



LYCÉE JEAN-PIAGET  
NEUCHÂTEL

EXAMEN DE MATURITÉ

3M

MAI - JUIN 2011

# MATHEMATIQUES

## Niveau 1

---

**Matériel distribué :** Un grand cahier pour la rédaction des solutions.

**Matériel personnel :** Calculatrice autorisée, règle, équerre, compas, crayons et stylos  
"Formulaires et tables" de CRM (sans annotation).

**Consignes à respecter strictement :**

- Durant l'examen, aucun matériel ne circule d'un étudiant à l'autre.
- Les solutions seront rédigées proprement au stylo ou à l'encre sur les pages de droite du cahier des solutions; les pages de gauche seront réservées aux essais et brouillons.
- Toute réponse doit être justifiée.

**Remarque :**

Dans la correction de votre épreuve, il sera tenu compte de la clarté et de la rigueur de vos développements ainsi que de la qualité de votre présentation.



Exercice 1 : GÉOMÉTRIE DANS LE PLAN

Soit la droite **d** donnée par son équation cartésienne :  $x - y - 7 + \sqrt{2} = 0$

Soit le cercle **C**<sub>1</sub> :  $(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 4$

Soit le cercle **C**<sub>2</sub> :  $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 28 = 0$

1. Déterminer les centres et rayons de **C**<sub>1</sub> et **C**<sub>2</sub>  
*Prendre **K**<sub>2</sub> (5 ; -2) si vous n'avez pas trouvé le centre de **C**<sub>2</sub>*  
*Prendre **r**<sub>2</sub> = 1 si vous n'avez pas trouvé le rayon de **C**<sub>2</sub>*
2. Représenter cette situation dans un système d'axes.
3. Montrer par calcul que le centre de **C**<sub>2</sub> est à l'extérieur de **C**<sub>1</sub>.
4. Déterminer la plus courte distance entre les deux cercles.
5. Montrer que la droite **d** est tangente à **C**<sub>2</sub>
6. Déterminer la position relative de **d** par rapport à **C**<sub>1</sub>
7. Calculer l'angle entre la droite **d** et la droite **k** passant par les deux centres **K**<sub>1</sub> et **K**<sub>2</sub>.
8. Déterminer la deuxième tangente au cercle **C**<sub>2</sub> de pente égale à 1.
9. Déterminer les équations des deux tangentes verticales **v** et **w** au cercle **C**<sub>1</sub>
10. Calculer la surface comprise sous le cercle **C**<sub>1</sub> entre l'axe **Ox** et les deux tangentes **v** et **w**.
11. Calculer la surface du triangle **O K**<sub>1</sub> **K**<sub>2</sub>
12. Déterminer l'équation de la médiatrice du segment **K**<sub>1</sub> **K**<sub>2</sub>



Exercice 2 : ANALYSE

**PARTIE I**

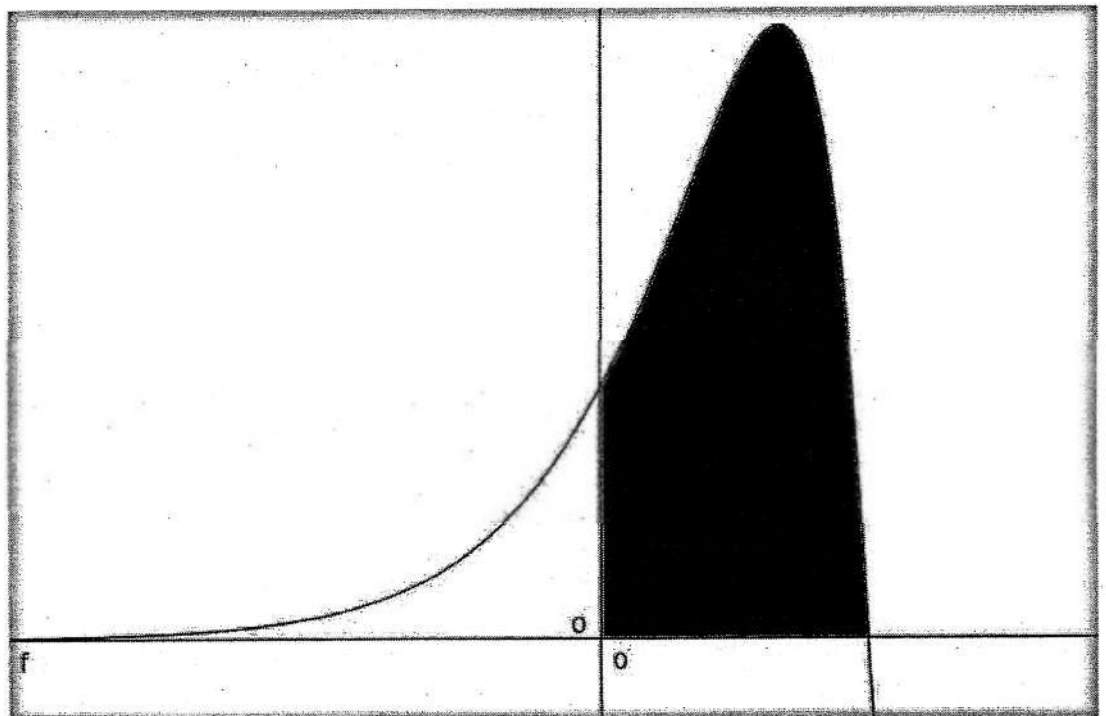
Considérons la fonction  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x-1}$

- 1) Déterminer le domaine de définition.
- 2) Etablir le tableau de signe de la fonction  $f$ .
- 3) Déterminer la valeur des trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$
- 4) Déterminer les asymptotes (verticale et non-verticale).
- 5) Calculer la dérivée première et établir le tableau de croissance de  $f$ .
- 6) Calculer la dérivée seconde et établir le tableau de courbure de  $f$ .
- 7) Déterminer l'équation de la tangente  $\mathbf{t}$  au graphe de  $f$  en  $x_0 = -2$ .

