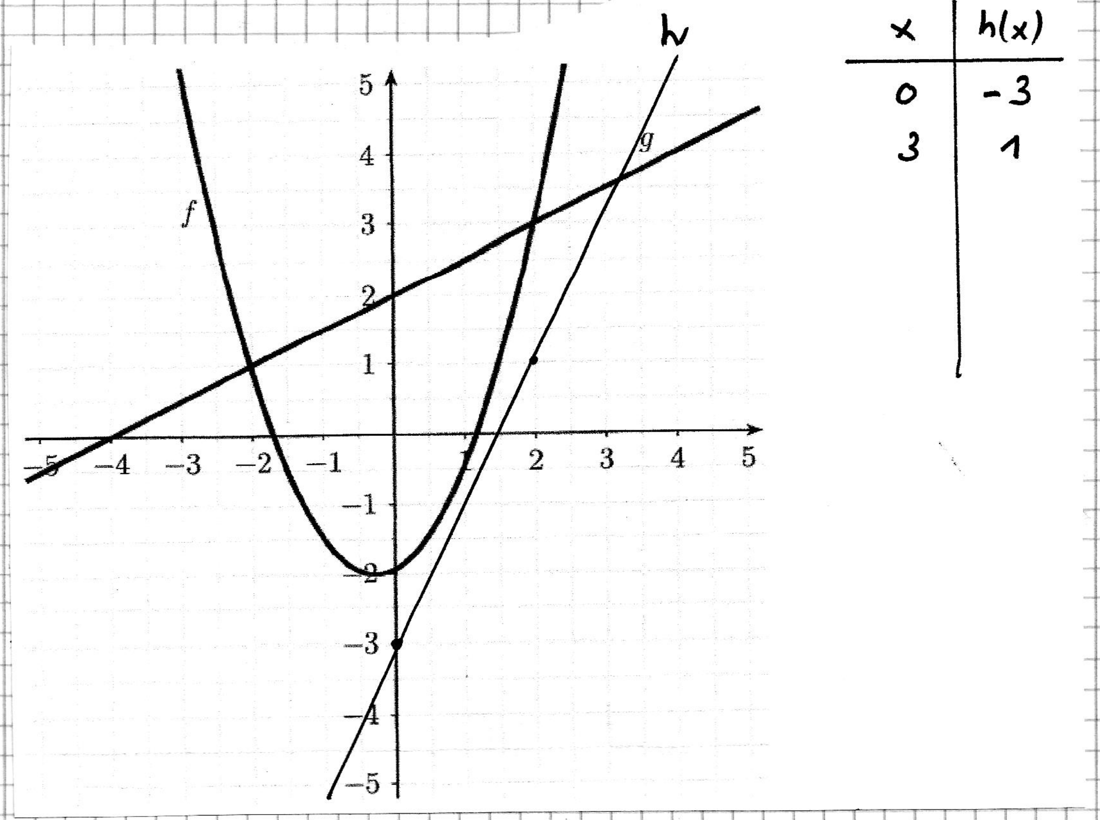
b)

| | |
|---|---|
| $3+4x^2=(x+1)(4x+9)$ | distributivité |
| $3+4x^2=4x^2+9x+4x+9$ | réduction |
| $3+4x^2=4x^2+13x+9$ | $-4x^2$ |
| $3=13x+9$ | $-9$ |
| $-6=13x$ | $:13$ |
| $\underline{\underline{x=-\frac{6}{13}}}$ | |

# Problème 12

a) L'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=g(x)$ est l'ensemble des $x$ tels que $f(x)=g(x)$. Comme $f(x)=g(x) \Rightarrow x=-2$ et $x=2$ ($x$ est sur l'axe horizontal et correspond aux 1e coordonnées des points d'intersection), on en conclut que l'ensemble des solutions de l'équation $f(x)=g(x)$ est $\underline{\underline{x=-2 \text{ et } x=2}}$.

b)




