Lycée Denis-de-Rougemont

Mathématiques de niveau 1

EXAMEN DE MATURITE 2012

CORRIGÉ

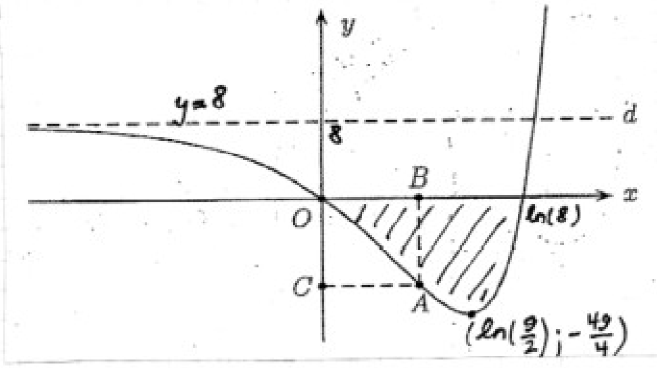
---

(1)

Exercice 1

On a $f(x) = (e^x - 1)(e^x - 8) = e^{2x} - 9e^x + 8$.

Son graphe est (schéma):



a) Les zéros de f sont les x tels que $f(x) = 0$.
$f(x) = 0 \Rightarrow (e^x - 1)(e^x - 8) = 0 \Rightarrow$ soit $e^x - 1 = 0$, soit $e^x - 8 = 0$.
$e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = \ln(1) = 0$; $e^x - 8 = 0 \Rightarrow e^x = 8 \Rightarrow x = \ln(8)$.
Les zéros de f sont donc $x = 0$ et $x = \ln(8)$.

b) Cela le schéma, d est l'asymptote horizontale du graphe de f lorsque $x \to -\infty$.
On a $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (e^x - 1)(e^x - 8) = (0-1)(0-8) = 8$.

Ainsi, $d: y = 8$, est l'asymptote horizontale du graphe de f lorsque $x \to -\infty$.

c) Les coordonnées du point à tangente horizontale sera $(x; f(x))$ avec $f'(x) = 0$.
Calculons $f'(x)$. On a $f(x) = e^{2x} - 9e^x + 8$. Ainsi $f'(x) = 2e^{2x} - 9e^x =$
$= e^x(2e^x - 9)$.
Ainsi $f'(x) = 0 \Rightarrow e^x(2e^x - 9) = 0$. Comme $e^x > 0$ pour toute valeur de x, on obtient
$2e^x - 9 = 0 \Rightarrow 2e^x = 9 \Rightarrow e^x = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \ln\left(\frac{9}{2}\right)$.
Avec $x = \ln\left(\frac{9}{2}\right)$, on a $f(x) = (e^x - 1)(e^x - 8) = \left(\frac{9}{2} - 1\right)\left(\frac{9}{2} - 8\right) = \frac{7}{2} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{49}{4}$.
Ainsi, les coordonnées du point à tangente horizontale sont $\left(\ln\left(\frac{9}{2}\right); -\frac{49}{4}\right)$.

d) L'équation de la tangente au graphe de f à l'origine sera de la forme $y = mx$ (fonction linéaire puisque le graphe de f et de la tangente passe par l'origine), où $m = f'(0)$.
On a $m = f'(0) = e^0(2e^0 - 9) = 1 \cdot (2 - 9) = -7$.
Ainsi l'équation de la tangente au graphe de f à l'origine est $y = -7x$.

e) On doit calculer l'aire hachurée sur le dessin.
Cette dernière vaudra $\left| \int_0^{\ln(8)} f(x)\,dx \right|$ (il faut prendre la valeur absolue, car, comme

$f(x)<0$ pour $x\in\,]0;\ln(8)[$, on aura $\int_0^{\ln(8)} f(x)\,dx<0$.

