LYCEE DENIS-DE-ROUGEMONT

Neuchâtel et Fleurier

EXAMEN DE MATURITE

Mathématiques de niveau 1

Session 2013

CORRIGE

Problème 1

Première partie

a) On a $f(x) = (x+2)^2 e^{-x}$.

Domaine de définition: comme il n'y a pas d'exclu, on a $D = \mathbb{R}$.

Intersection avec l'axe x: $f(x) = 0 \Rightarrow (x+2)^2 e^{-x} = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0$ car $e^{-x} > 0$ pour tout $x \Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow (-2;0)$.

Intersection avec l'axe y: $x = 0 \Rightarrow f(x) = (0+2)^2 e^{-0} = 4 \Rightarrow (0;4)$.

Asymptotes verticales: aucune, puisqu'il n'y a pas d'exclu.

Asymptotes obliques: aucune, puisque f contient la fonction exponentielle.

Asymptotes horizontale: on a $\lim_{x \to -\infty} (x+2)^2 e^{-x} = (+\infty)\cdot(+\infty) = +\infty$ et

$\lim_{x \to +\infty} (x+2)^2 e^{-x} = (+\infty) \cdot 0 = 0$ car l'exponentielle gagne.

Ainsi $y = 0$ est une asymptote horizontale lorsque $x \to +\infty$.

Dérivée: on a $f(x) = u \cdot v$ avec $u = (x+2)^2$ et $v = e^{-x}$; comme $u' = 2(x+2)$ et $v' = -e^{-x}$, on a $f'(x) = u'v + uv' = 2(x+2)e^{-x} + (x+2)^2(-e^{-x}) =$

$= \left(2(x+2) - (x+2)^2\right)e^{-x} = \left(2x+4-x^2-4x-4\right)e^{-x} =$

$= (-x^2 - 2x)e^{-x} = -x(x+2)e^{-x}$

Points à tangente horizontale: $f'(x) = 0 \Rightarrow -x(x+2)e^{-x} = 0 \Rightarrow -x(x+2) = 0$

puisque $e^{-x} > 0$ pour tout $x \Rightarrow$ soit $x = 0$, soit

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$;

avec $x = 0$, on a $f(x) = 4$;

avec $x = -2$, on a $f(x) = 0$;

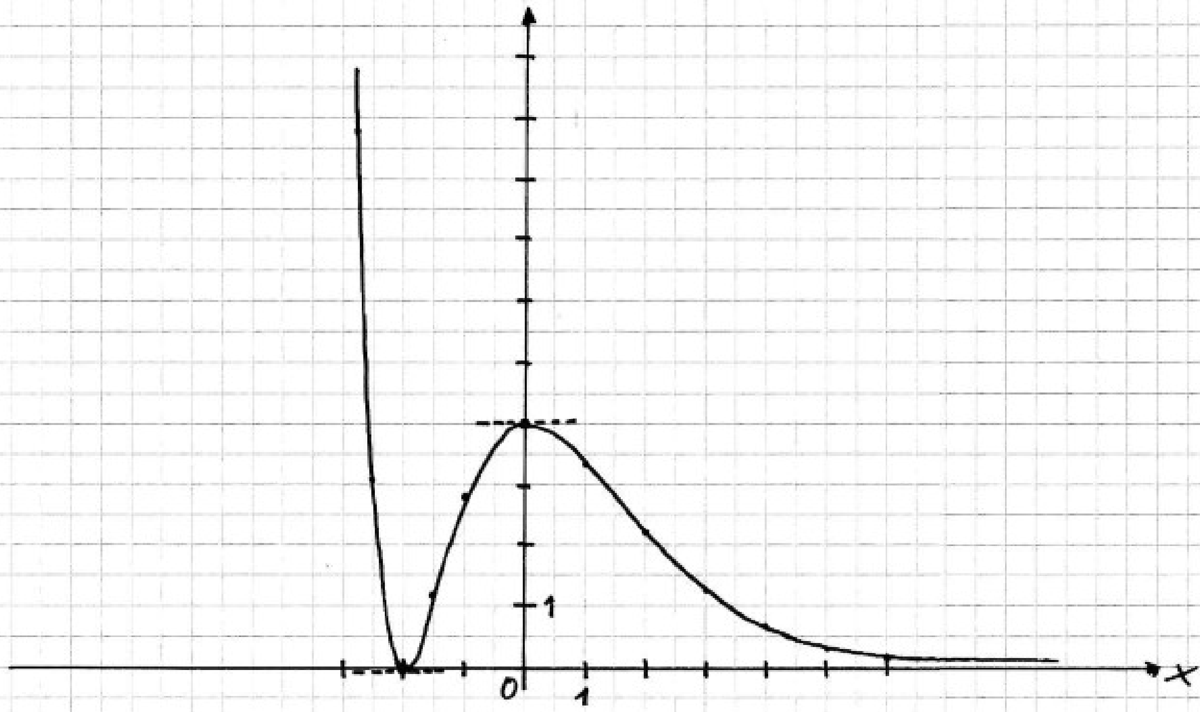
ainsi, il y a 2 points à tangente horizontale:

