LYCEE DENIS-DE-ROUGEMONT
Neuchâtel et Fleurier

EXAMEN DE MATURITE
Session 2017

Mathématiques niveau I

Corrigé

Problème 1

On a $f(x) = x^2 \cdot (\ln(x) - c)$, $c \in \mathbb{R}$.

a) On remarque tout d'abord que, comme le domaine de définition de $\ln$ est $\mathbb{R}_+^* =]0; +\infty[$, le domaine de définition de f est $\mathbb{R}_+^*$.

On a alors $f(x) = 0 \implies x^2 \cdot (\ln(x) - c) = 0$ avec $x > 0 \implies \ln(x) - c = 0$
$\implies \ln(x) = c \implies x = e^c$

Ainsi, f ne possède qu'un seul zéro qui est $x = e^c$.

b) On a $f(x) = u \cdot v$ avec $u = x^2$ et $v = \ln(x) - c$.
Comme $u' = 2x$ et $v' = \dfrac{1}{x}$, on a
$f'(x) = u'v + uv' = 2x \cdot (\ln(x) - c) + x^2 \cdot \dfrac{1}{x} = 2x(\ln(x) - c) + x$
$= x(2\ln(x) - c + 1)$.

Ainsi $f'(x) = 0 \implies x \cdot (2\ln(x) - c + 1) = 0$ avec $x > 0$
$\implies 2\ln(x) - c + 1 = 0 \implies 2\ln(x) = c - 1 \implies \ln(x) = \dfrac{c-1}{2}$
$\implies x = e^{\frac{c-1}{2}}$.

Ainsi l'abscisse du point à tangente horizontale de f est $x = e^{\frac{c-1}{2}}$.

On a maintenant $c = 2$ et $f(x) = x^2 \cdot (\ln(x) - 2)$.

c) Domaine de définition: D'après a), $D = \mathbb{R}_+^*$.

Zéro: D'après a), le seul zéro de f est $x = e^2 \implies (e^2; 0)$

Tableau de signes:

x	0		e^2	
$f(x)$		$-$	0	$+$

$x = 1 \implies f(1) = 1^2 \cdot (\ln(1) - 2)$
$= -2 < 0$

$x = e^3 \implies f(e^3) =$
$= (e^3)^2 (\ln(e^3) - 2)$
$= e^6 (3 - 2) > 0$

Comportement lorsque $x \to 0$: $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} x^2 \cdot (\ln(x) - 2)$

$= 0 \cdot (-\infty) = 0$ car $\ln(x)$ et donc $\ln(x) - 2$ perdent vis-à-vis de x^2.

Ainsi $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \underline{\underline{0.}}$

Comportement lorsque $x \to +\infty$: $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty \cdot +\infty = \underline{\underline{+\infty.}}$

Point à tangente horizontale : D'après b), $f'(x) = 0 \Rightarrow x = e^{\frac{2-1}{2}} = e^{\frac{1}{2}}$.

On a alors $f(e^{\frac{1}{2}}) = (e^{\frac{1}{2}})^2 \cdot (\ln(e^{\frac{1}{2}}) - 2) = e\left(\frac{1}{2} - 2\right) = -\frac{3e}{2}$.

Les coordonnées du points à tangente horizontale sont $\underline{\underline{\left(e^{\frac{1}{2}} ; -\frac{3e}{2}\right)}}$.