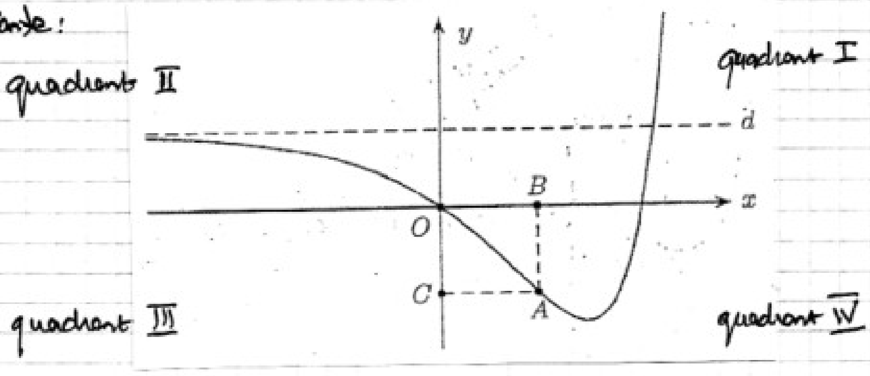
L'aire cherchée sera alors $\left|\int_0^{\ln(8)} f(x)\,dx\right| = \left|F(\ln(8))-F(0)\right|$, où $F(x)$ est une primitive de $f(x)$.

Comme $f(x)=e^{2x}-9e^x+8$, on a $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-9e^x+8x$.

On a $F(\ln(8)) = \frac{1}{2}e^{2\ln(8)} - 9e^{\ln(8)} + 8\ln(8) = \frac{1}{2}e^{\ln(8^2)} - 9\cdot 8 + 8\ln(8) =$
$= \frac{1}{2}\cdot 8^2 - 72 + 8\ln(8) = 32-72+8\ln(8) = -40+8\ln(8)$ et $F(0)=\frac{1}{2}e^0-9e^0+8\cdot 0 =$
$= \frac{1}{2}-9 = -\frac{17}{2}$.

Ainsi l'aire cherchée est $\left|-40+8\ln(8)-\left(-\frac{17}{2}\right)\right| = \left|-40+8\ln(8)+\frac{17}{2}\right| =$
$= \left|-\frac{63}{2}+8\ln(8)\right| = \frac{63}{2}-8\ln(8) \cong 14,8645$.

f) On a la situation suivante :



On a $A(x;f(x))$ et $B(x;0)$, $C(0;f(x))$. On remarque que $f(x)<0$.

Le périmètre du rectangle OBAC est $p(x)=2x-2f(x)$.

Comme $f(x)=e^{2x}-9e^x+8$, on obtient $p(x)=2x-2(e^{2x}-9e^x+8) =$
$=-2e^{2x}+18e^x+2x-16$.

Il faut chercher x tel que $p(x)$ soit maximal.

Commençons par chercher le ou les x tels que $p'(x)=0$.

On a $p'(x)=-4e^{2x}+18e^x+2$.

Il faut donc résoudre $p'(x)=0$, i.e. $-4e^{2x}+18e^x+2=0$, i.e. $2e^{2x}-9e^x-1=0$.

Posons $z=e^x$. L'équation s'écrit alors $2z^2-9z-1=0$, ce qui est une équation du 2e degré de la forme $az^2+bz+c=0$, avec $a=2$, $b=-9$ et $c=-1$. On a $\Delta=b^2-4ac=(-9)^2-4\cdot 2\cdot(-1)=81+8=89$. Les solutions de $2z^2-9z-1=0$ sont ainsi $z_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{9+\sqrt{89}}{2\cdot 2}=\frac{9+\sqrt{89}}{4}$ et $z_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{9-\sqrt{89}}{2\cdot 2}=\frac{9-\sqrt{89}}{4}$.

Avec $z_1=\frac{9+\sqrt{89}}{4}$ et $z=e^x$, on obtient $e^{x_1}=\frac{9+\sqrt{89}}{4} \Rightarrow x_1=\ln\left(\frac{9+\sqrt{89}}{4}\right)$.

Avec $z_2=\frac{9-\sqrt{89}}{4}$ et $z=e^x$, on obtient $e^{x_2}=\frac{9-\sqrt{89}}{4}$, ce qui est impossible car $\frac{9-\sqrt{89}}{4}<0$ et $e^x>0$ pour toute valeur de x.