$(0;4)$ et $(-2;0)$.

Tableau des variations:

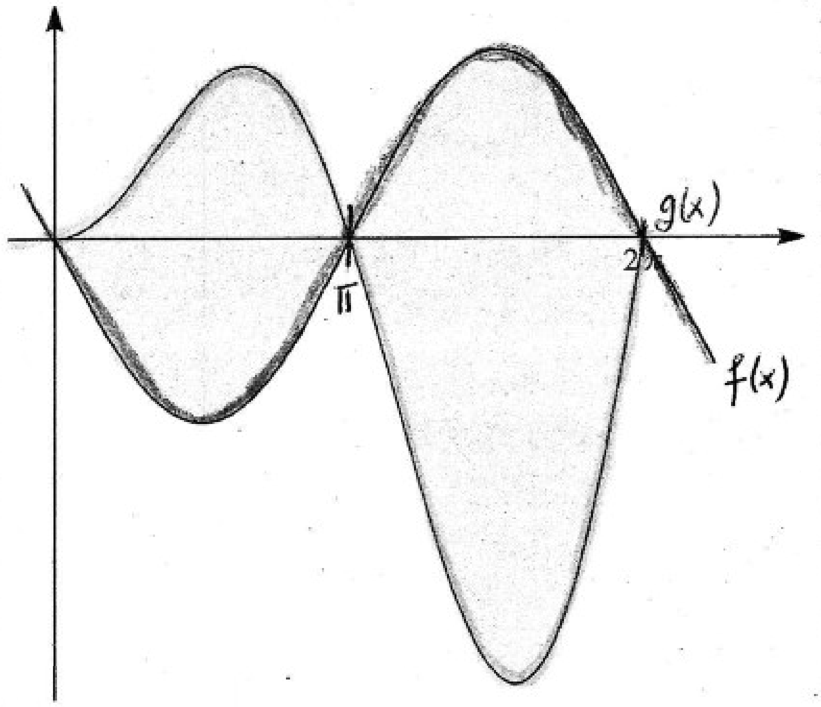
x		-2		0	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	min en $(-2;0)$	$\nearrow$	max en $(0;4)$	$\searrow$

Graphe:



Deuxième partie

On a :



b) L'équation de la tangente au point $\left(\frac{3\pi}{2} ; g\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right)$ est donnée par $y = mx + h$, avec $m = g'\left(\frac{3\pi}{2}\right)$.

On a $g(x) = u \cdot v$ avec $u = x$ et $v = \sin(x)$. Comme $u' = 1$ et $v' = \cos(x)$, on a $g'(x) = u'v + uv' = 1 \cdot \sin(x) + x \cdot \cos(x) = \sin(x) + x\cos(x)$.