Tableau de variations : On a $f'(x) = x(2\ln(x) - 1)$

x	0		$e^{\frac{1}{2}}$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		$\searrow$	min en $\left(e^{\frac{1}{2}} ; \frac{3e}{2}\right)$	$\nearrow$

$x = 1 \Rightarrow f'(1) = 1 \cdot (2\ln(1) - 1) = -1 < 0$

$x = e \Rightarrow f'(e) = e(2\ln(e) - 1) = e(2-1) > 0$

d) $f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 \cdot (\ln(x) - 2) = \ln(x) - 2$

$\Rightarrow x^2 \cdot (\ln(x) - 2) - (\ln(x) - 2) = 0$

$\Rightarrow (x^2 - 1)(\ln(x) - 2) = 0$

$\Rightarrow$ soit $x^2 - 1 = 0$ avec $x > 0$, soit $\ln(x) - 2 = 0$

$\Rightarrow x = 1$ ou $x = e^2$

avec $x = 1$, on a $g(1) = \underbrace{\ln(1)}_{0} - 2 = -2 \Rightarrow \underline{\underline{A(1 ; -2)}}$,

avec $x = e^2$, on a $g(e^2) = \underbrace{\ln(e^2)}_{2} - 2 = 2 - 2 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{B(e^2 ; 0)}}$.

e) Equation de la tangente au graphe de f en $A(1 ; -2)$: $y = mx + h$ avec

$m = f'(1) = 1 \cdot (2\underbrace{\ln(1)}_{0} - 1) = -1 \Rightarrow y = -x + h$.

Avec $A(1 ; -2)$, en utilisant $x = 1$ et $y = -2$, on obtient $-2 = -1 + h$

$\Rightarrow h = -1$.

L'équation de la tangente au graphe de f en $A(1;-2)$ est $\underline{\underline{y=-x-1}}$.

<u>Equation de la tangente au graphe de g en $A(1;-2)$</u> : $y = mx+h$ avec $m = g'(1)$; on a $g'(x) = \frac{1}{x}$ et, donc, $m = g'(1) = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow y = x+h$

Avec $A(1;-2)$, on obtient $-2 = 1+h \Rightarrow h = -3$.

L'équation de la tangente au graphe de f en $A(1;-2)$ est $\underline{\underline{y=x-3}}$.

L'angle entre ces 2 tangentes est donné, par exemple, par la formule $\cos(\alpha) = \dfrac{\vec{t_1}\cdot\vec{t_2}}{\|\vec{t_1}\|\cdot\|\vec{t_2}\|}$ où $\vec{t_1}$ et $\vec{t_2}$ sont des vecteurs directeurs de chacune des tangentes.

On a $\vec{t_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ f'(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{t_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ g'(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

On a alors : $\vec{t_1}\cdot\vec{t_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1\cdot 1 + (-1)\cdot 1 = 1-1 = 0$.

On a donc $\cos(\alpha) = 0$ et, alors, $\alpha = 90°$.

L'angle entre les 2 tangentes est donc $\underline{\underline{90°}}$.

f) On a $f(x) = x^2\cdot(\ln(x)-2)$.

Une primitive de $f(x)$ est donnée par $F(x) = \int f(x)\,dx$.

On va utiliser la méthode d'intégration par parties : $\int u'v\,dx = uv - \int uv'\,dx$.

Avec $u' = x^2$ et $v = \ln(x)-2$, on a $u = \frac{x^3}{3}$ et $v' = \frac{1}{x}$.

Ainsi $F(x) = \int f(x)\,dx = \int u'v\,dx = uv - \int uv'\,dx = \frac{x^3}{3}\cdot(\ln(x)-2) - \int \frac{x^3}{3}\cdot\frac{1}{x}\,dx$

$= \frac{x^3}{3}\cdot(\ln(x)-2) - \frac{1}{3}\int x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\cdot(\ln(x)-2) - \frac{1}{3}\cdot\frac{x^3}{3} + c$ (c = constante)

$= \frac{x^3}{3}\left(\ln(x) - 2 - \frac{1}{3}\right) + c = \underline{\underline{\frac{x^3}{3}\left(\ln(x) - \frac{7}{3}\right) + c}}$.

g) On a $g(x) = \ln(x) - 2$.

D'après Formulaires et Tables, une primitive de $\ln(x)$ est $x(\ln(x)-1)$.