Ainsi, on a $p'(x)=0$ si $x=\ln\left(\frac{9+\sqrt{89}}{4}\right)$.

On vérifie que $x = \ln\left(\frac{9+\sqrt{89}}{4}\right)$ correspond bien à un maximum pour p en faisant un tableau de croissance :

x		$\ln\left(\frac{9+\sqrt{89}}{4}\right)$	
$p'(x)$		0	
$p(x)$	$\nearrow$		$\searrow$

Par conséquent, le périmètre $p(x)$ du rectangle OBAC sera maximum si $x = \ln\left(\frac{9+\sqrt{89}}{4}\right) \cong 1,528$.

On a maintenant $g(x) = (e^x - 1)(e^x - m)$.

g) On a $g(x) = u \cdot v$ avec $u = e^x - 1$ et $v = e^x - m$.
Ainsi $g'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$ avec $u' = e^x$ et $v' = e^x$.
Donc $g'(x) = e^x(e^x - m) + (e^x - 1)e^x = e^x(2e^x - m - 1)$.

h) Un point à tangente horizontale de g est un x tel que $g'(x) = 0$.
$g'(x) = 0 \Rightarrow e^x(2e^x - m - 1) = 0 \Rightarrow 2e^x - m - 1 = 0$ (puisque $e^x > 0$ pour toute valeur de x) $\Rightarrow 2e^x = m + 1 \Rightarrow e^x = \frac{m+1}{2}$.
Pour que g ait exactement un point à tangente horizontale, il faut que l'équation $e^x = \frac{m+1}{2}$ ait exactement une solution. Comme $e^x > 0$ pour toute valeur de x, il faut donc que $\frac{m+1}{2} > 0 \Rightarrow m + 1 > 0 \Rightarrow m > -1$.
Ainsi, si $m > -1$, g a un unique point à tangente horizontale.

Exercice 2

On a la droite d qui passe par $A(4;10;0)$ et $B(1;1;3)$ et le plan $\pi : 2x+y+2z-12=0$.

a) On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}4\\10\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\-9\\3\end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix}1\\3\\-1\end{pmatrix}$. Ainsi un vecteur directeur de la droite d est $\begin{pmatrix}1\\3\\-1\end{pmatrix}$. Une représentation paramétrique de d est donc:

$$d: \begin{cases} x = 4+\lambda \\ y = 10+3\lambda \\ z = -\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

b) Trace de d dans le sol: $z=0 \Rightarrow -\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 0 \Rightarrow x = 4$ et $y = 10$
$\Rightarrow T_S(4;10;0)$.

Trace de d dans la paroi: $y=0 \Rightarrow 10+3\lambda = 0 \Rightarrow 3\lambda = -10 \Rightarrow \lambda = -\frac{10}{3}$
$\Rightarrow x = 4 - \frac{10}{3} = \frac{2}{3}$ et $z = -\left(-\frac{10}{3}\right) = \frac{10}{3}$
$\Rightarrow T_P\left(\frac{2}{3}; 0; \frac{10}{3}\right)$.

Trace de d dans le mur: $x=0 \Rightarrow 4+\lambda=0 \Rightarrow \lambda=-4 \Rightarrow y = 10+3(-4) = -2$
et $z = -(-4) = 4$
$\Rightarrow T_m(0;-2;4)$.

On peut alors dessiner la droite d : voir en bleu sur la feuille annexe.

c) Pour dessiner les traces de π: $2x+y+2z-12=0$, on commence par chercher ses intersections avec les axes de référence.

Intersection avec l'axe x: $y=z=0 \Rightarrow 2x-12=0 \Rightarrow x=6 \Rightarrow I_x(6;0;0)$.

Intersection avec l'axe y: $x=z=0 \Rightarrow y-12=0 \Rightarrow y=12 \Rightarrow I_y(0;12;0)$.

Intersection avec l'axe z: $x=y=0 \Rightarrow 2z-12=0 \Rightarrow z=6 \Rightarrow I_z(0;0;6)$.

On peut alors dessiner les traces du plan π: voir en rouge sur la feuille annexe.

d) On dessine le plan vertical α dont l'intersection avec le sol est la projection de d dans le sol: en noir sur le dessin.

