L·Y·C·E·E
JEAN-PIAGET

Problème 1 ANALYSE

Les parties *A*, *B* et *C* sont indépendantes.

Partie A

On considère la fonction définie par son expression fonctionnelle :

$$f(x) = (x-2)\cdot e^{2x}$$

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction f et le(s) zéro(s) de la fonction f.

   Domaine de définition : $D_f = R =]-\infty;+\infty[$

   Les zéros de la fonction f :

   $$f(x)=0 \Rightarrow (x-2)\cdot e^{2x} = 0 \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2.$$

   Le graphe de la fonction f coupe l'axe des abscisses (l'axe x) en point $A(2;0)$.

2. Déterminer le(s) point(s) d'intersection avec l'axe y.

   Intersection avec l'axe y :

   $$x=0 \Rightarrow f(0)=(0-2)\cdot e^{2\cdot 0} \Rightarrow y=f(0)=-2$$

   Le graphe de la fonction f coupe l'axe des ordonnées (l'axe y) en point $B(0;-2)$.

3. Établir le tableau de signes de la fonction f.

   Tableau de signes :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
Signe de la fonction f	$-$	0	$+$

4. Donner les équations des éventuelles asymptotes.

   Asymptotes :

   $$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(x-2)\cdot e^{2x} = +\infty \text{ et } \lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{(x-2)\cdot e^{2x}}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{(x-2)\cdot e^{2x}}{x} = -\infty$$

   Pas d'asymptotes à $+\infty$.

   $$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(x-2)\cdot e^{2x} = 0$$

   La droite d'équation $y=0$ (axe des abscisses) est une asymptote horizontale à $-\infty$.

5. Montrer que la dérivée première est $f'(x) = (2x-3) \cdot e^{2x}$ et établir le tableau de croissance.

Calcul de la dérivée première :

$$f(x) = (x-2) \cdot e^{2x} \Rightarrow f'(x) = e^{2x} + (x-2) \cdot 2 \cdot e^{2x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x} - 4e^{2x}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f'(x) = (2x-3)e^{2x}}}$$

Recherche des zéros de f' PTH:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow (2x-3) \cdot e^{2x} = 0 \Rightarrow 2x-3 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x = 1.5}}$$

$$f(1.5) = -0.5 \cdot e^3 \Rightarrow f(1.5) = -\frac{e^3}{\underline{\underline{2}}} \Rightarrow \underline{\underline{f(1.5) \cong -10.04}}$$

Tableau de croissance : (2pts)

x	$-\infty$	1.5	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
f	$\searrow$	Minimum (PTH) $(1.5;-\frac{e^3}{2}) \cong (1.5;-10.04)$	$\nearrow$

6. Calculer la dérivée seconde $f''(x)$ et établir le tableau de courbure.

Calcul de la dérivée seconde :

$$f'(x) = (2x-3)e^{2x} \Rightarrow f''(x) = 2e^{2x} + (2x-3) \cdot 2 \cdot e^{2x}$$

$$\Rightarrow f''(x) = 2e^{2x} + (4x-6) \cdot e^{2x}$$

$$\Rightarrow f''(x) = e^{2x}(2 + 4x - 6) \cdot e^{2x}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f''(x) = (4x-4)e^{2x}}}$$

Recherche des zéros de f'' :

$$f''(x) = 0 \Rightarrow (4x-4) \cdot e^{2x} = 0 \Rightarrow 4x-4 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}} \text{ et } f(1) = - \cdot e^2 \Rightarrow \underline{\underline{f(1) \cong -7.39}}$$

Tableau de courbure :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$
f	$\frown$	Point d'inflexion P.I $(1;-e^2) \cong (1;-7.39)$	$\smile$

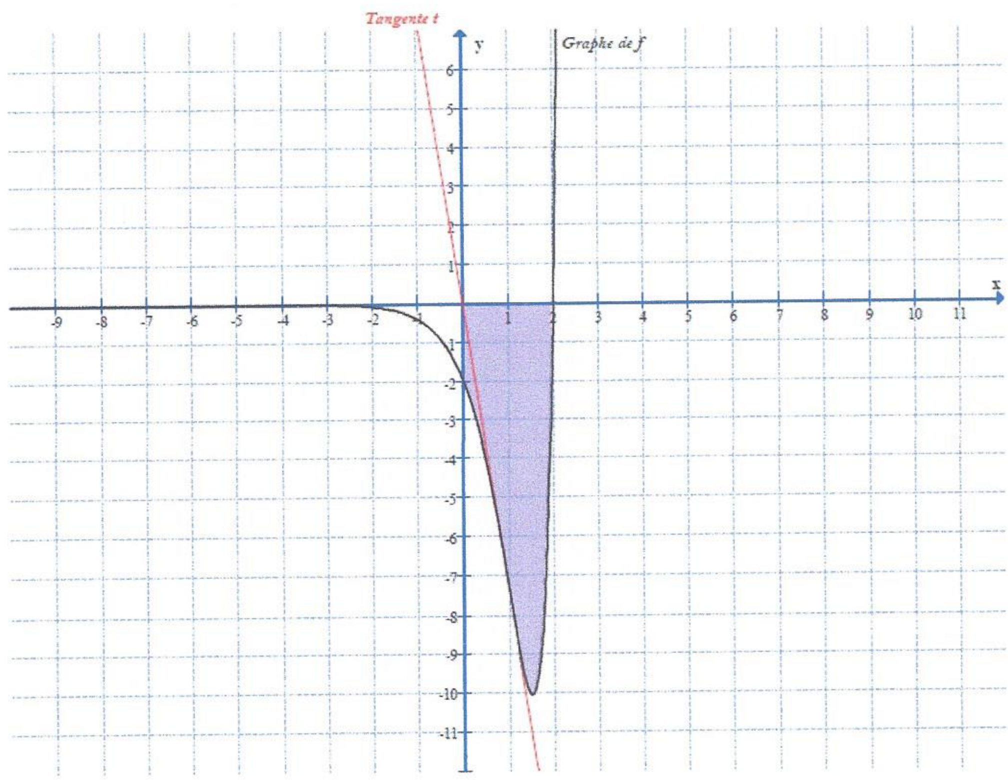
7. Donner l'équation de la tangente t au graphe de f en son point d'inflexion.