| $x$ | $h(x)$ |
|---|---|
| 0 | −3 |
| 3 | 1 |

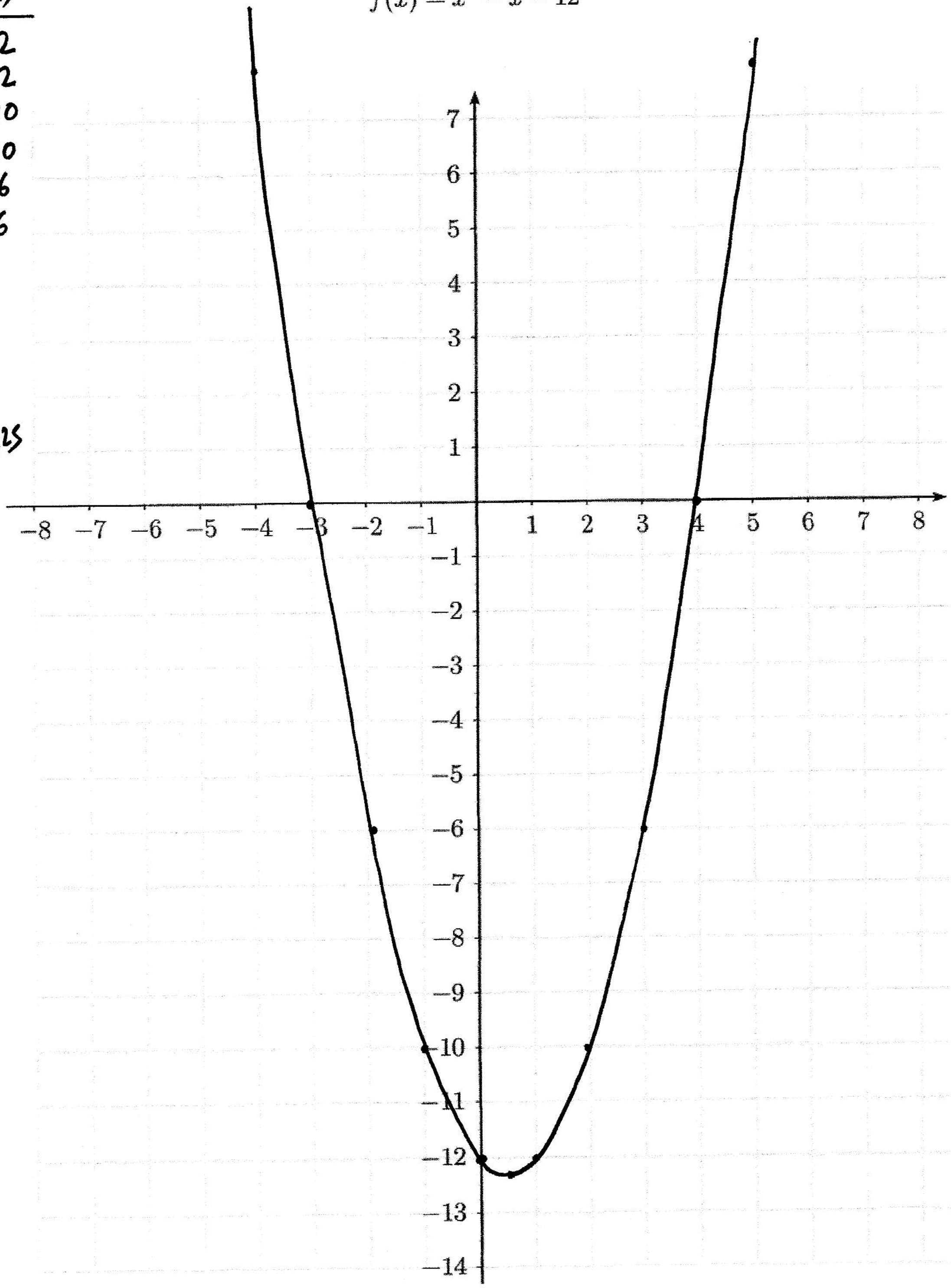
(5)

**Problème 13** (2 points)

Dans le système d'axes ci-dessous, représenter le graphe de la fonction définie par

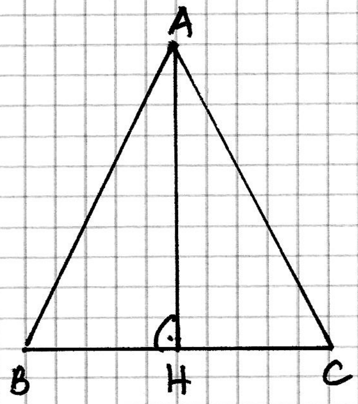
$$f(x) = x^2 - x - 12$$

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| 0 | -12 |
| 1 | -12 |
| 2 | -10 |
| -1 | -10 |
| 3 | -6 |
| -2 | -6 |
| 4 | 0 |
| -3 | 0 |
| 5 | 8 |
| -4 | 8 |
| 0,5 | -12,25 |



# Problème 14

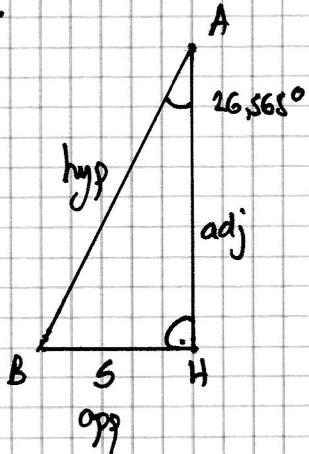
On a la situation suivante:




Comme $ABC$ est isocèle en $A$, on a $CH = BH = 5$, d'où $BC = 5+5 = \underline{\underline{10.}}$

En outre, comme $\widehat{BAC} = 53,13°$ et $ABC$ isocèle en $A$, on a $\widehat{BAH} = \widehat{HAC} = 53,13° : 2 =$
$= 26,565°$. On aura de plus $AB = AC$.