Les traces de α et π dans le sol se coupent en S.

Les traces de α et π dans la paroi se coupent en P.

L'intersection des plans α et π est donc la droite PS : en noir sur le dessin.

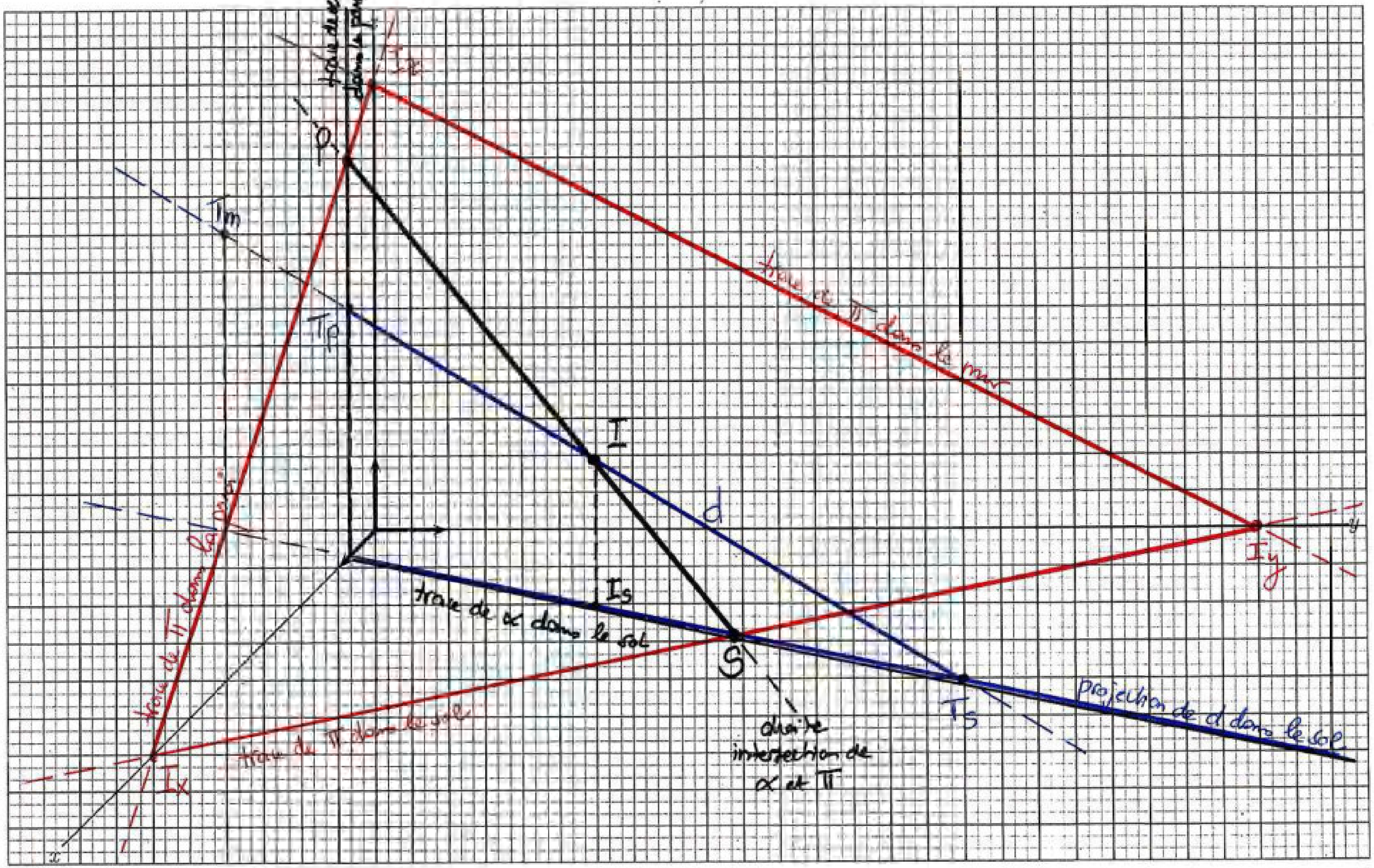
Par conséquent, l'intersection de d et π sera l'intersection de d et de la droite PS : voir le point I sur le dessin.

