LYCÉE JEAN-PIAGET
NEUCHÂTEL

EXAMEN DE MATURITE
3M
JUIN 2013

MATHEMATIQUES

Niveau 1

Matériel distribué : Un grand cahier pour la rédaction des solutions.

Matériel personnel : Calculatrice autorisée, **règle**, **équerre**, **compas**, crayons et stylos
"Formulaires et tables" de CRM (sans annotation).

Consignes à respecter strictement :

- Durant l'examen, aucun matériel ne circule d'un étudiant à l'autre.
- Les solutions seront rédigées proprement au stylo ou à l'encre sur les pages de droite du cahier des solutions; les pages de gauche seront réservées aux essais et brouillons.
- Toute réponse doit être justifiée.

Remarque :

Dans la correction de votre épreuve, il sera tenu compte de la clarté et de la rigueur de vos développements ainsi que de la qualité de votre présentation.

Exercice 1 : *ANALYSE*

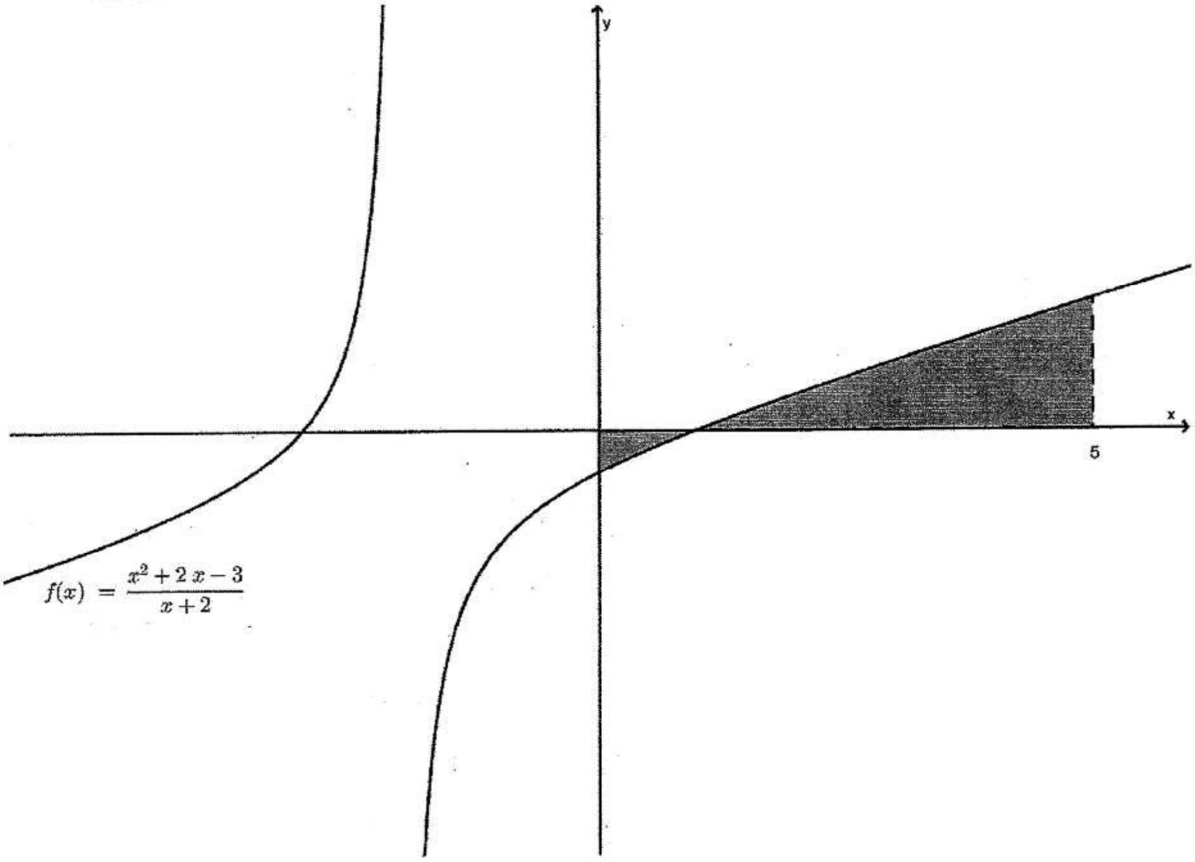
PARTIE 1

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 2}$$

est représentée graphiquement à la page suivante.

