

EXAMEN D'ADMISSION DE L'ECOLE DE CULTURE GENERALE ET DE
COMMERCE 1^{ère} ANNEE
MATHEMATIQUES

Date : Jeudi 6 mai 2010
Durée : 3h
Matériel mis à disposition par la gymnase : Page de formules
Matériel autorisé apporté par les élèves : Calculatrice non programmable et sans écran graphique, règle, équerre, rapporteur et compas.

Consignes :

1. Seize problèmes sont proposés aux candidats. Le poids de chaque problème est indiqué dans la donnée.
2. Le candidat rédige les solutions et si nécessaire les figures d'étude sur les feuilles quadrillées mises à sa disposition. A l'exception des graphes des problème 12 et 13, il ne sera pas tenu compte des réponses et raisonnements figurant sur les feuilles d'énoncé et sur les feuilles de brouillon.
3. Le travail est rédigé au stylo ou à la plume. Les figures géométriques sont faites au crayon. Le candidat met son nom sur toutes les feuilles, y compris celles de brouillon. Les feuilles d'énoncé et toutes les autres feuilles doivent être rendues.
4. Les calculs et raisonnements doivent être détaillés. La réponse est mise en évidence à la fin du problème.
5. Les problèmes sont séparés par un trait horizontal. L'ordre n'a pas d'importance. Si la présentation est insuffisante, le problème ne sera pas corrigé et vaudra 0 point.

Nom et prénom du candidat :

Problème 1 (2 points)

On verse 10 bouteilles de 25 centilitres d'eau dans un seau.

- Quel est le volume d'eau obtenu, en litres ?
- Déterminer également le volume d'eau en mm^3 .

Problème 2 (2 points)

Calculer

$$3 \cdot 2^2 + (-4)^2 + 3 \cdot [-8 + 7 \cdot 5 + (-15) \cdot 2] - (-1)$$

Problème 3 (2 points)

Sachant que $a = -2$, $b = 3$ et $c = 1$, calculer

$$(a + c)^2 - 3 \cdot c - a - 2 \cdot b$$

Problème 4 (2 points)

Résoudre l'équation

$$\frac{7}{4} - \frac{3x + 2}{5} = \frac{2x + 1}{4} - \frac{x}{10}$$

Problème 5 (2 point)

Un fermier a constaté que ses 25 vaches produisaient en moyenne 750 litres de lait par jour en tout. Combien doit-il acheter de vaches en plus s'il veut produire en moyenne au moins 1'000 litres de lait par jour ?

Problème 6 (2 points)

Le mélange conseillé pour préparer du sirop est 3 doses de sirop pur pour 20 doses d'eau. De combien de bouteilles de 0,75 litres de sirop pur avons-nous besoin pour obtenir au moins 46 litres de sirop ?

Problème 7 (3 points)

Effectuer et donner le résultat sous forme de code fractionnaire irréductible.

- $3 \cdot \left[\left(\frac{5}{3} + \frac{1}{9} \right) - 1 \right]$
- $\left(3 \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \right) : \frac{5}{2}$

Problème 8 (2 points)

Un cycliste fait une excursion. Il part de Lausanne à 9h30 et monte jusqu'au col du Pillon. Une fois arrivé, il fait une pause d'une heure et redescend par le même trajet.

Calculer à quelle heure il arrive à Lausanne, sachant

- que la distance entre Lausanne et le col du Pillon est de 72 km,
- qu'à la montée (trajet aller), il a une vitesse moyenne de 34 km/h,
- qu'à la descente (trajet retour), il a une vitesse moyenne de 52 km/h.

Le résultat doit être arrondi à la minute.

Problème 9 (2 points)

Effectuer et réduire

$$(r + 2)(r - 2) + s - 4s \left(r + \frac{3}{2} \right)$$

Problème 10 (3 points)Soit le système $\begin{cases} 6x - 2y = -26 \\ -3x + 3y = 21 \end{cases}$

- Résoudre ce système d'équations.
- Vérifier que la solution satisfait les deux équations du système.