$I_S(2;4;0)$ est la projection de I dans le sol (I_S appartient à la projection de d dans le sol).

On a par conséquent $I(2;4;2)$.

Annexe pour le problème 2

Nom et prénom : .... Classe : ....



e) L'angle aigu entre Π et d sera $90°$ - l'angle entre d et une normale à Π.
Une normale à Π est $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ (coefficient de x, y et z dans l'équation de Π).
Un vecteur directeur de d est $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ (voir a)).

L'angle aigu entre d et une normale à Π est donné par $\cos(\alpha) = \dfrac{|\vec{n} \cdot \vec{d}|}{\|\vec{n}\| \cdot \|\vec{d}\|}$.
On a $\vec{n} \cdot \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = 2+3-2 = 3$, $\|\vec{n}\| = \sqrt{2^2+1^2+2^2} = 3$ et
$\|\vec{d}\| = \sqrt{1^2+3^2+(-1)^2} = \sqrt{11}$.

Ainsi $\cos(\alpha) = \dfrac{3}{3\sqrt{11}} = \dfrac{1}{\sqrt{11}} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{11}}\right) \cong 72,452°$.

Par conséquent, l'angle entre Π et d est $90° - 72,452° = 17,548°$.

f) Si les droites d et d' sont parallèles, elles sont toujours à la même distance l'une de l'autre. On a donc $\text{dist}(d'; d) = \text{dist}(P; d)$.
D'après Formulaires et Tables p. 60, la distance d'un point P à une droite d passant par A et de vecteur directeur $\vec{d}$ est :
$$\text{dist}(P; d) = \frac{\|\vec{AP} \times \vec{d}\|}{\|\vec{d}\|}.$$
On a $\vec{AP} = \vec{OP} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -11 \\ 2 \end{pmatrix}$. En outre, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ avec
$\|\vec{d}\| = \sqrt{11}$ (voir e)).
On a alors $\vec{AP} \times \vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ -11 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-11)\cdot(-1) - 2\cdot 3 \\ 2\cdot 1 - (-1)\cdot(-1) \\ (-1)\cdot 3 - (-11)\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11-6 \\ 2-1 \\ -3+11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$
et $\|\vec{AP} \times \vec{d}\| = \sqrt{5^2+1^2+8^2} = \sqrt{90}$.
Par conséquent, $\text{dist}(d'; d) = \text{dist}(P; d) = \dfrac{\sqrt{90}}{\sqrt{11}} \cong 2,86$.
Ainsi la distance minimale entre d' et d est $\dfrac{\sqrt{90}}{\sqrt{11}} \cong 2,86$.

On a maintenant la sphère $\sigma : (x-5)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 36$.
Son centre est $K(5; 4; 5)$ et son rayon est $r = \sqrt{36} = 6$.

g) L'équation cartésienne d'un plan horizontal est $z = k$.
Le point le plus haut de la sphère se trouve à $5 + r = 5 + 6 = 11$.
Le point le plus bas de la sphère se trouve à $5 - r = 5 - 6 = -1$.
Les plans horizontaux tangents à σ ont donc pour équation $z = 11$ et $z = -1$.

h) Déterminons l'équation de la droite passant par le centre K de la sphère et perpendiculaire au plan Π. Le centre cherché du cercle d'intersection sera alors l'intersection de cette droite de de Π.

Un vecteur normal à Π est $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. De plus, $K(5;4;5)$.

Des équations paramétriques de la droite passant par K et perpendiculaire à Π sont donc $\begin{cases} x = 5 + 2\lambda \\ y = 4 + \lambda \\ z = 5 + 2\lambda \end{cases}$.

Cherchons maintenant l'intersection de cette droite avec le plan Π.

Par substitution, on a $2(5+2\lambda) + 4 + \lambda + 2(5+2\lambda) - 12 = 0$

$\Rightarrow 10+4\lambda+4+\lambda+10+4\lambda-12=0 \Rightarrow 9\lambda+12=0 \Rightarrow 9\lambda=-12 \Rightarrow \lambda=-\frac{4}{3}$.