Ainsi une primitive de $g(x)$ est $G(x) = x(\ln(x)-1) - 2x + c =$

$$= x(\ln(x)-1-2)+c = \underline{\underline{x(\ln(x)-3)+c.}}$$

h) Aire de la surface grise est $\int_1^{e^2}(g(x)-f(x)) = 0$ car $A(1;-2)$, $B(e^2;0)$ et g est supérieure à f sur l'intervalle considéré.

Une primitive de $g(x)-f(x)$ est $G(x)-F(x) = x(\ln(x)-3) - \frac{x^3}{3}\left(\ln(x)-\frac{7}{3}\right)$

(on prend zéro pour les constantes c).

En $x=e^2$, on a $G(x)-F(x) = e^2(\underbrace{\ln(e^2)}_{2}-3) - \frac{(e^2)^3}{3}\left(\underbrace{\ln(e^2)}_{2}-\frac{7}{3}\right) =$

$$= e^2(2-3) - \frac{e^6}{3}\left(2-\frac{7}{3}\right) = e^2\cdot(-1) - \frac{e^6}{3}\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{e^6}{9} - e^2$$

En $x=1$, on a $G(x)-F(x) = 1\cdot(\underbrace{\ln(1)}_{0}-3) - \frac{1}{3}\left(\underbrace{\ln(1)}_{1}-\frac{7}{3}\right) =$

$$= -3 + \frac{1}{3}\cdot\frac{7}{3} = \frac{-27}{9} + \frac{7}{9} = -\frac{20}{9}.$$

Ainsi, l'aire grise vaut $\frac{e^6}{9} - e^2 - \left(-\frac{20}{9}\right) = \frac{e^6}{9} - e^2 + \frac{20}{9} \cong \underline{\underline{39,66.}}$

Problème 2

a) Traces de Π : intersection avec l'axe Ox : on met $y=0$ et $z=0 \Rightarrow 2x-10=0$
$\Rightarrow x=5 \Rightarrow I_x(5;0;0)$

intersection avec l'axe Oy : on met $x=0$ et $z=0 \Rightarrow y-10=0$
$\Rightarrow y=10 \Rightarrow I_y(0;10;0)$

intersection avec l'axe Oz : on met $x=0$ et $y=0 \Rightarrow 2z-10=0$
$\Rightarrow z=5 \Rightarrow I_z(0;0;5)$

On peut alors dessiner les traces de α (voir page 6)

Traces de α : intersection avec l'axe Ox : on met $y=0$ et $z=0 \Rightarrow -3=0$
impossible $\Rightarrow$ pas d'intersection

intersection avec l'axe Oy : on met $x=0$ et $z=0 \Rightarrow -3=0$
impossible $\Rightarrow$ pas d'intersection

intersection avec l'axe Oz : on met $x=0$ et $y=0 \Rightarrow z-3=0$
$\Rightarrow z=3 \Rightarrow I_z(0;0;3)$

le plan est horizontal, parallèle au sol et passe par I_3 ;
on peut dessiner ses traces (voir page 6)

b) Sur le dessin, on cherche les intersections des traces des 2 plans :
- dans le sol : n'existe pas car α est parallèle au sol
- dans la paroi : $P(2;0;3)$
- dans le mur : $M(0;3;3)$

On peut alors dessiner la droite d'intersection i.
Sa projection dans le sol passe par $P_S(2;0;0)$ et $M_S(0;3;0)$.
On peut aussi la dessiner.

c) La droite i passe par $P(2;0;3)$ et est parallèle à $\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OP} =$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Des équations paramétriques de i sont donc $i : \begin{cases} x = 2-2\lambda \\ y = 3\lambda \\ z = 3 \end{cases}$.

d) On commence par calculer l'angle aigu θ entre $\vec{d}$, vecteur directeur de d, et $\vec{n}$, vecteur orthogonal à Π.