Équation de la tangente t au graphe de f en son point d'inflexion.

On a le point d'inflexion $(1;-e^2)$ et $f(1) = f'(1) = -e^2$

$$t : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \Rightarrow t : y = f'(1)(x-1) + f(1)$$
$$\Rightarrow t : y = -e^2(x-1) - e^2 \Rightarrow t : y = -e^2 x + e^2 - e^2$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{t : y = -e^2 \cdot x}} \quad ou \quad \underline{\underline{t : y = -7.39 \cdot x}}$$

8. Dessiner, dans le même système d'axes (Annexe 1, page 3), le graphe de f ainsi que la tangente t.



9. Hachurer la surface fermée délimitée par le graphe de f, l'axe des abscisses ainsi que les droites verticales $x=0$ et $x=2$ et calculer l'aire de cette surface.

Calcul d'aire de cette surface :

On effectue une intégration par parties :

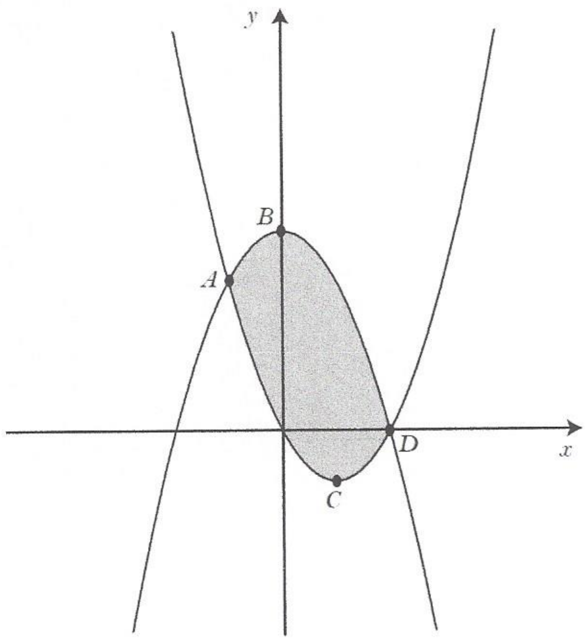
$$\begin{cases} u = x-2 \Rightarrow u' = 1 \\ v' = e^{2x} \Rightarrow v = \dfrac{e^{2x}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \left|\int_0^2 (x-2)\cdot e^{2x}dx\right| = \left|[(x-2)\frac{e^{2x}}{2}]_0^2 - \int_0^2 \frac{e^{2x}}{2}dx\right| = \left|[(x-2)\frac{e^{2x}}{2}]_0^2 - [\frac{e^{2x}}{4}]_0^2\right|$$

$$= \left|1-\left(\frac{e^4}{4}-\frac{1}{4}\right)\right| = \left|1-\frac{e^4}{4}+\frac{1}{4}\right| = \left|\frac{4}{4}-\frac{e^4}{4}+\frac{1}{4}\right| = \left|\frac{5-e^4}{4}\right| = \frac{e^4-5}{4} \cong \underline{\underline{12.40 \quad u^2}}$$

Partie B

On considère les deux fonctions f et g données par $f(x)=x^2-2x$ et $g(x)=-x^2+4$, et dont les graphes sont esquissés ci-dessous.



1. Indiquer sur le dessin, en justifiant votre réponse, le graphe de f et celui de g.
   Le graphe de f, dirigé vers le haut, passe par l'origine et celui de g est dirigé vers le bas car $a=-1$.