Comme $\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$ et $\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$, on a :

$m = g'\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \frac{3\pi}{2}\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1 + \frac{3\pi}{2} \cdot 0 = -1.$

De plus, on a $g\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{3\pi}{2}.$

Ainsi $\left(\frac{3\pi}{2};g\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right)=\left(\frac{3\pi}{2};-\frac{3\pi}{2}\right)$.

L'équation de la tangente s'écrivant $y=-x+h$, par substitution, on a

$-\frac{3\pi}{2}=-\frac{3\pi}{2}+h \Rightarrow h=0$.

L'équation de la tangente en $x=\frac{3\pi}{2}$ est donc $y=-x$.

c) On a $f(x)=-2\sin(x)$ et $f'(x)=-2\cos(x)$.

$f'(x)=0 \Rightarrow -2\cos(x)=0 \Rightarrow \cos(x)=0 \Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$ et $\frac{3\pi}{2}$ (on se restreint à l'intervalle $[0;2\pi]$).

Avec $x=\frac{\pi}{2}$, on a $f(x)=-2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=-2\cdot1=-2$.

Avec $x=\frac{3\pi}{2}$, on a $f(x)=-2\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-2\cdot(-1)=2$.

Ainsi, les points à tangence horizontale sont $\left(\frac{\pi}{2};-2\right)$ et $\left(\frac{3\pi}{2};2\right)$.

d) Notons $P(x_0;y_0)$.

Si $y=2x+b$ est tangente au graphe de f au point P, cela signifie que $f'(x_0)=2$.

Comme $f'(x)=-2\cos(x)$ (voir c)), on a $-2\cos(x_0)=2 \Rightarrow \cos(x_0)=-1$

$\Rightarrow x_0=\pi$ (seule possibilité dans l'intervalle $[0;2\pi]$)

Avec $x_0=\pi$, on a $y_0=f(x_0)=f(\pi)=-2\sin(\pi)=-2\cdot0=0$.

On a ainsi le point $P(\pi;0)$.

Par substitution dans $y=2x+b$, on trouve $0=2\pi+b \Rightarrow b=-2\pi$

e) La surface entre les 2 courbes est donnée par :

$$A=\int_0^{\pi}(g(x)-f(x))dx+\int_{\pi}^{2\pi}(f(x)-g(x))dx=$$

$$=\int_0^{\pi}g(x)dx-\int_0^{\pi}f(x)dx+\int_{\pi}^{2\pi}f(x)dx-\int_{\pi}^{2\pi}g(x)dx.$$

Une primitive de $f(x)=-2\sin(x)$ est $F(x)=2\cos(x)$.

Cherchons maintenant une primitive de $g(x)=x\sin(x)$:

on a $\int g(x)dx=\int x\sin(x)dx=\int uv'dx$ avec $u=x$ et $v'=\sin(x)$;

on a alors $u'=1$ et $v=-\cos(x)$; par la formule d'intégration par parties,

on a alors $\int g(x)dx=uv-\int u'vdx=-x\cos(x)+\int\cos(x)dx=$

$=-x\cos(x)+\sin(x)$; une primitive de $g(x)=x\sin(x)$ est donc $G(x)=-x\cos(x)+\sin(x)$.

On a alors $\displaystyle\int_0^{\pi} g(x)\,dx = G(\pi) - G(0) = -\pi\cos(\pi) + \sin(\pi) - \left(-0\cos(0) + \sin(0)\right) =$

$= -\pi(-1) + 0 - (0+0) = \pi$,

$\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)\,dx = F(\pi) - F(0) = 2\cos(\pi) - 2\cos(0) = 2\cdot(-1) - 2\cdot 1 = -4,$

$\displaystyle\int_{\pi}^{2\pi} f(x)\,dx = F(2\pi) - F(\pi) = 2\cos(2\pi) - 2\cos(\pi) = 2\cdot 1 - 2\cdot(-1) = 4$

et $\displaystyle\int_{\pi}^{2\pi} g(x)\,dx = G(2\pi) - G(\pi) = -2\pi\cos(2\pi) + \sin(2\pi) - \left(-\pi\cos(\pi) + \sin(\pi)\right) =$

