

**Problème 1** (poids 2)

*Pour les graphes de ce problème, utiliser la feuille annexée.*

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{2x}$ .

- a) Etudier la fonction  $f$  : domaine de définition, intersections du graphe avec les axes, limites de  $f(x)$  lorsque  $x \rightarrow -\infty$  et lorsque  $x \rightarrow \infty$ , coordonnées des points à tangente horizontale et graphe dans le repère donné en annexe.

On considère encore la fonction  $g$  définie par  $g(x) = x^2 - 2x + 1$ .

- b) Trouver les points d'intersection entre les graphes de  $f$  et  $g$  puis dessiner le graphe de  $g$  dans le repère donné en annexe.
- c) Trouver une primitive des fonctions  $f$  et  $g$ .
- d) Hachurer sur le dessin la surface fermée comprise entre les deux graphes puis calculer l'aire de cette surface.

On considère finalement la fonction  $h$  définie par  $h(x) = \ln(g(x)) = \ln(x^2 - 2x + 1)$ .

- e) Trouver le domaine de définition de  $h$  et les intersections du graphe de  $h$  avec les axes.
- f) Sans faire une étude supplémentaire, esquisser le graphe de  $h$  dans le repère donné en annexe.
- g) Déterminer le point du graphe de  $h$  en lequel la tangente est parallèle à la droite  $d : y = -x + 3$ .

## Annexe pour le problème 1

Nom et prénom : .....

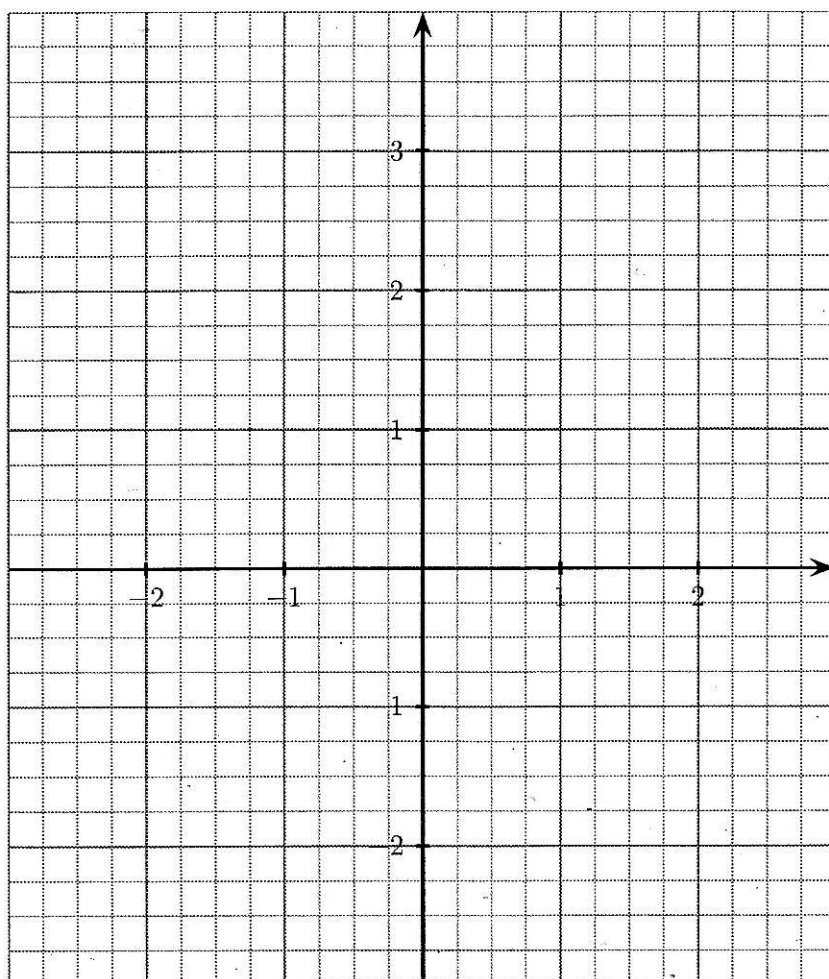
Classe : .....