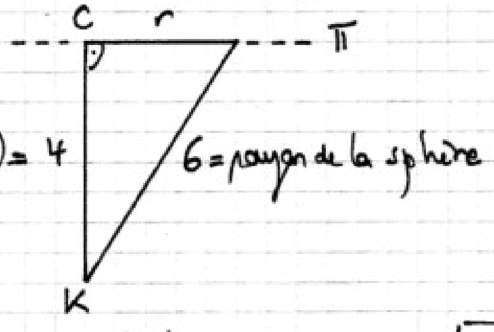
Avec $\lambda=-\frac{4}{3}$, on a $x=5+2\lambda=5-\frac{8}{3}=\frac{7}{3}$, $y=4+\lambda=4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$ et $z=5+2\lambda=5-\frac{8}{3}=\frac{7}{3}$.

Les coordonnées du centre du cercle d'intersection sont donc $C\left(\frac{7}{3};\frac{8}{3};\frac{7}{3}\right)$.

Calculons maintenant la distance de K à Π.

On a $\text{dist}(K;\Pi)=\frac{|2\cdot5+4+2\cdot5-12|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\frac{12}{3}=4$.

On a alors :



Par le théorème de Pythagore, on a $r=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}$.

Ainsi, le centre du cercle d'intersection est $\left(\frac{7}{3};\frac{8}{3};\frac{7}{3}\right)$ et son rayon est $\sqrt{20}$.

i) Pour montrer que $T(5;4;-1)$ est sur le cercle C, intersection entre Π et σ, on va montrer que $T\in\Pi$ et $T\in\sigma$.

$T\in\Pi$: $2\cdot5+4+2\cdot(-1)-12=10+4-2-12=0 \rightarrow$ ok.

$T\in\sigma$: $(5-5)^2+(4-4)^2+(-1-5)^2=0^2+0^2+(-6)^2=36 \rightarrow$ ok.

Ainsi, comme $T\in\Pi$ et $T\in\sigma$, on a $T\in\Pi\cap\sigma=C$.

Pour trouver un vecteur directeur de la droite incluse dans Π et tangente à la

sphère σ en T, on constate que ce vecteur directeur devra être perpendiculaire à $\vec{n}$, vecteur normal à π, et perpendiculaire à $\overrightarrow{KT}$.
Ainsi, le vecteur directeur cherché sera à prendre parallèle à $\vec{n} \times \overrightarrow{KT}$ (puisque $\vec{n} \times \overrightarrow{KT} \perp \vec{n}$ et $\vec{n} \times \overrightarrow{KT} \perp \overrightarrow{KT}$).

On a $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{KT} = \overrightarrow{OT} - \overrightarrow{OK} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$.

Ainsi $\vec{n} \times \overrightarrow{KT} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot(-6) - 2\cdot 0 \\ 2\cdot 0 - 2\cdot(-6) \\ 2\cdot 0 - 1\cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Par conséquent, un vecteur directeur de la droite incluse dans π et tangente à la sphère σ en T est $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Exercice 3

On a 12 filles et 8 garçons, soit au total 20 élèves.
La probabilité qu'une fille soit choisie est de $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ et la probabilité qu'un garçon soit choisi est de $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

a). $\text{prob}(FFF) = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125} = 0{,}216 = 21{,}6\%$.

b) En 6 lundis, 3 garçons et 3 filles doivent être interrogés. On a donc une loi binomiale : $P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$, où X comptabilise le nombre de garçons, $k=3$, $n=6$, $p=\frac{2}{5}$, $1-p=\frac{3}{5}$, $n-k=3$.
Ainsi la probabilité cherchée est $P(X=3) = \binom{6}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 = 0{,}27648 =$
$= 27{,}648\%$.