$= -2\pi\cdot 1 + 0 - \left(-\pi\cdot(-1) + 0\right) = -2\pi - \pi = -3\pi.$

Ainsi, l'aire cherchée vaut $A = \pi - (-4) + 4 - (-3\pi) = 4\pi + 8.$

Problème 2

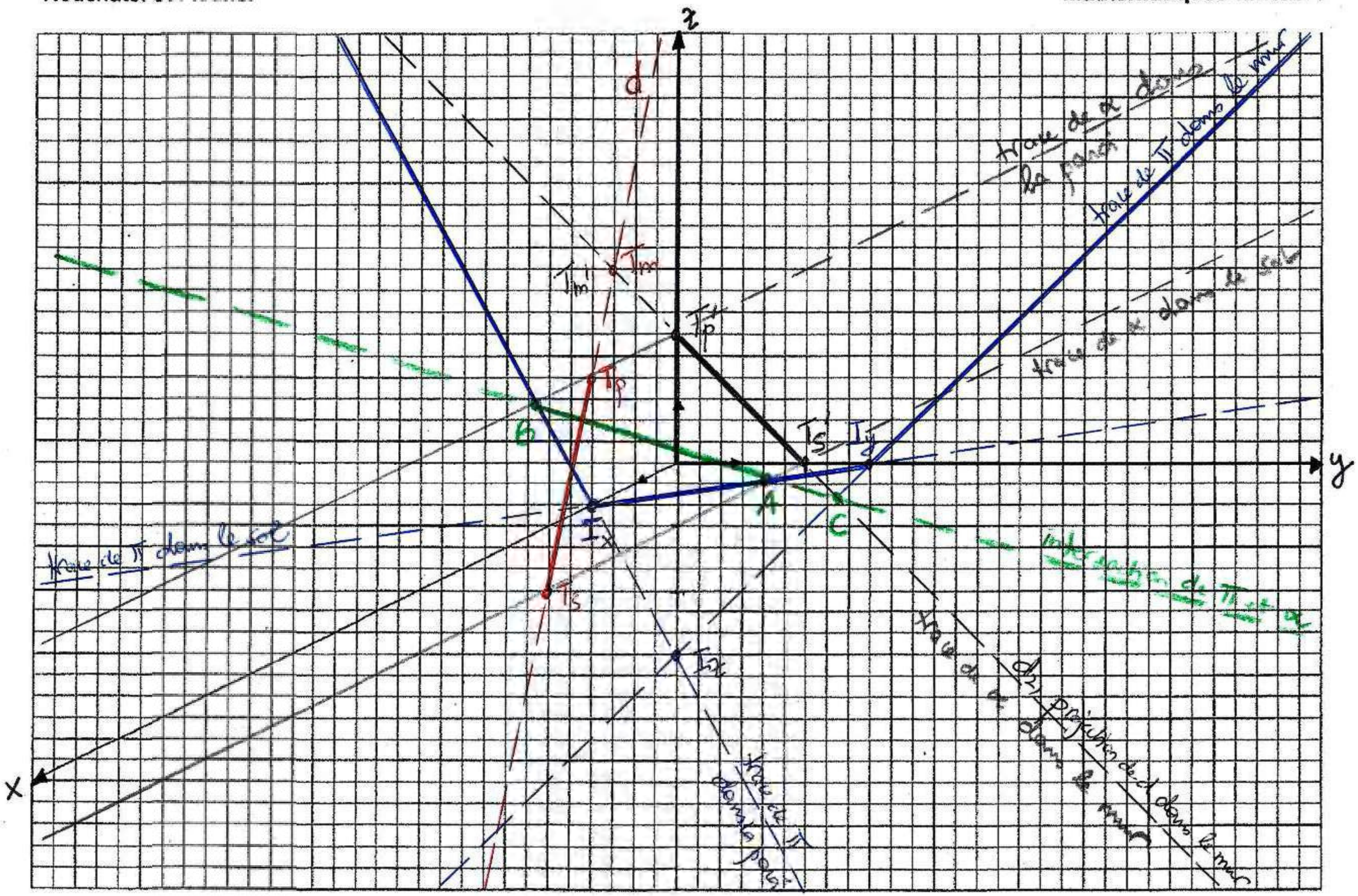
a) Pour dessiner les traces du plan, on cherche ses intersections avec les axes :
avec l'axe x : $y=z=0 \Rightarrow 3x-6=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow I_x(2;0;0)$;
avec l'axe y : $x=z=0 \Rightarrow 2y-6=0 \Rightarrow y=3 \Rightarrow I_y(0;3;0)$;
avec l'axe z : $x=y=0 \Rightarrow -2z-6=0 \Rightarrow z=-3 \Rightarrow I_z(0;0;-3)$.
On peut alors dessiner les traces du plan (en bleu sur la page suivante).