Problème 11 (2 points)

Résoudre les équations

- $x + 3 = 4x + 2 - 2x$
- $3 + 4x^2 = (x + 1)(4x + 9)$

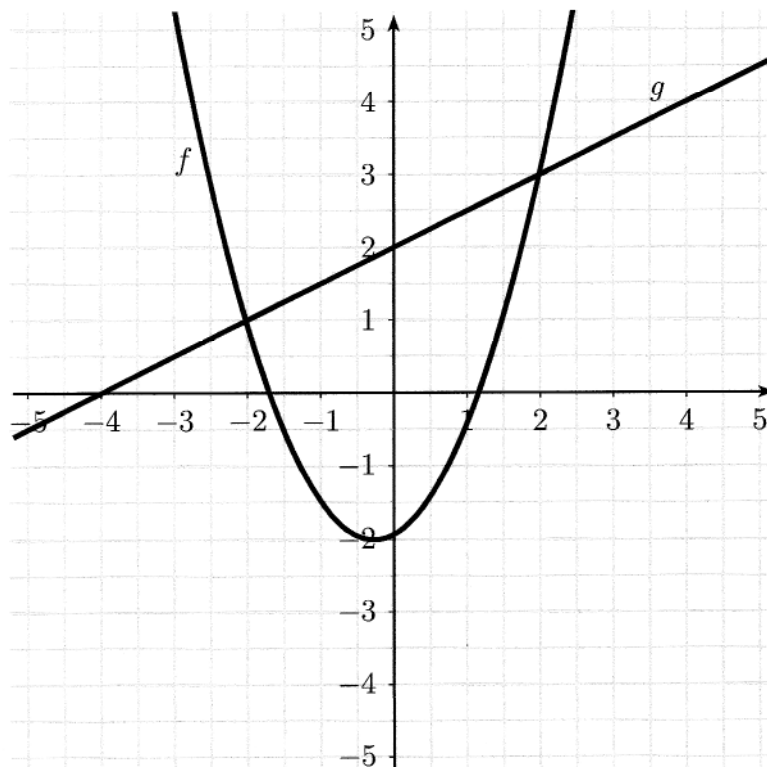
Problème 12 (2 points)Dans le système d'axes ci-dessous, on a représenté le graphe de deux fonctions, f et g .