2. Calculer les coordonnées des points A, B, C et D.
   Calcul des coordonnées des points A, B, C et D :
   - Les points A et D sont données par l'intersection du graphe de f et celui g.
     On pose $f(x)=g(x)$

$$f(x)=g(x) \Rightarrow x^2-2x=-x^2+4 \Rightarrow 2x^2-2x-4=0$$

$$\Rightarrow x^2-x-2=0 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2}$$

$$\Rightarrow x_1=2 \quad et \quad x_1=-1$$

   Donc, les coordonnées des points A et D sont $A(-1;3)$ et $D(2;0)$

   - Le point B est donné par l'intersection du graphe de g et l'axe des ordonnés et donc $B(0;4)$.
   - Le point C est le sommet du graphe de f et donc $x_c=\frac{-(-2)}{2\cdot 1} \Rightarrow x_c=1$ et $y_c=-1$: $C(1;-1)$

3. Calculer l'aire du domaine grisé.

Calcul d'aire du domaine grisé :

$$A=\int_{-1}^{2} g(x)\cdot dx-\int_{-1}^{2} f(x)\cdot dx=\int_{-1}^{2}(-x^2+4)\cdot dx-\int_{-1}^{2}(x^2-2x)\cdot dx$$

$$=\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\cdot dx=[-\frac{2}{3}x^3+x^2+4x]_{-1}^{2}$$

$$=\left(-\frac{2}{3}2^3+2^2+4\cdot 2\right)-\left(-\frac{2}{3}(-1)^3+(-1)^2+4\cdot(-1)\right)$$

$$=\left(-\frac{16}{3}+4+8\right)-\left(\frac{2}{3}+1-4\right)=\left(-\frac{16}{3}+12\right)-\left(\frac{2}{3}-3\right)$$

$$=\left(-\frac{16}{3}+\frac{36}{3}\right)-\left(\frac{2}{3}-\frac{9}{3}\right)=\frac{20}{3}+\frac{7}{3}=\underline{\underline{9\cdot u^2}}$$

Partie C

Pour quelle valeur du nombre entier n a-t-on $\int_0^1 x^{2n}\ dx=\frac{1}{7}$?

Calcul de la valeur du nombre entier n :

$$\int_0^1 x^{2n}\ dx=\frac{1}{7}\Rightarrow[\frac{1}{2n+1}\cdot x^{2n+1}]_0^1=\frac{1}{7}\Rightarrow\frac{1}{2n+1}\cdot 1^{2n+1}=\frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2n+1}=\frac{1}{7}\Rightarrow 2n+1=7\Rightarrow 2n=6\Rightarrow\underline{\underline{n=3}}$$

Problème 2 GÉOMÉTRIE PLANE ET GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Les parties *A* et *B* sont indépendantes.

Partie A GÉOMÉTRIE PLANE

ATTENTION : Les questions doivent être résolues analytiquement et non pas graphiquement. Tous les calculs doivent figurer sur la feuille !

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{e_1};\vec{e_2})$, on donne :

- le cercle $C_1 : x^2 + y^2 - 4y = 0$ de centre M_1 et de rayon r_1,
- le cercle C_2 de centre $M_2(3;2)$ et de rayon $r_2 = 5$,
- la droite d de représentation paramétrique: $d : \begin{cases} x = 6 - \lambda \\ y = \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$.

1. Montrer que $M_1(0;2)$ est le centre du cercle C_1 et que son rayon est $r_1 = 2$.

Preuve :

$$\begin{aligned} C_1 : x^2 + y^2 - 4y = 0 &\Rightarrow C_1 : x^2 + y^2 - 4y + 4 - 4 = 0 \\ &\Rightarrow C_1 : x^2 + (y-2)^2 - 4 = 0 \\ &\Rightarrow C_1 : x^2 + (y-2)^2 = 4 \\ &\Rightarrow C_1 : (x-0)^2 + (y-2)^2 = 2^2 \end{aligned}$$

Donc, le centre du cercle C_1 est $M_1(0;2)$ et son rayon est $r_1 = 2$.

2. Soient A et B les points d'intersection de la droite d et du cercle C_2. Déterminer leurs coordonnées.

Calcul des points d'intersection A et B :

On remplace les équations paramétriques de la droite d dans l'équation cartésienne du cercle C_2.

On a $C_2 : (x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$ et $d : \begin{cases} x = 6 - \lambda \\ y = \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} &((6-\lambda)-3)^2 + (\lambda-2)^2 = 25 \Rightarrow (3-\lambda)^2 + (\lambda-2)^2 = 25 \\ &\Rightarrow 9 - 6\lambda + \lambda^2 + \lambda^2 - 4\lambda + 4 = 25 \Rightarrow 2\lambda^2 - 10\lambda - 12 = 0 \\ &\Rightarrow \lambda^2 - 5\lambda - 6 = 0 \Rightarrow (\lambda-6)(\lambda+1) = 0 \Rightarrow \underline{\lambda = 6} \quad ou \quad \underline{\lambda = -1} \end{aligned}$$

Si $\lambda = 6 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 - 6 = 0 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow \underline{A(0;6)}$ et si $\lambda = -1 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 + 1 = 7 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \underline{B(7;-1)}$

3. Montrer que C_1 et C_2 sont tangents en un point I et que C_1 est à l'intérieur de C_2.

Calcul du point d'intersection I :