Pour dessiner la droite, on cherche ses intersections avec les plans de référence :
avec le sol : $z=0 \Rightarrow 0=1+\lambda \Rightarrow \lambda=-1 \Rightarrow x=4+2=6$ et $y=1+1=2$
$\Rightarrow T_S(6;2;0)$;
avec la paroi : $y=0 \Rightarrow 0=1-\lambda \Rightarrow \lambda=1 \Rightarrow x=4-2=2$ et $z=1+1=2$
$\Rightarrow T_p(2;0;2)$;
avec le mur : $x=0 \Rightarrow 0=4-2\lambda \Rightarrow \lambda=2 \Rightarrow y=1-2=-1$ et $z=1+2=3$
$\Rightarrow T_m(0;-1;3)$.
On peut alors dessiner la droite (en rouge sur la page suivante).

Les projections de T_S, T_p et T_m sur le mur sont $T_S'(0;2;0)$, $T_p'(0;0;2)$ et $T_m'(0;-1;3)$.
On peut alors dessiner la projection de la droite sur le mur (en noir sur la page suivante).

b) On a $\alpha : y+z-2=0$.
Montrons que d appartient à α : avec $x=4-2\lambda$, $y=1-\lambda$, $z=1+\lambda$, on a, dans α, $1-\lambda+1+\lambda-2=0 \Rightarrow 0=0 \Rightarrow$ infinité de solutions.
Par conséquent d appartient bien à α.
Essayons de chercher l'intersection de α et de l'axe Ox : on a $y=z=0$
$\Rightarrow -2=0$, ce qui est impossible. Ainsi α ne coupe pas l'axe Ox et, donc, α est parallèle à l'axe Ox.

c) Pour dessiner les traces de α, on cherche ses intersection avec les axes :
avec l'axe x : aucune ;
avec l'axe y : $x=z=0 \Rightarrow y-2=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow J_y(0;2;0)$;
avec l'axe z : $x=y=0 \Rightarrow z-2=0 \Rightarrow z=2 \Rightarrow J_z(0;0;2)$.
On peut alors dessiner les traces de α (en gris sur la page suivante).
Sur le dessin, on cherche les intersections des traces de Π et α sur les plans de référence :


z
y
x
d
trace de α dans la paroi
trace de π dans le mur
trace de α dans le sol
trace de π dans le sol
intersection de π et α
trace de α dans le mur
d_1, projection de d dans le mur
trace de π dans la paroi
A
B
C

sur le sol : A ; sur la paroi : B ; sur le mur : C.

On peut alors dessiner la droite d'intersection de Π et α (en vert sur le dessin).

d) L'angle aigu entre d et la paroi vaudra $\frac{\pi}{2} - \alpha$ (en radians) où α est l'angle aigu entre un vecteur directeur de d et un vecteur normal à la paroi.

Un vecteur directeur de d est $\vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Un vecteur normal à la paroi est $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

On a alors la relation $\cos(\alpha) = \dfrac{|\vec{d} \cdot \vec{n}|}{\|\vec{d}\| \cdot \|\vec{n}\|}$.

