

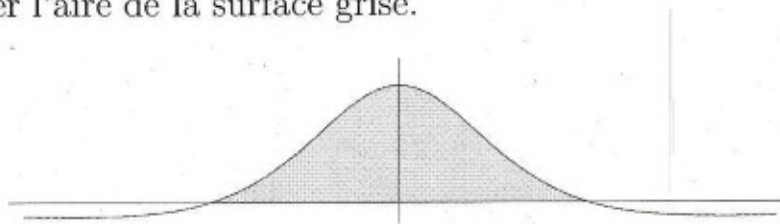
Problème 1 (poids 2)

On considère la fonction $f : x \mapsto y = \frac{5x}{x^2 + 4}$.

- La droite d'équation $y = 1$ coupe le graphe de f en deux points. Déterminer les abscisses de ces points.
- Étudier la fonction f (domaine de définition, parité, point(s) d'intersection avec les axes, équation de l'asymptote, coordonnées des points à tangente horizontale, graphe en prenant 2 carreaux pour une unité).

On considère la fonction g dont le graphe est symétrique au graphe de f par rapport à la droite $y = 1$.

- Avec une autre couleur, dessiner le graphe de g dans le même système d'axes que le graphe de f .
- Donner les coordonnées des points à tangente horizontale du graphe de la fonction g .
- Trouver la valeur de k telle que $F(x) = k \cdot \ln(x^2 + 4)$ soit une primitive de $f(x)$.
- Calculer l'aire de la surface fermée délimitée par les graphes de f et de g .
- On a représenté ci-dessous le graphe de la fonction f' , dérivée de f . Calculer l'aire de la surface grise.



Problème 2 (poids 2)

*Pour les dessins de ce problème, utiliser la feuille annexée (page 4).
Employer différentes couleurs et dessiner les parties invisibles en traitillé.*

La droite a passe par $A(2; 3; 3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

La droite b est parallèle à a et passe par $B(4; 2; 0)$.

- Dessiner soigneusement les droites a et b , ainsi que les traces du plan π contenant ces deux droites.
- Déterminer l'angle aigu formé par la droite a et le mur.
- Trouver un vecteur normal du plan π contenant les droites a et b , puis déterminer l'équation cartésienne du plan π' qui contient la droite a et est perpendiculaire à π .
- Calculer la distance la plus courte entre les droites a et b .

On donne la sphère \mathcal{S} centrée en B et de rayon $R = \sqrt{14}$.

- Quelle est la position relative de la sphère \mathcal{S} et de la droite a ?
- Vérifier que le point A est sur la sphère \mathcal{S} , puis donner une représentation paramétrique de la droite t , tangente à \mathcal{S} en A et perpendiculaire à a .
- Déterminer les centres des sphères de rayon 3, centrées sur b et tangentes au sol.
- Le triangle BCD est rectangle en B . Le sommet C se trouve sur la droite a , et le sommet D sur la droite b à distance 6 de B (il est utile de faire un schéma de la situation!).

Combien de possibilités y a-t-il pour C ? Et pour D ?

Calculer les coordonnées des points C et D (toutes les possibilités).

Problème 3 (poids 1)

Antoine a téléchargé une nouvelle application sur son smartphone. Il s'agit d'un jeu de culture générale. Il faut répondre à des questions en choisissant la bonne réponse parmi 4 réponses proposées.

Comme Antoine est doté d'une bonne culture générale, il a une probabilité $p = \frac{3}{5}$ de répondre correctement à chaque question.

Première partie du problème : Antoine s'amuse seul sur son smartphone.

- Sur un total de 6 questions, quelle est la probabilité qu'Antoine donne d'abord 2 réponses fausses, puis 4 réponses correctes ?
- Sur un total de 6 questions, quelle est la probabilité qu'Antoine donne au moins 5 réponses correctes ?
- Sachant qu'Antoine a donné au moins 5 réponses correctes sur 6 questions, quelle est la probabilité qu'il n'ait pas fait d'erreur ?
- À combien de questions au minimum Antoine doit-il répondre pour que la probabilité qu'il fasse au moins une erreur soit supérieure à 96% ?
- Antoine décide de répondre à des questions jusqu'à ce qu'il se trompe. Il arrête alors sa partie. Quelle est la probabilité qu'il réponde
 - à exactement 4 questions ?
 - à plus de 4 questions ?

Deuxième partie du problème : Antoine affronte sa petite soeur Zoé. Dans ce duel, deux questions sont posées à chaque adversaire. Chaque réponse correcte apporte un point.

- Pour chaque question, Antoine a toujours une probabilité $p_A = \frac{3}{5}$ de répondre correctement.
 - Zoé, ne sachant pas encore lire, répond au hasard : pour chaque question, elle a donc une probabilité $p_Z = \frac{1}{4}$ de répondre correctement.
- Quelle est la probabilité que le duel entre Antoine et Zoé finisse sur un score de 1 à 1 ?
 - Quelle est la probabilité que le duel entre Antoine et Zoé se termine par un match nul ?

Nom et prénom :

Classe :

Annexe pour le problème 2