Déterminer :

1) Le domaine de définition.
2) Le tableau de signes.
3) Les asymptotes (verticales et non-verticales)
   Indication : une réécriture préalable à l'aide d'une division polynomiale est conseillée.
4) La dérivée première et le tableau de croissance.
5) Le tableau de courbure sachant que la dérivée seconde est :
   $$f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3}$$
   Il n'est donc pas nécessaire de calculer $f''(x)$
6) L'équation de la tangente $\mathbf{t}$ au graphe de f en $\mathbf{T}$ d'abscisse $x_0 = 1$
7) La surface grisée sur le graphe :
   Indication : une réécriture préalable à l'aide d'une division polynomiale est conseillée.


y
x
5
$f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x+2}$

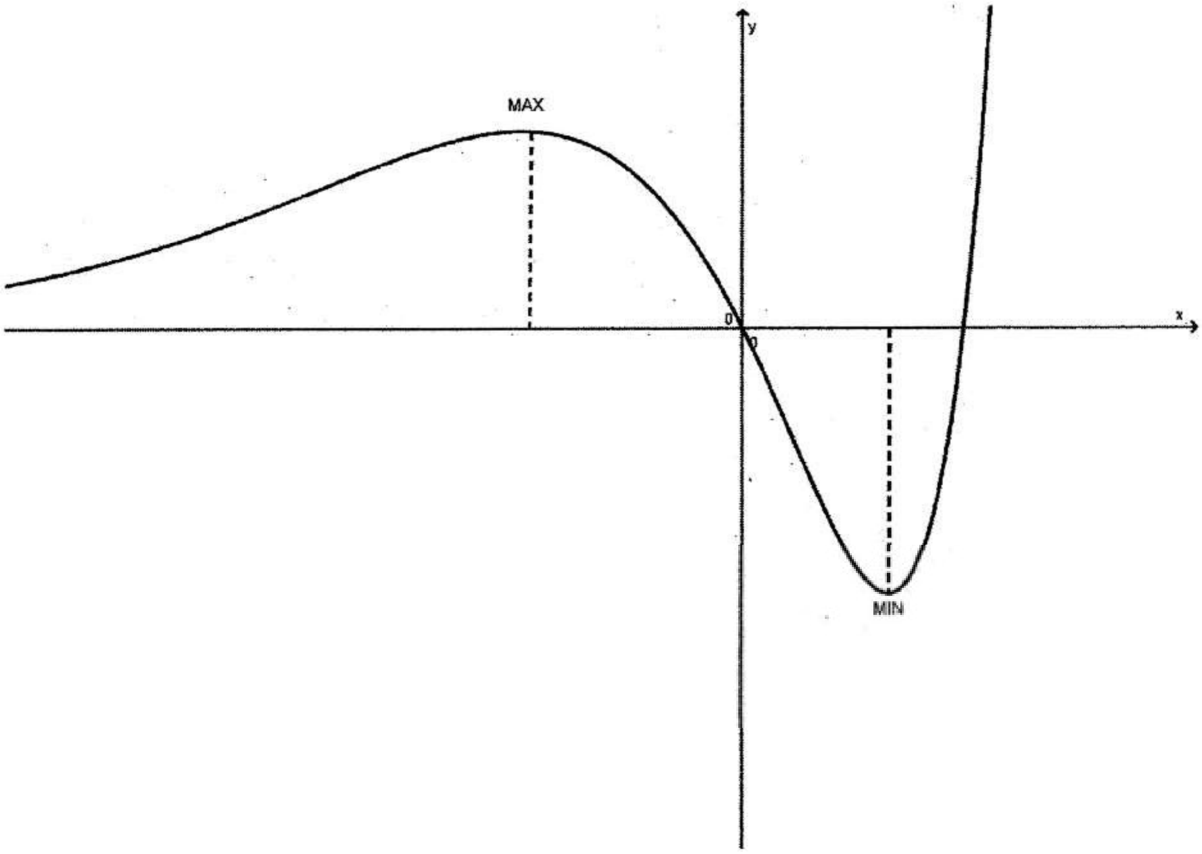
PARTIE 2

Considérons la fonction $f(x) = (2x^2 - 6x)e^{\frac{1}{2}x}$ dont le graphe figure ci-dessous.