On a : $\vec{d} \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = -2 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 0 = -1$,

$$\|\vec{d}\| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6} \quad \text{et} \quad \|\vec{n}\| = 1.$$

Ainsi, $\cos(\alpha) = \dfrac{|-1|}{\sqrt{6} \cdot 1} = \dfrac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow \alpha \cong 1{,}4$ rad.

L'angle aigu entre d et la paroi est ainsi $\frac{\pi}{2} - \alpha \cong 0{,}167$ rad $\cong 9{,}6°$.

e) $P(5; 2; 1)$:

sur S_1 : $(5-1)^2 + (2-6)^2 + (1+1)^2 = 4^2 + 4^2 + 2^2 = 16 + 16 + 4 = 36 \Rightarrow$ sur S_1 ;

sur S_2 : $(5-7)^2 + 2^2 + (1-2)^2 = (-2)^2 + 2^2 + (-1)^2 = 4 + 4 + 1 = 9 \Rightarrow$ sur S_2.

f) Un vecteur directeur de la droite t tangente à la sphère S_1 en P et parallèle au plan Π sera un vecteur perpendiculaire à $\overrightarrow{KP}$, où K est le centre de S_1, et perpendiculaire à $\vec{n}$, vecteur normal à Π.

On a $K(1; 6; -1)$, $\overrightarrow{KP} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OK} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

et $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Ainsi, un vecteur directeur de la droite t sera $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} (-2) \cdot (-2) - 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) \\ 2 \cdot 2 - (-2) \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 2 \\ 3 + 4 \\ 4 + 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}$$

g) Le centre de S_1 est $K(1; 6; -1)$ et son rayon est $\sqrt{36} = 6$.

Le centre de S_2 est $L(7; 0; 2)$ et son rayon est $\sqrt{9} = 3$.

On a $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{OL} - \overrightarrow{OK} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\|\overrightarrow{KL}\| = \sqrt{6^2 + (-6)^2 + 3^2} =$

$= \sqrt{36 + 36 + 9} = \sqrt{81} = 9.$

Ainsi la distance entre les 2 centres est exactement égale à la somme des 2 rayons $(6+3=9)$. Par conséquent, les 2 sphères sont tangentes et P est le seul point appartenant aux deux sphères.

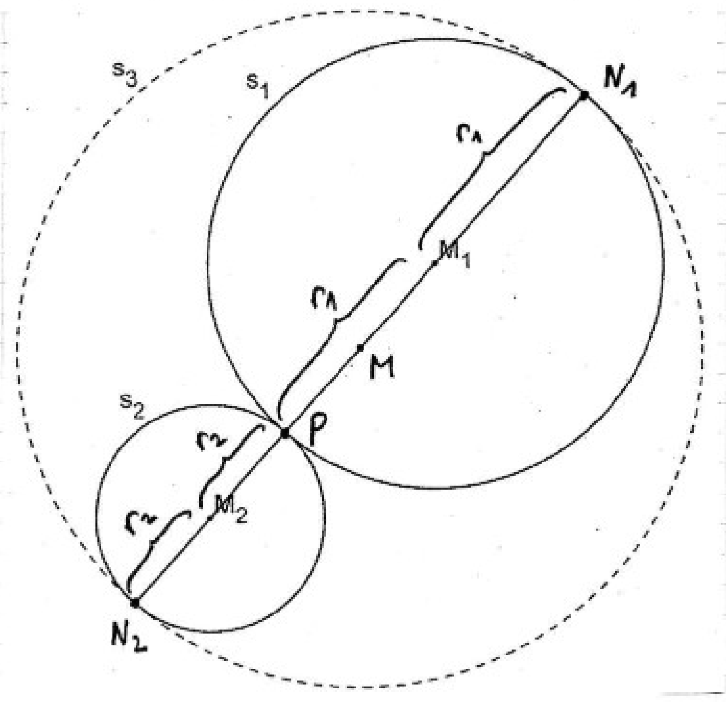
h) Le diamètre du cercle cherché est $2r_1 + 2r_2$, où r_1 est le rayon de S_1 et r_2 le rayon de S_2 (voir schéma ci-dessous).
D'après g), on a $r_1 = 6$ et $r_2 = 3$.
Le diamètre du cercle cherché est donc $2 \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 18$ et son rayon est par conséquent 9.
De plus, on peut voir sur le dessin que $\overrightarrow{N_1N_2} = 2\overrightarrow{M_1M_2}$.
Comme M est le milieu de N_1N_2, on a alors $\overrightarrow{N_1M} = \overrightarrow{M_1M_2}$.
Ainsi $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{ON_1} + \overrightarrow{N_1M} = \overrightarrow{ON_1} + \overrightarrow{M_1M_2}$.
En outre $\overrightarrow{ON_1} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PN_1}$ et, avec $\overrightarrow{PN_1} = 2\overrightarrow{PM_1}$, on trouve $\overrightarrow{ON_1} = \overrightarrow{OP} + 2\overrightarrow{PM_1}$.
Ainsi $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + 2\overrightarrow{PM_1} + \overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{OP} + 2(\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1} =$
$= \overrightarrow{OP} + 2\overrightarrow{OM_1} - 2\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OP}$.

