



LYCÉE JEAN-PIAGET

NEUCHÂTEL

EXAMEN DE MATURITÉ

3M

Juin 2012

MATHEMATIQUES

Niveau 1

Matériel distribué : Un grand cahier pour la rédaction des solutions.

Matériel personnel : Calculatrice autorisée, **règle, équerre, compas**, crayons et stylos, « Formulaires et tables » de CRM (sans annotation).

Consignes à respecter strictement :

- Durant l'examen, aucun matériel ne circule d'un étudiant à l'autre.
- Les solutions seront rédigées proprement au stylo ou à l'encre sur les pages de droite du cahier des solutions; les pages de gauche seront réservées aux essais et brouillons, **à l'exception de la question 7) de l'exercice 2 et de l'exercice 4** qui se feront directement sur la feuille de données !
- Toute réponse doit être justifiée.

Remarque :

Dans la correction de votre épreuve, il sera tenu compte de la clarté et de la rigueur de vos développements ainsi que de la qualité de votre présentation.



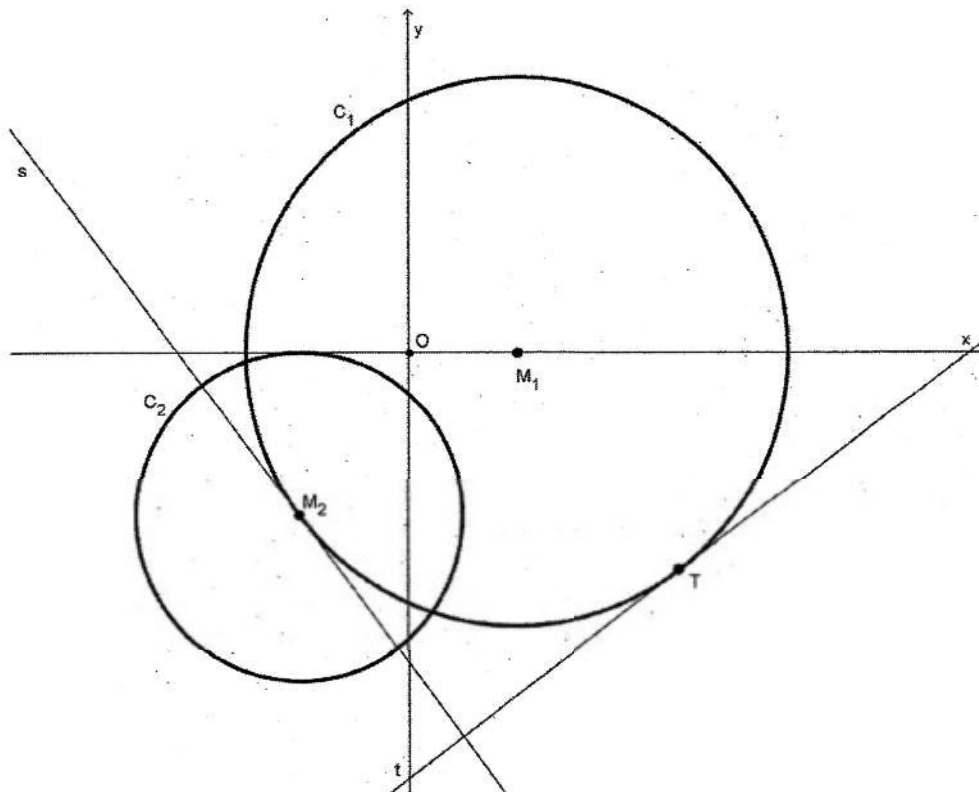
EXERCICE 1 · GEOMETRIE PLANE

Considérons les deux cercles suivants :

$$C_1 : (x - 2)^2 + y^2 = 25 \quad \text{de centre } M_1 \text{ et de rayon } r_1 .$$

$$C_2 : (x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 9 \quad \text{de centre } M_2 \text{ et de rayon } r_2 .$$

- 1) Par calcul, montrer que les deux cercles sont sécants.
- 2) Montrer que $M_2 \in C_1$ et donner l'équation cartésienne de la tangente s à C_1 au point de contact M_2 .
- 3) Calculer le point d'intersection I de s avec l'axe Ox .
- 4) Donner l'équation cartésienne de l'autre tangente s' à C_1 et passant par I .
- 5) Donner une équation de la tangente t à C_1 , parallèle à la droite passant par les deux centres de cercle.
- 6) Calculer T , le point de contact de t avec C_1 .
- 7) Calculer les coordonnées d'un point A appartenant à C_2 , tel que le triangle OAM_1 soit rectangle en O .