Soit le système d'équation suivant :

$$-\begin{cases} C_1 : x^2 + (y-2)^2 = 4 \\ C_2 : (x-3)^2 + (y-2)^2 = 25 \end{cases}$$

$$x^2 - (x-3)^2 = 4 - 25 \Rightarrow x^2 - (x-3)^2 = -21$$

$$\Rightarrow x^2 - (x^2 - 6x + 9) = -21 \Rightarrow 6x - 9 = -21$$

$$\Rightarrow 6x = -12 \Rightarrow \underline{\underline{x = -2}}$$

On remplace $x = -2$ dans l'équation cartésienne de C_1.

$$x^2 + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow (-2)^2 + (y-2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow 4 + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow (y-2)^2 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{y = 2}}$$

Les deux cercles sont tangents en point $\underline{\underline{I(-2;2)}}$.

On montre que C_1 est à l'intérieur de C_2.

On a $M_1(0;2)$ et $M_2(3;2)$ et on calcule la norme du vecteur $\overrightarrow{M_1M_2}$: $\left\|\overrightarrow{M_1M_2}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}\right\| = \sqrt{3^2} = 3$

On a $r_1 = 2$ et $r_2 = 5$ et on calcule $|r_1 - r_2|$: $|r_1 - r_2| = |2-5| = 3$

$\left\|\overrightarrow{M_1M_2}\right\| = |r_1 - r_2| \Rightarrow \underline{\underline{C_1}}$ **est à l'intérieur de** $\underline{\underline{C_2}}$.

4. Donner une équation cartésienne de la droite tangente t au point I.

Équation la tangente t.

On a $I(-2;2)$, $M_1(0;2)$ et le vecteur $\vec{n} = \overrightarrow{IM_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est un vecteur normal.

L'équation de la tangente est donc : $t : ax + by + c = 0 \Rightarrow t : 2x + c = 0$

On a $I(-2;2) \in t \Rightarrow 2(-2) + c = 0 \Rightarrow -4 + c = 0 \Rightarrow c = 4$

Et enfin l'équation la tangente $\underline{\underline{t : 2x + 4 = 0}}$ ou bien $\underline{\underline{t : x + 2 = 0}}$.

5. Déterminer l'angle aigu entre la droite d et la tangente t.

Calcul de l'angle aigu entre la droite d et la tangente t.

On a $t : x+2=0$ et $d : \begin{cases} x=6-\lambda \\ y=\lambda \end{cases}$. Les vecteurs directeurs $\vec{t}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{d}=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\cos(\alpha)=\frac{\left|\vec{t}\bullet\vec{d}\right|}{\left\|\vec{t}\right\|\cdot\left\|\vec{d}\right\|} \Rightarrow \cos(\alpha)=\frac{\left|\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\bullet\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right|}{\sqrt{1}\cdot\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \cos(\alpha)=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos(\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha=45^\circ}}$$

6. Calculer la distance entre le point I et la droite d.

Calcul de la distance entre le point I et la droite d.

On a $d : \begin{cases} x=6-\lambda \\ y=\lambda \end{cases} \Rightarrow d : x+y-6=0$, c'est une équation cartésienne de la droite d.

Et on a $I(-2;2)$.

$$dist\ (I,d)=\frac{|-2+2-6|}{\sqrt{2}}=\underline{\underline{\frac{6}{\sqrt{2}}}}$$

7. Calculer l'aire du triangle ABI.

Calcul d'aire du triangle ABI.