1) Calculer les abscisses des points à tangente horizontale de $f(x)$

2) Déterminer l'équation de la tangente au MIN de la fonction

3) Déterminer les éventuelles asymptotes de $f(x)$



Exercice 2 : *PROBABILITÉS*

Pour la fabrication de boîtes de 1 kilo de sucre en morceaux, on dispose de deux machines. La première, qui correspond au sucre blanc, représente les 80% de la production et la deuxième, qui correspond au sucre brut, représente les 20% restants.
La première machine fonctionne parfaitement, ce qui signifie que toutes les boîtes qu'elle produit pèsent exactement un kilo. Par contre la deuxième fonctionne de manière irrégulière : 70% des boîtes qui en sortent pèsent un kilo, 20% pèsent 980 grammes et 10% pèsent 1020 grammes.
Afin de réaliser un test de qualité, une personne prélève au hasard quelques boîtes de sucre dans l'important stock de la fabrique.

a) Quelle est la probabilité que la première boîte choisie pèse 1 kilo ou plus ?

b) Elle prélève deux boîtes. Quelle est la probabilité que l'une pèse 1 kilo et l'autre 980 grammes ?

c) Elle prélève 4 boîtes. Quelle est la probabilité que toutes ces boîtes contiennent du sucre blanc ?

d) Elle prélève 6 boîtes. Quelle est la probabilité que 4 contiennent du sucre blanc et 2 du sucre brut ?

e) Combien de boîtes au minimum doit-elle prélever pour que la probabilité d'avoir au moins une boîte de sucre brut dépasse 99% ?

f) Elle prélève une boîte et constate qu'elle pèse 1 kilo. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse de sucre brut ?

g) Elle prélève 3 boîtes de sucre brut et les met ensemble sur la balance. Si elle obtient 3 kilos, quelle est la probabilité que chacune des boîtes pèse 1 kilo ?

h) Lorsque le test est terminé, il reste sur une table 10 boîtes de sucre blanc (A), 7 boîtes de 1 kilo de sucre brut (B), 2 boîtes de 980 grammes (C) et 1 boîte de 1020 grammes (D). De combien de manières peut-on aligner ces 20 boîtes sur une étagère si les boîtes de chaque sorte (A à D) doivent rester groupées et si de plus il ne doit pas y avoir de sucre blanc entre deux boîtes de sucre brut ?

Exercice 3 : *GÉOMÉTRIE DANS LE PLAN*

Soit le vecteur $\vec{V} = 4\vec{e_1} - 3\vec{e_2}$ dans un système orthonormé $(O ; \vec{e_1} ; \vec{e_2})$

Soit le cercle $\mathbf{C_1}$ centré en $\mathbf{K_1\ (7 ; 6)}$ et passant par le point $\mathbf{A\ (11 ; 9)}$

Soit le cercle $\mathbf{C_2}$: $x^2 + y^2 + 6y + 5 = 0$

1. Déterminer l'équation du cercle $\mathbf{C_1}$
2. Déterminer l'équation de la tangente **t** à $\mathbf{C_1}$ au point **A**
3. Déterminer le centre $\mathbf{K_2}$ et le rayon $\mathbf{r_2}$ du cercle $\mathbf{C_2}$

    Prendre $\mathbf{K_2\ (0 ; -3)}$ *si vous n'avez pas trouvé le centre de* $\mathbf{C_2}$

    Prendre $\mathbf{r_2 = 2}$ *si vous n'avez pas trouvé le rayon de* $\mathbf{C_2}$