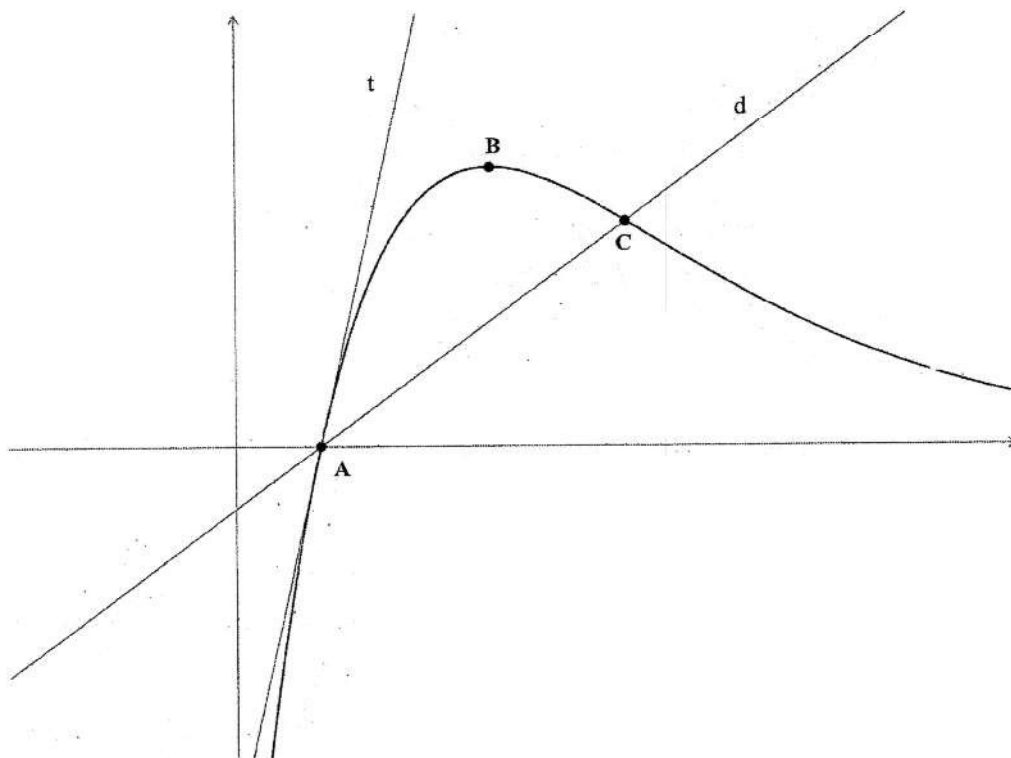


Inscrire votre nom et prénom sur cette page, ainsi que votre classe :

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

EXERCICE 2 ANALYSE

On donne la fonction $f(x) = (10x - 5)e^{-x}$, représentée graphiquement ci-dessous, avec la tangente t en A, ainsi que la droite d d'équation $y = x - \frac{1}{2}$.



- 1) Déterminer le domaine de définition de $f(x)$ et les équations des asymptotes éventuelles.
- 2) La courbe coupe-t-elle l'axe Oy et si oui en quel point ?
- 3) Calculer les coordonnées des points A, B (point à tangente horizontale), et C.
Indication pour C : observer que $f(x) = 10 \left(x - \frac{1}{2} \right) e^{-x}$.
- 4) Calculer la pente de la tangente t , puis l'angle entre d et t .
- 5) Déterminer une primitive $P(x)$ de la fonction $f(x)$ en intégrant par parties ou en posant $P(x) = (ax + b)e^{-x}$.
- 6) Calculer l'aire de la surface fermée délimitée par la courbe et la droite d . (prendre $x_c = 2,3$ si les coordonnées du point C n'ont pas été trouvées).
- 7) Dans le repère ci-dessus, représenter graphiquement la fonction $g(x) = \sqrt{x - \frac{1}{2}}$.



EXERCICE 3 PROBABILITES

Partie A

La classe 3M8 compte 15 élèves :

- 1) La professeure de français organise un travail par groupes. Elle compose trois groupes de 4 élèves et un groupe de 3 élèves. Chaque groupe réalisera un travail différent.
De combien de façons différentes peut-elle composer les groupes ?

- 2) Le professeur d'allemand interroge chaque semaine un élève sur le vocabulaire à apprendre. Il effectue son choix au hasard, sans tenir compte de qui est déjà passé.
Quelle est la probabilité qu'un même élève soit interrogé trois semaines consécutivement ?

- 3) Le professeur de mathématiques affirme qu'il y a 816 façons différentes de laisser des chaises vides dans la classe.
Combien de chaises compte la classe ?
(fâtonnement exceptionnellement autorisé pour cette question !)

- 4) Le maître de classe désire photographier ses élèves en les alignant sur une seule rangée.
Il souhaite que les élèves ayant les yeux de la même couleur se tiennent les uns à côté des autres.
Sachant que 5 élèves ont les yeux bleus, 3 élèves les yeux verts, 6 élèves les yeux bruns et un élève les yeux noirs, combien y a-t-il de façons différentes de les aligner ?



Partie B

Préambule : normalement, les œufs cuits sont teints et les œufs crus ne le sont pas.

Dans une grande surface de la région, un grand mélange s'est produit lors des fêtes de Pâques : 1 œuf teint sur 5 est cru et 2 œufs non-teints sur 9 sont cuits à tort !

Au rayon, 70% des œufs mis en vente sont teints.