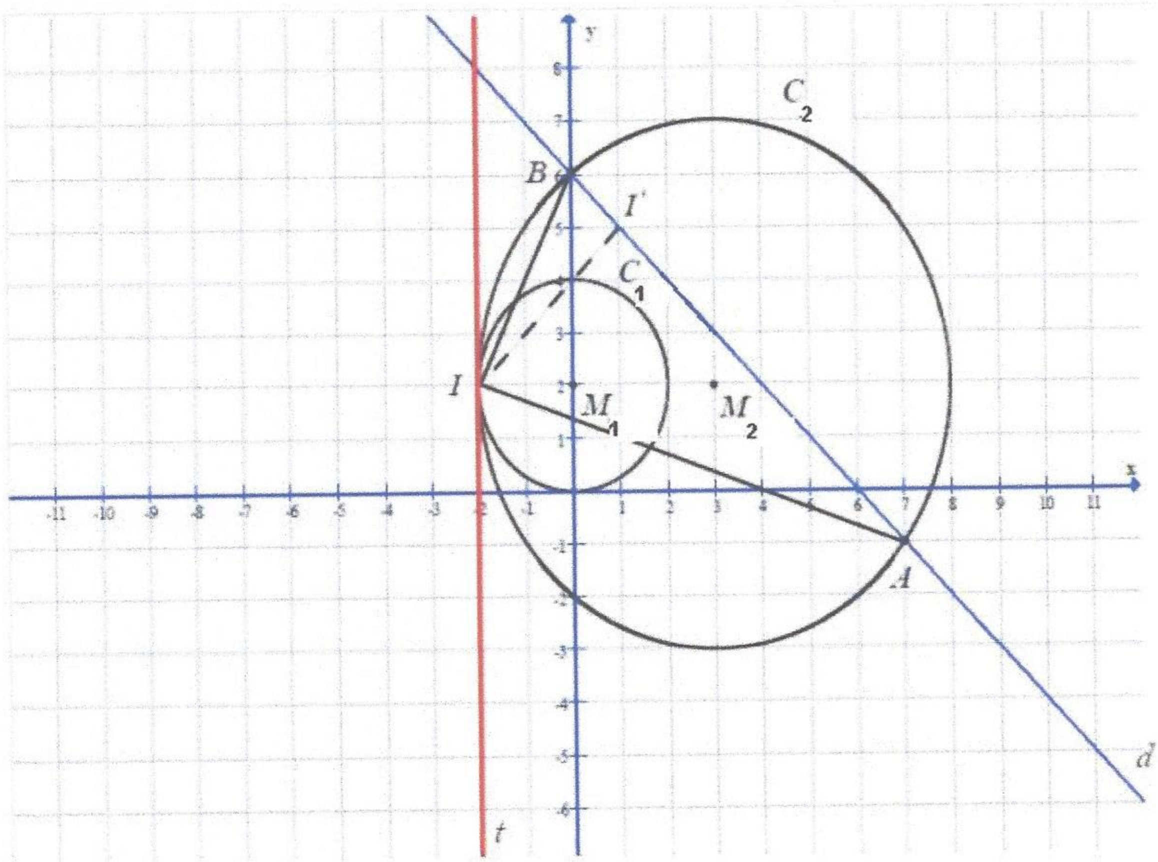
On a $A(0;6)$ et $B(7;-1)$ alors $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=\left\|\begin{pmatrix} 7 \\ -7 \end{pmatrix}\right\|=\sqrt{49+49}=\sqrt{98}$

Aire du triangle est :

$$A=\frac{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|\cdot dis(I;d)}{2} \Rightarrow A=\frac{\sqrt{98}\cdot\frac{6}{\sqrt{2}}}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{A=21\cdot u^2}}$$

8. Dans un même système d'axes, dessiner les points A, B et I, les cercles C_1 et C_2 et les droites t et d.



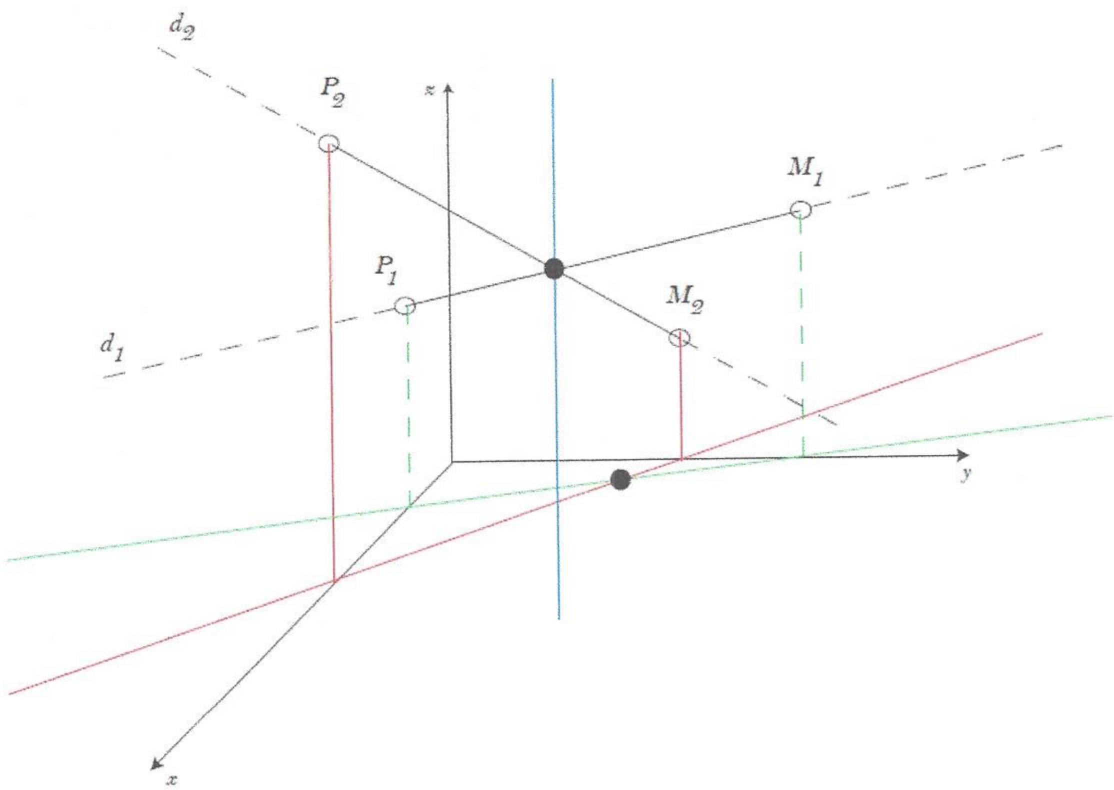
Partie B GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

ATTENTION : Les constructions géométriques doivent être faites directement sur cette page et de préférence au crayon de papier!