On a $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

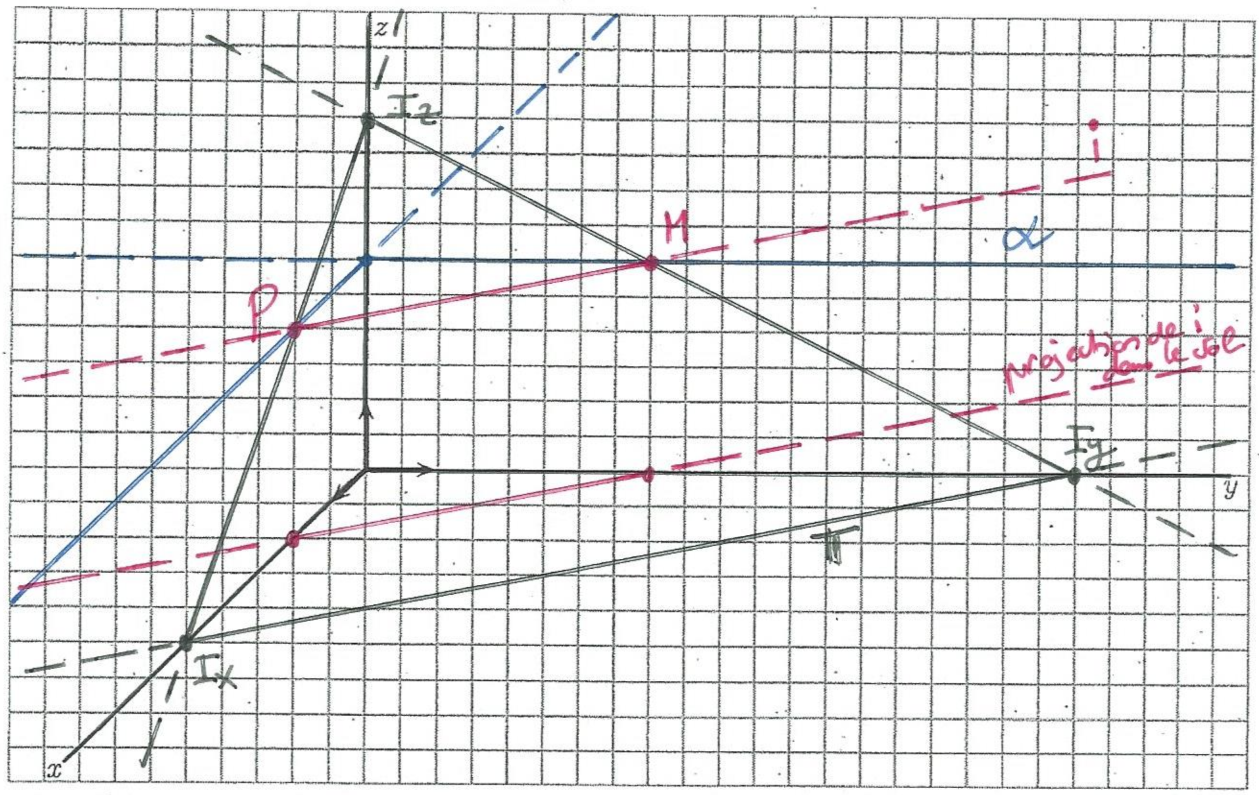
LYCÉE DENIS-DE-ROUGEMONT
Neuchâtel et Fleurier

EXAMEN DE MATURITÉ
Session 2017

Mathématiques niveau I

Annexe pour le problème 2

Nom et prénom : .... Classe : ....



On a $\vec{d}\cdot\vec{n} = \begin{pmatrix}1\\3\\-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix} = 1\cdot 2+3\cdot 1+(-1)\cdot 2 = 3$,

$\|\vec{d}\| = \sqrt{1^2+3^2+(-1)^2} = \sqrt{11}$ et $\|\vec{n}\| = \sqrt{2^2+1^2+2^2} = \sqrt{9} = 3$.