D'après g), on a $M_1 = K = (1; 6; -1)$ et $M_2 = L = (7; 0; 2)$.

Par conséquent, comme $P(5; 2; 1)$, on obtient :

$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } M(3; 4; 0).$$

Le centre de S_3 est donc $(3; 4; 0)$.



Problème 3

a) La probabilité de tirer un jeton bleu pour un tirage est $\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$.
La probabilité de tirer un jeton rouge pour un tirage est $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$.

On a: prob(au moins un jeton rouge) = 1 − prob(zéro jeton rouge) =

$= 1 - \text{prob}(6 \text{ jetons bleus}) = 1 - C_6^6 \left(\frac{3}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^0$ (loi binomiale)

$= 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^6 \cong 0{,}9533 = 95{,}33\%$.

b) prob(plus de bleus que de rouges) = prob(6 bleus et 0 rouge) +
+ prob(5 bleus et 1 rouge) + prob(4 bleus et 2 rouges) =

$= C_6^6 \left(\frac{3}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^0 + C_5^6 \left(\frac{3}{5}\right)^5 \left(\frac{2}{5}\right)^1 + C_4^6 \left(\frac{3}{5}\right)^4 \left(\frac{2}{5}\right)^2$ (loi binomiale)

$= \left(\frac{3}{5}\right)^6 + 6\left(\frac{3}{5}\right)^5\left(\frac{2}{5}\right)^1 + 15\left(\frac{3}{5}\right)^4\left(\frac{2}{5}\right)^2 =$

$= \frac{3^6 + 6 \cdot 3^5 \cdot 2 + 15 \cdot 3^4 \cdot 2^2}{5^6} = \frac{729 + 2916 + 4860}{15'625} = \frac{8505}{15'625} \cong 0{,}5443 = 54{,}43\%$.

c) prob(au moins un jeton bleu marqué d'un cercle) =
= 1 − prob(zéro jeton bleu marqué d'un cercle).
La probabilité de tirer un jeton bleu marqué d'un cercle pour un tirage est $\frac{24}{100} = \frac{6}{25}$.
La probabilité de tirer autre chose qu'un jeton bleu marqué d'un cercle pour un tirage est
$1 - \frac{6}{25} = \frac{19}{25}$.