Les questions 1. et 2. sont indépendantes.

1. Soient les deux droites d_1 et d_2 définies par leurs traces sur le mur et sur la paroi. Les deux droites d_1 et d_2 sont-elles sécantes? Justifier la réponse par une construction géométrique.

Les deux droites $\underline{\underline{d_1}}$ et $\underline{\underline{d_2}}$ sont gauches



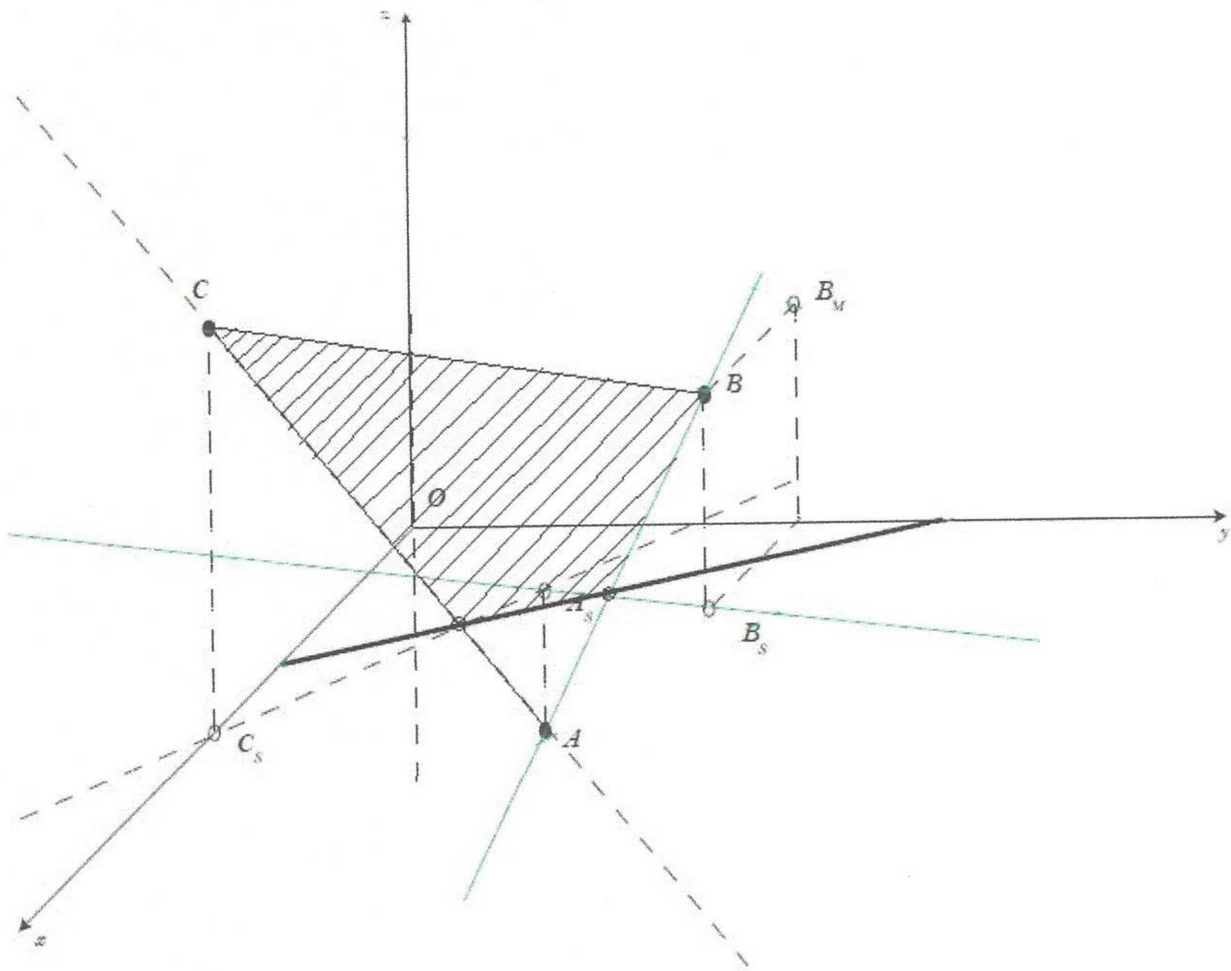
2. On considère les points A, B et C dans l'espace

a. Dans quel octant se trouve le point A, respectivement le point B et dans quel plan de référence se trouve le point C ?

- Le point A se trouve dans le cinquième octant (V ème octant).
- Le point B se trouve dans le premier octant (1 er octant).
- Le point C se trouve dans la paroi.

b. Dessiner la trace (T_xT_y) sur le sol du plan ABC. ($T_x = ABC \cap Ox$ et $T_y = ABC \cap Oy$)

c. Hachurer la partie visible du triangle ABC.