Ainsi $\cos\theta = \dfrac{|\vec{d}\cdot\vec{n}|}{\|\vec{d}\|\cdot\|\vec{n}\|} = \dfrac{3}{\sqrt{11}\cdot 3} = \dfrac{1}{\sqrt{11}}$ et, donc, $\theta = 72{,}45°$.

Par conséquent, l'angle aigu φ entre d et Π est $90° - \theta =$
$= 90° - 72{,}45° = \underline{\underline{17{,}55°}}$.

e) Le plan β contient le point A ainsi que le point $B(-1;1;4)$
et le vecteur $\vec{d} = \begin{pmatrix}1\\3\\-1\end{pmatrix}$.
Un vecteur normal $\vec{n}$ orthogonal à β est donc $\overrightarrow{AB}\wedge\vec{d}$.

On a $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}-1\\1\\4\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\-1\\1\end{pmatrix}$ et

$\overrightarrow{AB}\wedge\vec{d} = \begin{pmatrix}-2\\-1\\1\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}1\\3\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}(-1)(-1)-1\cdot 3\\1\cdot 1-(-2)\cdot(-1)\\-2\cdot 3-(-1)\cdot 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\-1\\-5\end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix}2\\1\\5\end{pmatrix}$

On peut donc prendre $\vec{n} = \begin{pmatrix}2\\1\\5\end{pmatrix}$ et l'équation cartésienne de β s'écrit alors $2x+y+5z+d=0$.

Avec le point $A(1;2;3)$, c'est-à-dire $x=1$, $y=2$ et $z=3$, on obtient $2\cdot 1+2+5\cdot 3+d=0 \Rightarrow 19+d=0 \Rightarrow d=-19$.

L'équation cartésienne de β est donc $\underline{\underline{2x+y+5z-19=0}}$.

f) Le centre Ω de S est $(k;k;k)$ et son rayon est k.
On en déduit que S est <u>tangente au sol, tangente au mur et tangente à la paroi.</u>

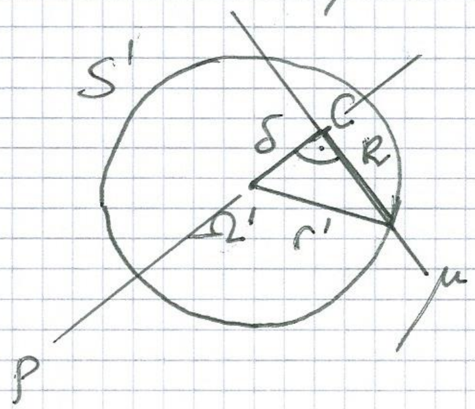
g) Pour que S soit tangente à Π, il faut que la distance de Ω à Π soit égale au rayon de S, à savoir k :

$\text{dist}(\Omega;\Pi) = k \Rightarrow \dfrac{|2k+k+2k-10|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = k$

$\Rightarrow \dfrac{|5k-10|}{3} = k \Rightarrow |5k-10| = 3k$

$\Rightarrow \begin{cases} 5k-10=3k \Rightarrow 2k=10 \Rightarrow \underline{k=5} \\ \text{ou} \\ 5k-10=-3k \Rightarrow 8k=-10 \Rightarrow \underline{\underline{k=-\frac{5}{4}}} \end{cases}$

h) Le centre de S' est $\Omega'(0;0;0)$ et son rayon est $r'=5$.
Le plan μ est parallèle à π : $2x+y+2z-10=0$. Son équation cartésienne est μ : $2x+y+2z+d=0$



On a $\delta = \text{dist}(\Omega';\mu) = \dfrac{|2\cdot 0+0+2\cdot 0+d|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}$
$= \dfrac{|d|}{3}$

Comme $r'=5$ et $R=4$ (rayon du cercle d'intersection), par le théorème de Pythagore, on a $r'^2 = R^2+\delta^2$

$\Rightarrow 5^2 = 4^2 + \left(\dfrac{|d|}{3}\right)^2$

$\Rightarrow 25 = 16 + \dfrac{d^2}{9}$

$\Rightarrow \dfrac{d^2}{9} = 9 \Rightarrow d^2 = 81 \Rightarrow d = \pm 9$

On a donc 2 plans μ possibles : $2x+y+2z+9=0$ et
$2x+y+2z-9=0$.