Ainsi, prob(au moins un jeton bleu marqué d'un cercle) =

$= 1 - C_0^6 \left(\frac{6}{25}\right)^0 \left(\frac{19}{25}\right)^6 = 1 - \left(\frac{19}{25}\right)^6 \cong 0{,}8073 = 80{,}73\%$.

d) On doit avoir prob(au moins un jeton bleu marqué d'un cercle) > 90% = 0,9
$\Rightarrow$ 1 − prob(zéro jeton bleu marqué d'un cercle) > 0,9
$\Rightarrow$ prob(zéro jeton bleu marqué d'un cercle) < 0,1.
Sur n tirages (n à déterminer), cela donne

$$\underbrace{C_0^n}_{1} \underbrace{\left(\frac{6}{25}\right)^0}_{1} \left(\frac{19}{25}\right)^n < 0{,}1 \Rightarrow \left(\frac{19}{25}\right)^n < 0{,}1.$$

Comme la fonction log est strictement croissante ($x < y \Rightarrow \log(x) < \log(y)$),
on obtient $\log\left(\left(\frac{19}{25}\right)^n\right) < \log(0{,}1)$.

Par la propriété du log : $\log(a^n) = n \log(a)$, on trouve

$n \log\left(\frac{19}{25}\right) < \log(0{,}1)$.

Comme $\log\left(\frac{19}{25}\right)<0$, on obtient finalement $n > \dfrac{\log(0,1)}{\log\left(\frac{19}{25}\right)} \cong 7,34$.

Par conséquent, il faut 8 tirages au minimum pour que la probabilité d'obtenir au moins un jeton bleu marqué d'un cercle soit supérieure à 90%.

e) prob (tirer un jeton marqué d'un losange) =

prob (tirer un jeton bleu marqué d'un losange ou un jeton rouge marqué d'un losange) =

prob (tirer un jeton bleu marqué d'un losange) + prob (un jeton rouge marqué d'un losange)

(les événements sont indépendants)

$= \dfrac{12}{100} + \dfrac{x}{100} = 0,12 + \dfrac{x}{100}$.

f) prob (tirer un jeton marqué d'un losange) = $0,12 + \dfrac{x}{100}$ (voir e)).

Similairement, prob (tirer un jeton marqué d'une étoile) =

= prob (tirer un jeton bleu marqué d'une étoile) + prob (tirer un jeton rouge marqué d'une étoile)

$= \dfrac{60-24-12}{100} + \dfrac{40-8-x}{100} = \dfrac{24}{100} + \dfrac{32-x}{100} = 0,24 + \dfrac{32-x}{100}$.

On veut les 2 probabilités égales:

$$\begin{array}{rcl|l} 0,12+\dfrac{x}{100} &=& 0,24+\dfrac{32-x}{100} & \cdot 100 \\ 12+x &=& 24+32-x & \text{réduction} \\ 12+x &=& 56-x & +x \\ 12+2x &=& 56 & -12 \\ 2x &=& 44 & :2 \\ x &=& 22 & \end{array}$$

On doit donc avoir $x = 22$.

g) On a une probabilité conditionnelle : $P(A|B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$.

On a : A = tirer un jeton bleu

B = jeton marqué d'un losange

$A \cap B$ = jeton bleu marqué d'un losange

$P(A\cap B) = \dfrac{12}{100} = 0,12$

$P(B) = P$(jeton bleu marqué d'un losange) + P(jeton rouge marqué d'un losange) =

$= \dfrac{12}{100} + \dfrac{20}{100} = 0,12 + 0,2 = 0,32$

La probabilité cherchée est donc $P(A|B) = \dfrac{0,12}{0,32} = 0,375 = 37,5\%$.

h) Deux événements A et B sont indépendants si $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$.

Ici, on a : A = tirer un jeton bleu,

B = tirer un jeton marqué d'un losange,

$A \cap B$ = tirer un jeton bleu marqué d'un losange,
$P(A \cap B) = \frac{12}{100} = 0{,}12$,
$P(A) = \frac{60}{100} = 0{,}6$ et $P(B) = \frac{12}{100} + \frac{x}{100} = 0{,}12 + \frac{x}{100}$.

Ainsi, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \iff 0{,}12 = 0{,}6\left(0{,}12 + \frac{x}{100}\right)$

$$\iff 0{,}2 = 0{,}12 + \frac{x}{100}$$
$$\iff 20 = 12 + x$$
$$\iff x = 8.$$

Il faut donc que $x = 8$.