*Dessiner les graphes de  $f$ ,  $g$  et  $h$  avec trois couleurs différentes*

$y = f(x)$

$y = g(x)$

$y = h(x)$



**Problème 2** (poids 2)

*Pour les dessins de ce problème, utiliser la feuille annexée.  
Dessiner les parties invisibles en traitillé, utiliser plusieurs couleurs.*

On considère les points  $A(8; 0; 0)$ ,  $B(2; 6; 3)$ ,  $C(2; 12; 0)$  et  $P(4; 8; 0)$ , tous contenus dans le plan  $\pi : 2x + y + 2z - 16 = 0$ .

- Dessiner le triangle  $ABC$  et les traces de  $\pi$ .
- Calculer l'aire du triangle  $ABC$ .
- Vérifier par calcul que le point  $P$  est sur la droite  $AC$  et dessiner le point  $P$ .
- Calculer l'angle entre les vecteurs  $\overrightarrow{PB}$  et  $\overrightarrow{PC}$ .
- Appelons  $H$  le point de la droite  $AC$  tel que  $BH$  soit une hauteur du triangle  $ABC$ .  
Le point  $H$  est-il situé entre  $A$  et  $P$  ou entre  $C$  et  $P$ ? Justifier la réponse.

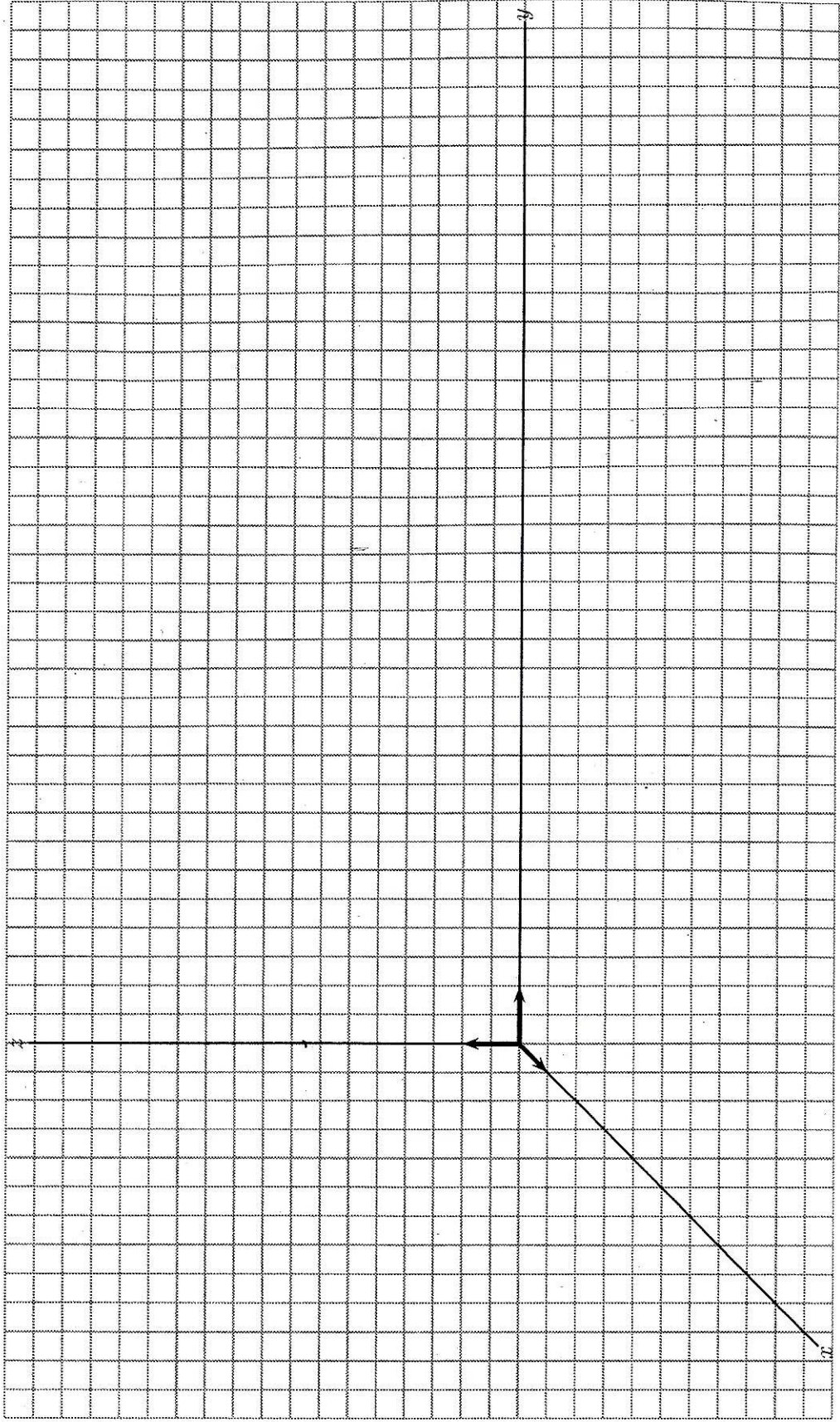
On considère encore le plan  $\sigma : x + z - 5 = 0$ .