Dans le triangle rectangle $ABH$, on a




Avec sinopphyp, on a $\sin(26,565°) = \frac{5}{AB} \Rightarrow \sin(26,565°) \cdot AB = 5$
$\Rightarrow AB = AC = \frac{5}{\sin(26,565°)} \cong \underline{\underline{11,18.}}$

Avec tanoppadj, on a $\tan(26,565°) = \frac{5}{AH} \Rightarrow \tan(26,565°) \cdot AH = 5$
$\Rightarrow AH = \frac{5}{\tan(26,565°)} \cong \underline{\underline{10.}}$

Comme $ABC$ est isocèle en $A$, on a $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \frac{180° - 53,13°}{2} \cong \underline{\underline{63,44°.}}$

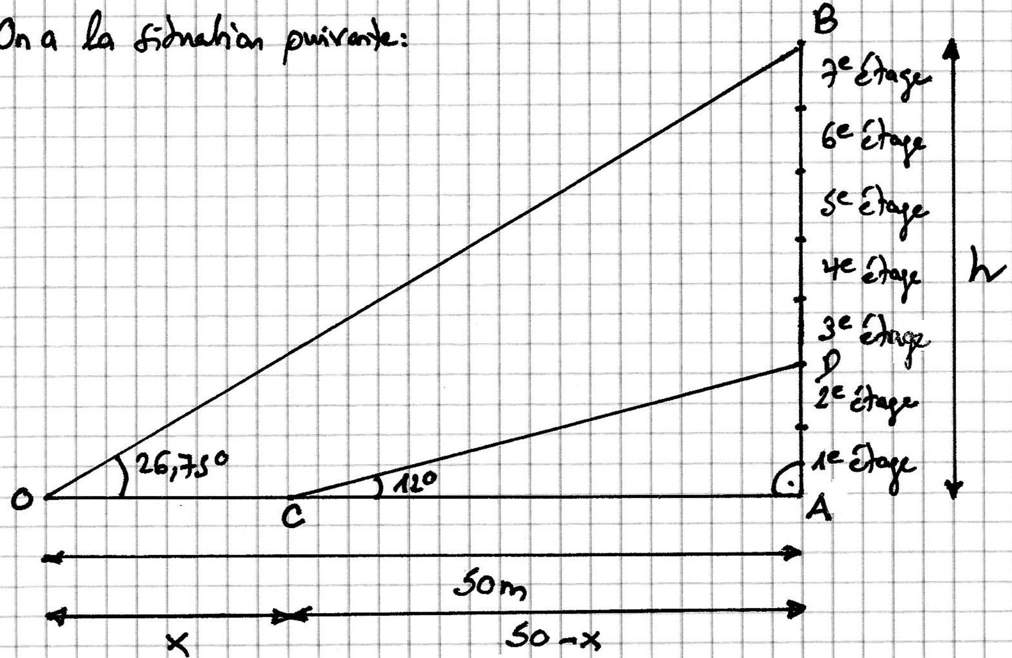
L'aire du triangle est $\frac{BC \cdot AH}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = \underline{\underline{50.}}$

## Problème 15

Comme $AE = 4$ et E est au milieu de AB, on a $AB = 2 \cdot 4 = 8$.
En outre, par le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ADE, on a
$AD^2 = DE^2 - AE^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow AD = \sqrt{9} = 3$.
Ainsi, l'aire du rectangle ABCD est $AB \cdot AD = 8 \cdot 3 = \underline{\underline{24}}$.

## Problème 16

On a la situation suivante:




a) Dans le triangle rectangle OAB, on a tan = opp/adj $\Rightarrow \tan(26{,}75°) = \frac{h}{50}$
$\Rightarrow h = 50 \cdot \tan(26{,}75°) \cong 25{,}2\,m$.
Ainsi, la hauteur de l'immeuble (AB) est $\underline{\underline{25{,}2\,m}}$.

b) Si la hauteur de l'immeuble est 25,2m, comme il y a 7 étages, la hauteur d'un étage est $25{,}2 : 7 = 3{,}6\,m$.
Ainsi, la distance entre le sol et le haut du 2e étage (AD) est $2 \cdot 3{,}6 = 7{,}2\,m$.
Dans le triangle rectangle ACD, on a tan = opp/adj $\Rightarrow \tan(12°) = \frac{7{,}2}{50 - x}$
$\Rightarrow \tan(12°) \cdot (50 - x) = 7{,}2 \Rightarrow 50 - x = \frac{7{,}2}{\tan(12°)} \cong 33{,}88$
$\Rightarrow -x = -16{,}12 \Rightarrow x = 16{,}12\,m$.
Ainsi, il doit avancer de $\underline{\underline{16{,}12\,m}}$.