c) Le premier lundi, il y a 20 choix sur 20.
Le deuxième lundi, il y a 19 choix sur 20 (puisque l'élève doit être différent).
Le troisième lundi, il y a 18 choix sur 20.
Le quatrième lundi, il y a 17 choix sur 20.
Le cinquième lundi, il y a 16 choix sur 20.
Le sixième lundi, il y a 15 choix sur 20.
Ainsi, la probabilité que six élèves différents soient interrogés est
$\frac{20}{20} \cdot \frac{19}{20} \cdot \frac{18}{20} \cdot \frac{17}{20} \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{20} = 0{,}43605 = 43{,}605\%$.

d) prob (Gaston se soit fait interroger au moins une fois) =
= 1 − prob (Gaston ne se soit jamais fait interroger).
Sur un choix d'élève, on a prob (Gaston pas interrogé) $= \frac{19}{20}$.
Sur n choix d'élèves, on a prob (Gaston ne se soit jamais fait interroger) $= \left(\frac{19}{20}\right)^n$.
Ainsi, prob (Gaston se soit fait interroger au moins une fois) $= 1 - \left(\frac{19}{20}\right)^n$.
Comme cette probabilité doit être supérieure à $80\% = 0{,}8$, on doit trouver n tel que $1 - \left(\frac{19}{20}\right)^n > 0{,}8 \Rightarrow 1 - 0{,}8 > \left(\frac{19}{20}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{19}{20}\right)^n < 0{,}2$.
Comme la fonction log est strictement croissante ($x<y \Rightarrow \log(x) < \log(y)$), on obtient $\log\left(\left(\frac{19}{20}\right)^n\right) < \log(0{,}2)$.
Comme $\log(a^n) = n \cdot \log(a)$, on obtient $n \log\left(\frac{19}{20}\right) < \log(0{,}2)$.
Comme $\log\left(\frac{19}{20}\right) < 0$, on trouve $n > \frac{\log(0{,}2)}{\log(19/20)} \cong 31{,}38$.

Le nombre de lundis au minimum est donc 32.

e) 1) S'il apprend son vocabulaire exactement dix fois, cela signifie qu'il ne s'est pas fait interroger les 9 premières fois et qu'il s'est fait interroger la 10^e fois.
La probabilité est donc $\left(\frac{19}{20}\right)^9 \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^1 \cong 0{,}03151 = 3{,}151\%$.

2) S'il apprend son vocabulaire plus de 10 fois, cela signifie qu'il ne s'est pas fait interroger les dix premières fois.
La probabilité est donc $\left(\frac{19}{10}\right)^{10} \cong 0{,}59874 = 59{,}874\%$.

3) S'il apprend son vocabulaire moins de 10 fois, la probabilité sera 1 − prob (il a appris son vocabulaire plus de 9 fois) =
$= 1 - \left(\frac{19}{20}\right)^9 \cong 0{,}36975 = 36{,}975\%$ (similairement à 2)).

f) Comme 2 élèves sont choisis sur les 20, la probabilité que Jeanne se fasse interroger est $\frac{2}{20} = 0{,}1 = 10\%$.

g) On peut avoir, dans l'ordre, fille-garçon ou garçon-fille.
La probabilité d'interroger une fille en premier est $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.
La probabilité d'interroger ensuite un garçon est $\frac{8}{19}$ (il y a un élève en moins dans les possibilités totales).
La probabilité d'interroger un garçon en premier est $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.
La probabilité d'interroger ensuite une fille est $\frac{12}{19}$.
Ainsi, la probabilité cherchée est $\frac{3}{5} \cdot \frac{8}{19} + \frac{2}{5} \cdot \frac{12}{19} = \frac{48}{95} \cong 0{,}50526 = 50{,}526\%$.

h) C'est une probabilité conditionnelle. La formule est $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, où
A = interroger 2 filles et B = interroger 2 élèves du même sexe.
On a $A \cap B$ = interroger 2 filles.
Ainsi $P(A \cap B) = \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} = \frac{33}{95}$ (similairement à g)) et
$P(B) = P(G\text{-}G) + P(F\text{-}F) = \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} + \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} = \frac{47}{95}$ (voir g)).
La probabilité cherchée est donc $P(A|B) = \frac{33/95}{47/95} = \frac{33}{47} \cong 0{,}70213 =$
$= 70{,}213\%$.