**PARTIE II**

Considérons la fonction :  $f(x) = (-x + 3)e^x$   
Calculer la surface de la zone colorée.

Son graphe figure ci-dessous.





### Exercice 3 : *PROBABILITÉS*

Une urne contient 2 dés rouges et 3 dés verts.

Les dés rouges sont pipés et ne présentent que des faces « 6 ».

Les dés verts sont parfaitement normaux

(face « 1 », face « 2 », face « 3 », face « 4 », face « 5 » et face « 6 »)

Maxime tire successivement et sans remise 2 dés de l'urne.

Son gain est de Fr 10.- si les deux dés sont de la même couleur.

Si les couleurs sont différentes, il gagne exactement, en Francs, la somme des points obtenus. ( Exemple : un « 6 » rouge et un « 5 » vert donnent un gain de Fr 11.-)

- 1) Donner une représentation de l'univers par un arbre.
- 2) Quelle est la probabilité de gagner Fr 10.- ?
- 3) Quelle est la probabilité de gagner Fr 12.- ?
- 4) Quelle est la probabilité de gagner plus de Fr 10.- ?
- 5) Maxime a gagné exactement Fr 10.-, quelle est la probabilité qu'il ait tiré 2 dés verts ?
- 6) Maxime a gagné exactement Fr 10.-, quelle est la probabilité qu'il ait tiré 2 dés de même couleur ?
- 7) Quelle est la probabilité de gagner exactement Fr 10.- si l'on sait que le 2<sup>e</sup> dé tiré était vert ?
- 8) Quelle est la probabilité que le 2<sup>e</sup> dé était vert si l'on sait que Maxime a gagné exactement Fr 10.- ?
- 9) Combien Maxime doit-il ajouter de dés rouges (au minimum) dans l'urne pour que la probabilité d'obtenir 2 dés rouges dépasse 50 % ?
- 10) Combien Maxime doit-il ajouter de dés rouges dans l'urne pour que la probabilité d'obtenir 2 dés rouges soit égale à celle d'obtenir 2 dés verts ?

### Exercice 4 : *GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE*

**Dessiner sur les 2 pages suivantes 4A et 4B**

## 4A

$A \in d_1$  et  $I \in d_1$

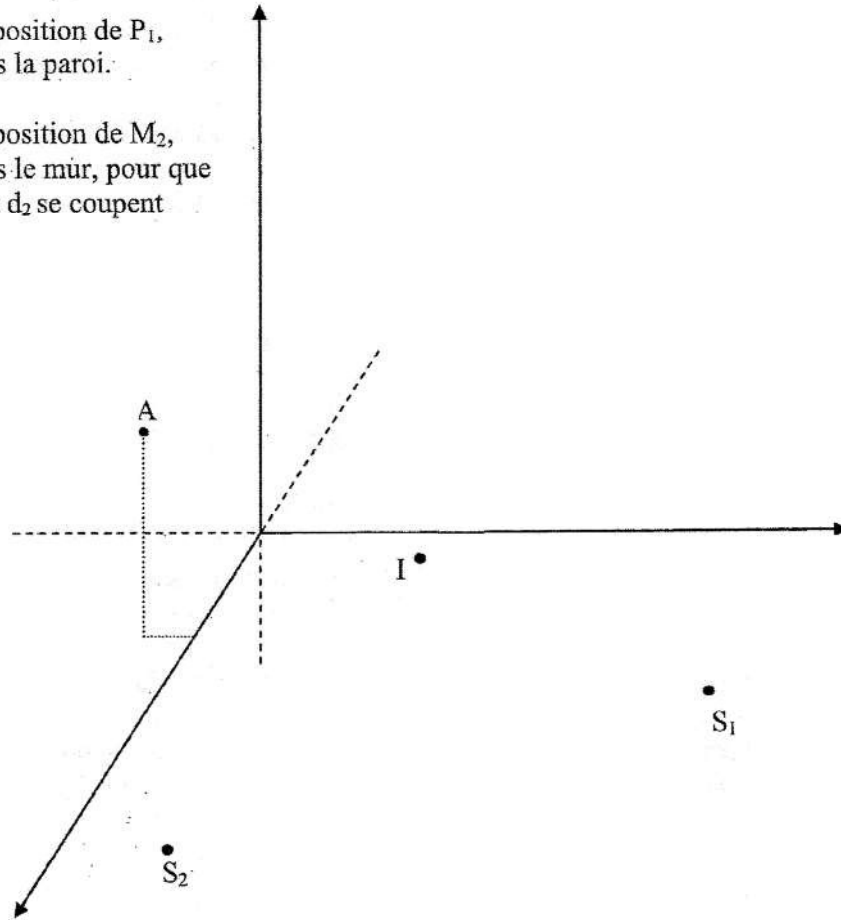
On lit la projection de A dans le sol (pointillés)

$S_1$  est la trace de  $d_1$  dans le sol

$S_2$  est la trace de  $d_2$  dans le sol

Déterminer la position de  $P_1$ ,  
trace de  $d_1$  dans la paroi.

Déterminer la position de  $M_2$ ,  
trace de  $d_2$  dans le mur, pour que  
les droites  $d_1$  et  $d_2$  se coupent  
au point I.



## 4B

Les points A, B et C  
appartiennent au plan  $\Pi$ .

On lit leurs projections dans le sol (pointillés)  
Dessiner les traces de ce plan  
dans le sol, dans le mur et  
dans la paroi.