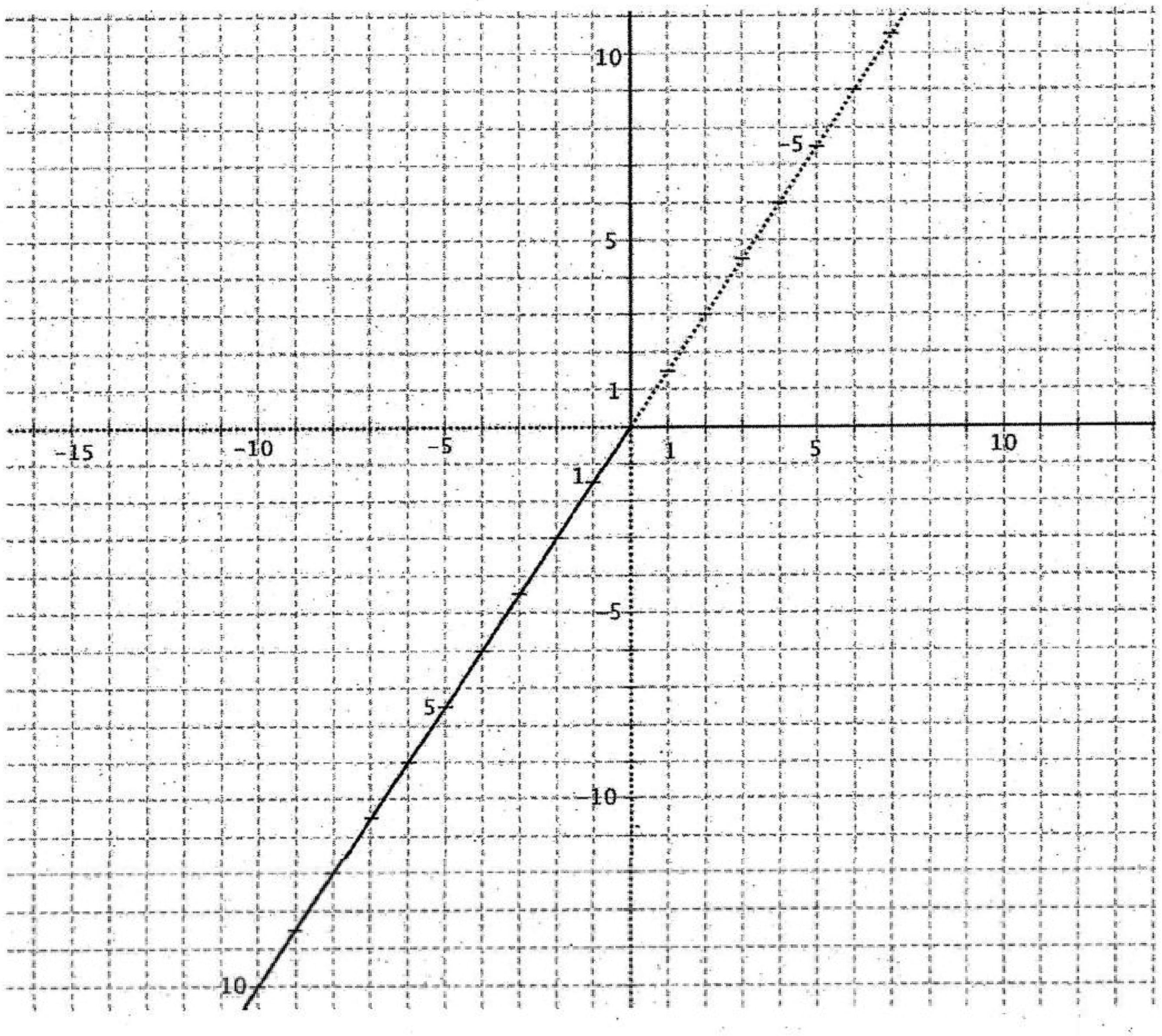
4. Déterminer la plus courte distance entre le cercle $\mathbf{C_2}$ et la tangente **t**
5. Déterminer les équations des tangentes **u** et **v** à $\mathbf{C_1}$, parallèles au vecteur $\vec{V}$
6. Représenter cette situation dans un système d'axes.
7. Calculer l'angle entre la tangente **t** et la tangente **v**
8. Calculer la surface du triangle $\mathbf{A\ K_1\ K_2}$
9. Calculer la surface du carré $\mathbf{K_2\ P\ Q\ R}$ dont le côté **PQ** est porté par la tangente **t** ...avec **t** : $4x + 3y - 71 = 0$
10. Déterminer les coordonnées du point de **t** qui est le plus proche de $\mathbf{K_2}$

Exercice 4 : *GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE*

PARTIE 1

Considérer quatre points A(6 ; 6 ; -3), B(2 ; -10 ; 7), C(-1 ; 1 ; 1) et D(9 ; -5 ; 3)

Déterminer par dessin le point d'intersection I des droites d_{AB} et d_{CD} et indiquer les coordonnées de ce point I.