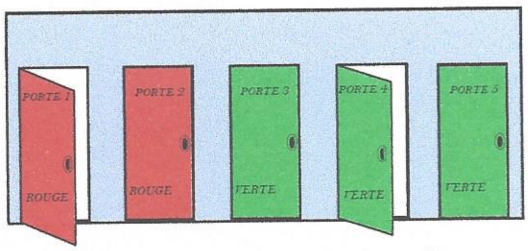
Problème 3 COMBINATOIRE ET PROBABILITÉS

Rappel des consignes : des calculs détaillés et précis sont exigés ; des solutions obtenues par approximation ou par des essais successifs ne seront pas prises en considération.

Les parties *A* et *B* sont indépendantes.

Partie A COMBINATOIRE

On considère cinq portes numérotées, les deux premières sont rouges et trois suivantes sont vertes. Une porte peut être ouverte ou fermée.



1. Combien y a-t-il de configurations possibles quant à l'ouverture /fermeture de ces cinq portes ?
   1ère porte : 2 possibilités (ouverte ou fermée)
   2ère porte : 2 possibilités (ouverte ou fermée)
   .
   .
   5ère porte : 2 possibilités (ouverte ou fermée)

   $\Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = \underline{\underline{32}}$ possibilités

2. Combien y a-t-il de possibilités d'avoir exactement trois portes ouvertes ?
   3 portes ouvertes et donc 2 portes fermées $\Rightarrow \dfrac{5!}{3! \cdot 2!} = \underline{\underline{10}}$ possibilités

3. Combien y a-t-il de possibilités qu'au moins une porte soit ouverte ?
   Au total 32 possibilités et une seule possibilité qu'aucune porte ne soit ouverte
   $\Rightarrow 32 - 1 = \underline{\underline{31}}$ possibilités.

4. Dans combien de configurations, la porte 2 est-elle ouverte ?
   La porte 2 est ouverte, il reste encore 4 portes (ouverte ou fermée)
   $\Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = \underline{\underline{16}}$ possibilités

5. Dans combien de configuration, une porte rouge est ouverte et l'autre est fermée, une porte verte est fermée et les deux autres sont ouvertes ?
   Une porte verte est fermée et les deux autres sont ouvertes $\Rightarrow \dfrac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$ possibilités

   une porte rouge est ouverte et l'autre est fermée $\Rightarrow \dfrac{2!}{1! \cdot 1!} = 2$ possibilités

   Donc : $3 \cdot 2 = \underline{\underline{6}}$ possibilités

Partie B PROBABILITÉS

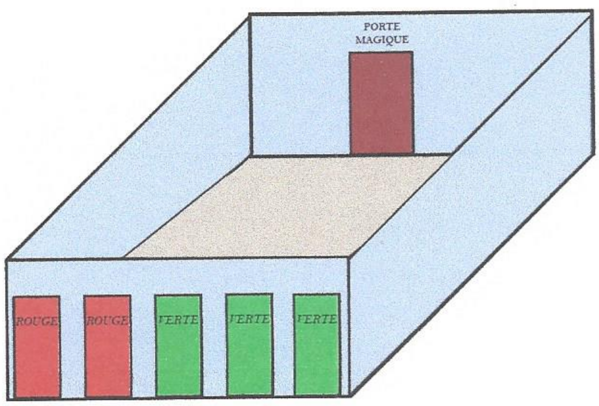
La « porte magique » est un jeu télévisé dans lequel un joueur peut gagner un voyage à Zanzibar.

À son entrée sur le plateau du jeu, le joueur arrive face à 5 portes (deux rouges et trois vertes). L'une d'entre elles s'ouvre de **manière aléatoire.**

Le jeu commence et se déroule en deux phases :

1ère phase : Réussir la première phase permet au joueur de passer la porte ouverte. Il se retrouve dans une pièce qui conduit à la « porte magique ».

2ème phase : Réussir la deuxième phase revient à gagner le jeu : la « porte magique » s'ouvre et le joueur pourra s'envoler vers Zanzibar.



1ère phase : Franchir la première porte

Le déroulement de cette phase dépend de la couleur de la porte ouverte aléatoirement à l'entrée du joueur sur le plateau :