- Utiliser le graphique pour déterminer l'ensemble des solutions de l'équation

$$f(x) = g(x)$$

- Dans le même système d'axes, tracer le graphe de la fonction définie par

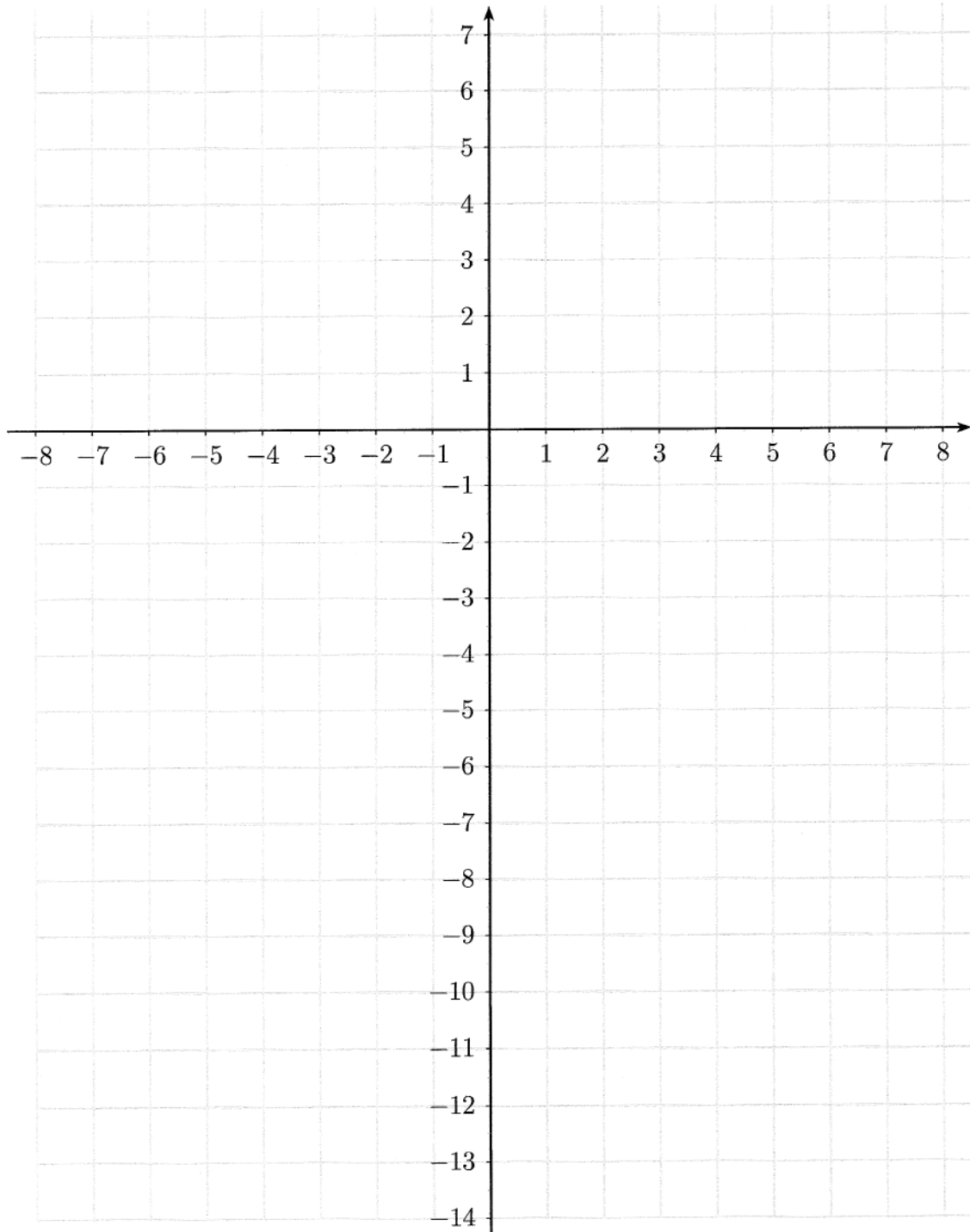
$$h(x) = \frac{4}{3}x - 3$$



Problème 13 (2 points)

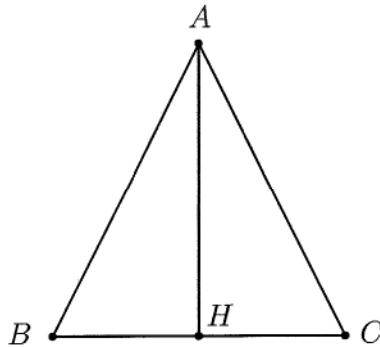
Dans le système d'axes ci-dessous, représenter le graphe de la fonction définie par

$$f(x) = x^2 - x - 12$$



Problème 14 (3 points)

On considère le triangle ABC ci-dessous :



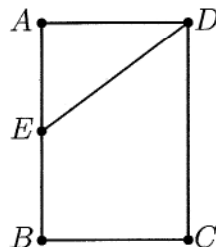
Sachant que le triangle est isocèle en A , que l'angle $\widehat{BAC} = 53,13^\circ$, que AH est la hauteur issue de A et que $BH = 5$, calculer avec une précision de deux chiffres après la virgule

- les longueurs des trois côtés de ce triangle,
- la longueur de la hauteur AH ,
- les mesures des deux angles inconnus de ce triangle,
- l'aire de ce triangle.

Problème 15 (2 points)

Calculer l'aire du rectangle $ABCD$ ci-dessous, sachant que

- le point E est situé au milieu du côté AB ,
- la longueur du segment DE vaut 5,
- la longueur de AE est de 4.



Problème 16 (3 points)

Un homme se trouve à une distance de 50 mètres d'un immeuble. Il voit le haut du bâtiment sous un angle vertical de $26,75^\circ$.

- Calculer la hauteur de l'immeuble.
- L'immeuble compte 7 étages. Calculer la distance qu'il doit parcourir en direction du bâtiment pour voir le haut du 2^{ème} étage sous un angle vertical de 12° .

Pour simplifier le problème, on considère que

- les données sont mesurées depuis le sol et que les yeux de l'homme sont situés à même le sol,
- le rez-de-chaussée est considéré comme le premier étage,
- tous les étages ont la même hauteur, y compris le dernier (le toit est plat).