- Dessiner les traces de  $\sigma$  et la droite d'intersection des plans  $\pi$  et  $\sigma$ .
- Hachurer la partie du triangle  $ABC$  située au-dessus du plan  $\sigma$ .

Soit  $\gamma$  le cercle contenu dans le plan  $\pi$ , centré en  $C$  et tangent à la droite  $AB$ .

- Montrer que le rayon du cercle  $\gamma$  vaut 6.
- Le cercle  $\gamma$  est l'intersection du plan  $\pi$  avec une sphère de rayon 10 et de centre  $D$ .  
Déterminer la distance de  $D$  au plan  $\pi$  puis calculer les coordonnées de  $D$ . Donner une seule des deux possibilités

Annexe pour le problème 2



**Problème 3** (poids 1)

Au début d'un examen oral de mathématiques, chaque candidat tire au sort un thème parmi "Analyse", "Probabilités" et "Géométrie". Chaque thème a une probabilité  $\frac{1}{3}$  d'être tiré au sort pour chaque candidat.

- a) Trois candidats se présentent à l'examen. Quelle est la probabilité qu'ils tirent tous le même thème ?
- b) Trois candidats se présentent à l'examen. Quelle est la probabilité que chacun d'eux tire un thème différent ?
- c) Cinq candidats se présentent à l'examen. Quelle est la probabilité qu'au moins trois d'entre eux tirent le thème "Analyse" ?
- d) Déterminer le nombre minimal de candidats qui doivent se présenter à l'examen pour que la probabilité qu'au moins un d'entre eux tire le thème "Analyse" soit supérieure à 99%.

La probabilité qu'Antoine réussisse son examen vaut  $\frac{3}{4}$  s'il tire le thème "Analyse" et vaut  $\frac{7}{8}$  s'il tire un autre thème.

- e) Quelle est la probabilité qu'Antoine réussisse son examen ?
- f) Sachant qu'Antoine a réussi son examen, quelle est la probabilité qu'il ait tiré le thème "Analyse" ?

La probabilité que Brigitte réussisse son examen vaut  $x$  si elle tire le thème "Analyse" et vaut  $1 - x^2$  si elle tire un autre thème.

- g) Calculer, en fonction de  $x$ , la probabilité que Brigitte réussisse son examen.
- h) Quelle valeur faut-il donner à  $x$  pour que la probabilité que Brigitte réussisse son examen soit la plus grande possible ? Quelle est alors sa probabilité de réussite ?