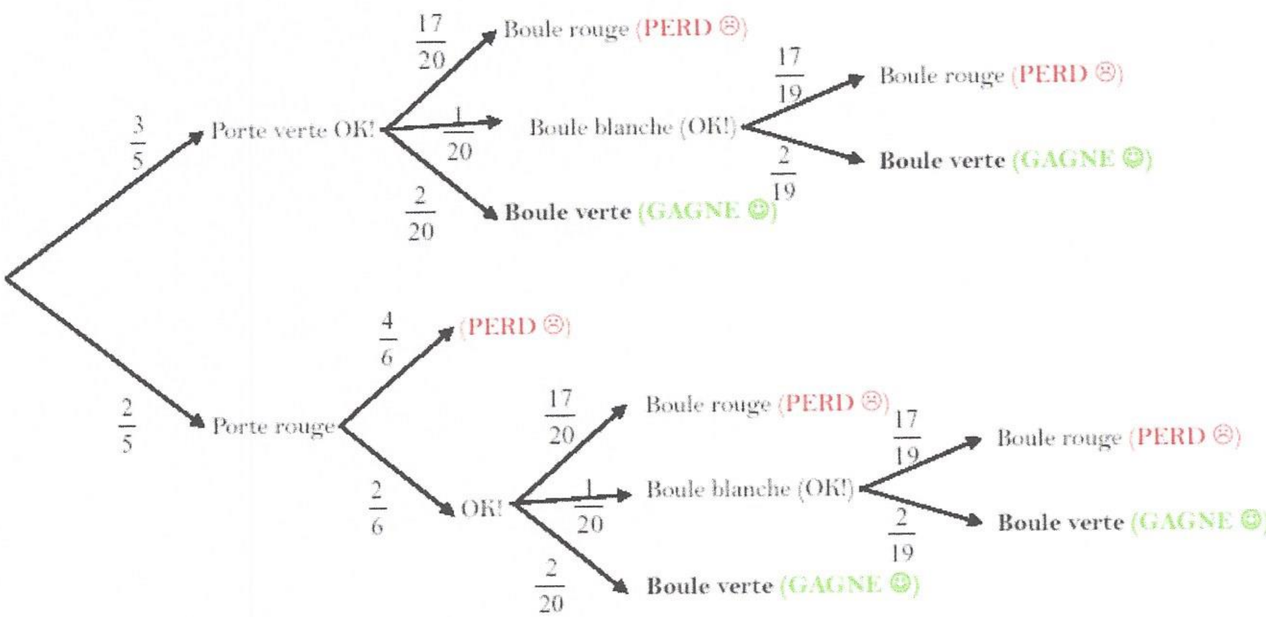
- Une porte ouverte de couleur **verte** implique que le joueur peut franchir la porte et continuer le jeu
- Si la porte ouverte est **rouge** une étape supplémentaire est nécessaire : le joueur doit lancer un dé cubique, bien équilibré, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
    - S'il obtient un numéro inférieur ou égal à 2, il passe à l'intérieur et continue le jeu.
    - Dans le cas contraire, il perd.

2ème phase : Franchir la « porte magique »

A l'intérieur de la pièce, on a placé une urne. Cette dernière contient 17 boules rouges, 2 boules vertes et une seule boule blanche. Le joueur extrait **sans remise** une seule boule. La suite du jeu dépend de la couleur de la boule tirée :

- Si la boule est **verte**, alors la porte magique s'ouvre et le joueur gagne le voyage.
- Si la boule est **rouge**, alors le joueur perd.
- Si la boule est **blanche**, alors un deuxième tirage est obligatoire :
    - Dans le cas où le joueur tire une boule **verte**, la porte magique s'ouvre et il gagne le voyage.
    - Dans le cas où le joueur tire une boule **rouge**, il perd.

1. Décrire ce jeu à l'aide d'un arbre de probabilités.



2. Quelle est la probabilité de franchir une porte rouge lors de la 1ère phase du jeu ?

Soit A l'événement : franchir la porte lors de la 1ère phase du jeu.

$$P(A) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{15} = \underline{\underline{13.\bar{3}\ \%}}$$

3. Montrer que la probabilité de gagner le jeu est d'environ 7,72%.

Soit B l'événement : gagner le jeu.

$$P(B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{20} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{2}{19} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{20} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{2}{19} = \frac{3}{50} + \frac{3}{950} + \frac{1}{75} + \frac{1}{1425} \cong \underline{\underline{7.72\ \%}}$$

4. Quelle est la probabilité que le joueur perde le jeu ?

Soit C l'événement : perdre le jeu.

$$P(C) = 1 - P(B) = 100\% - 7.72\% \cong \underline{\underline{92.28\ \%}}$$

5. Sachant qu'un joueur a gagné, quelle est la probabilité qu'il soit passé par une porte verte ?

Soit D l'événement : passer une porte verte .

$$P(D/C)=\frac{P(D\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{20}+\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{20}\cdot\frac{2}{19}}{\frac{3}{50}+\frac{3}{950}+\frac{1}{75}+\frac{1}{1425}}=\frac{6.32\%}{7.72\%}\cong\underline{\underline{81.81\ \%}}$$

6. Si 10 candidats ont joué, quelle est la probabilité que 2 aient gagné, et 8 aient perdu ?

$$C(10;2)\cdot 0.0772^2\cdot(1-0.0772)^8\cong\underline{\underline{14.10\ \%}}$$

7. Combien de parties faut-il jouer afin d'atteindre 70% de chances de gagner au moins une fois le jeu ?

$$1-(92.28\ \%)^n=70\ \%\Rightarrow 1-(0.9228)^n=0.70\Rightarrow(0.9228)^n=0.30$$

$$\Rightarrow\ln(0.9228)^n=\ln(0.30)\Rightarrow n\cdot\ln(0.9228)=\ln(0.30)$$

$$\Rightarrow n=\frac{\ln(0.30)}{\ln(0.9228)}\Rightarrow\underline{\underline{n=14.99}}$$

Donc, <u>il faut jouer au minimum 15 parties</u>