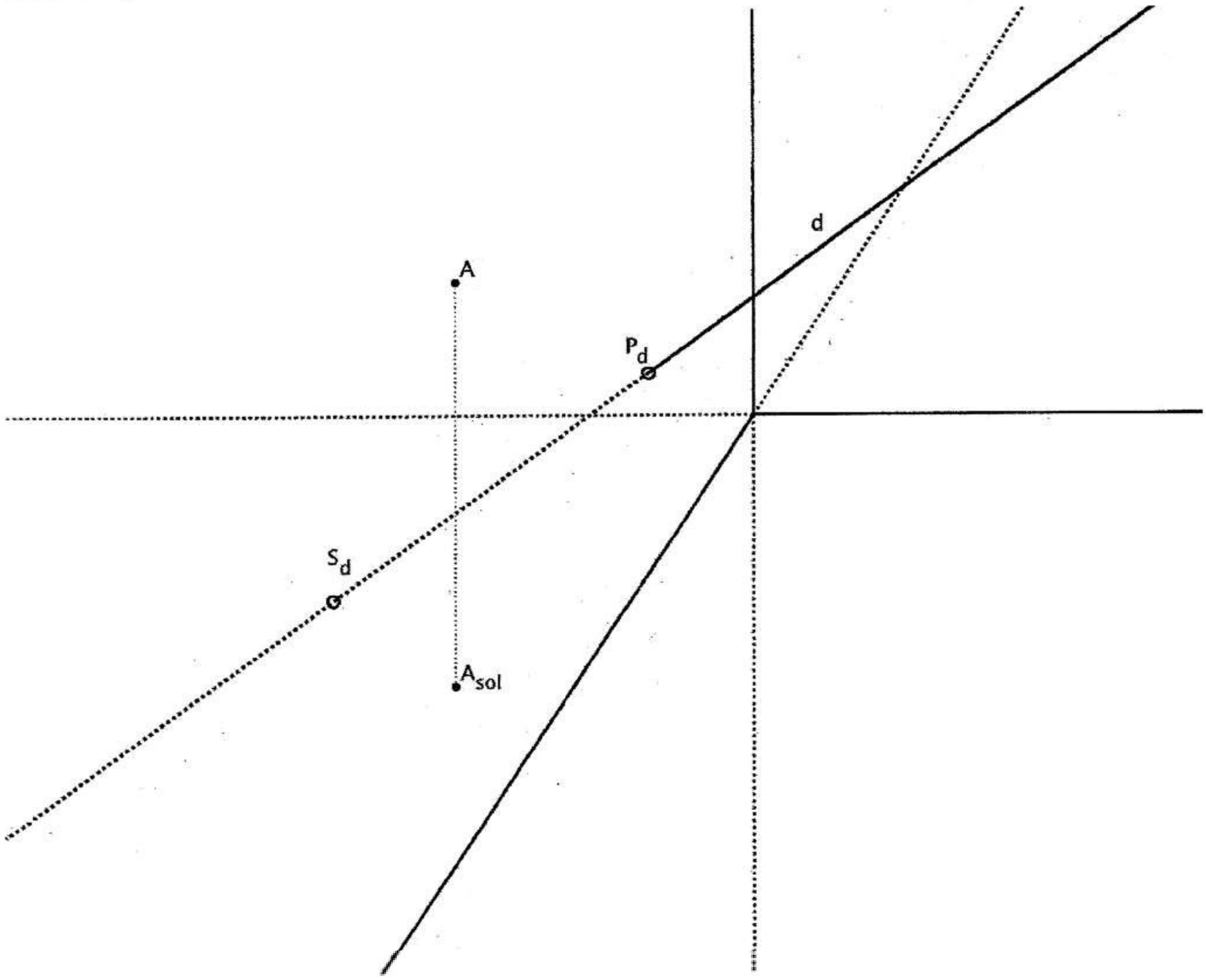


PARTIE 2

Dessiner les traces du plan π qui contient le point A et la droite d.

Le point Asol est la projection du point A dans le sol.

Le point Sd est la trace de la droite d dans le **sol**, le point Pd est la trace de la droite d dans la **paroi**.



----- FIN DE L'EXAMEN -----