Pour une recette de cuisine, Paulette a besoin d'œufs crus et se rend dans cette grande surface :

- 1) Elle achète un œuf : quelle est la probabilité qu'il soit cru ?
- 2) Elle achète un œuf non-teint : quelle est la probabilité qu'il soit bel et bien cru ?
- 3) Elle achète un œuf et constate qu'il est cru (ouf !). Quelle est la probabilité qu'il ait été teint à tort ?
- 4) Elle achète une demi-douzaine d'œufs non-teints et espère qu'au moins 5 seront crus. Quelle probabilité a-t-elle de voir son souhait exaucé ?
- 5) Finalement, Paulette décide de ne pas (trop) laisser de place au hasard. Elle va donc acheter suffisamment d'œufs non-teints afin d'obtenir au moins un œuf cru avec une probabilité supérieure à 99,99%.
Combien au minimum doit-elle acheter d'œufs non-teints ?



Inscrire votre nom et prénom sur cette page, ainsi que votre classe :

NOM : PRENOM : CLASSE :

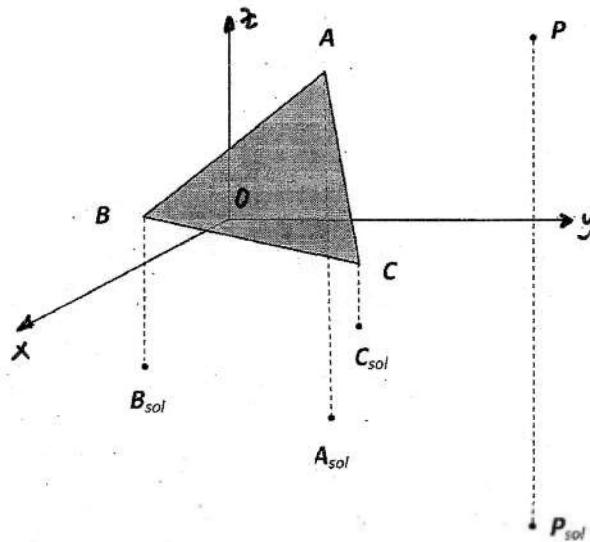
EXERCICE 4 GEOMETRIE DANS L'ESPACE

EXERCICE EN 3 PARTIES A EFFECTUER DIRECTEMENT SUR LES PAGES 6 ET 7!

CONSEIL : FAIRE LES CONSTRUCTIONS AU CRAYON DE PAPIER !

Partie 1

Construire les traces dans le sol des droites AP, BP et CP puis hachurer la partie visible du triangle formé par ces trois traces.



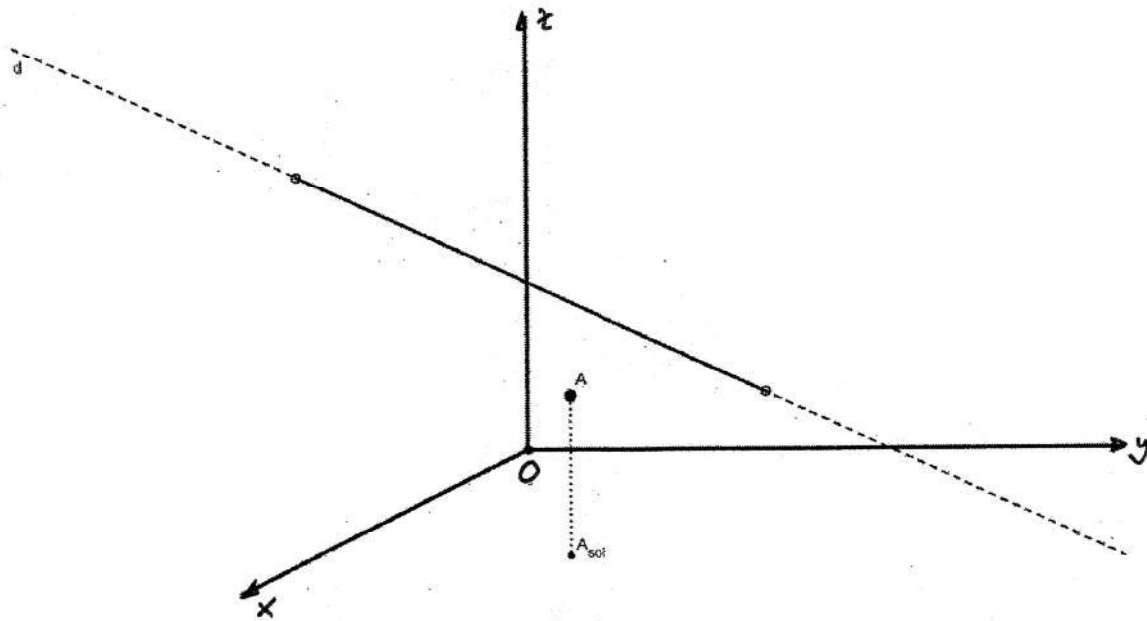


Inscrire votre nom et prénom sur cette page, ainsi que votre classe :

NOM : PRENOM : CLASSE :

Partie 2

En respectant les conventions de dessin, construire les traces du plan contenant la droite d et le point A .



Partie 3

S'agit-il des traces d'un plan ?

Répondre à la question à l'aide d'une construction claire.