Cherchons des équations paramétriques de la droite p perpendiculaire à μ et passant par Ω'.

Un vecteur normal à μ, et donc parallèle à p, est $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Comme $\Omega'(0;0;0)$, des équations paramétriques de p sont :

$$p : \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$$

C est l'intersection de p et μ.

Avec μ : $2x+y+2z+9=0 \Rightarrow 2\cdot 2\lambda + \lambda + 2\cdot 2\lambda + 9 = 0 \Rightarrow 9\lambda = -9$
$\Rightarrow \lambda = -1 \Rightarrow x=-2, y=-1, z=-2$
solution qu'on ne veut pas (tout est négatif).

Avec μ : $2x+y+2z-9=0 \Rightarrow 2\cdot 2\lambda + \lambda + 2\cdot 2\lambda - 9 = 0 \Rightarrow 9\lambda = 9$
$\Rightarrow \lambda = 1 \Rightarrow x=2, y=1, z=2$.

On a donc $\underline{\underline{C(2;1;2)}}$ et $\underline{\underline{\mu : 2x+y+2z-9=0}}$.

Problème 3

a) On a 2 cas favorables sur 6 cas possibles. La probabilité est donc de $\frac{2}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$.

b) Comme on répète plusieurs fois la même expérience, on peut utiliser la loi binomiale:

$$P(X=k) = C^n_k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k},$$

où X compte le nb de 5 obtenus, k est le nombre de 5 obtenus ($k=5$), n est le nombre de lancer ($n=10$) et p est la probabilité d'obtenir 5 pour 1 lancer ($p = \frac{1}{3}$ d'après a)).

On a ainsi $P(X=5) = C^{10}_5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(1-\frac{1}{3}\right)^{10-5} \cong \underline{\underline{0,1366}}$.

c) Pour obtenir un total supérieur, on a les cas et les probabilités suivantes:

- $5+5+5 \longrightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$
- $5+5+4 \longrightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{54}$
- $5+4+5 \longrightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{54}$
- $4+5+5 \longrightarrow \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{54}$

Au total, la probabilité cherchée est $\frac{1}{27} + 3 \cdot \frac{1}{54} = \underline{\underline{\frac{5}{54}}} \cong 0,093$

d) On veut: $P(\text{au moins } 1 \text{ fois } 5) \geqslant 97\%$

$$\Longrightarrow 1 - P(\text{zéro fois } 5) \geqslant 0,97$$

$$\Longrightarrow 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n \geqslant 0,97 \qquad \left(p(\text{autre que } 5 \text{ pour } 1 \text{ lancer}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right)$$

$$\Longrightarrow -\left(\frac{2}{3}\right)^n \geqslant -0,03$$

$$\Longrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^n \leqslant 0,03$$

$$\Longrightarrow \ln\left(\left(\frac{2}{3}\right)^n\right) \leqslant \ln(0,03) \qquad \text{car si } x \leqslant y \text{, alors } \ln(x) \leqslant \ln(y)$$

$$\Longrightarrow n \ln\left(\frac{2}{3}\right) \leqslant \ln(0,03)$$

$$\Longrightarrow n \geqslant \frac{\ln(0,03)}{\ln(2/3)} \qquad \text{car } \ln\left(\frac{2}{3}\right) \leqslant 0$$

$$\Longrightarrow n \geqslant 8,65 \Longrightarrow n = \underline{9 \text{ lancers}}$$

e) $$\text{moyenne} = \frac{19.1 + 14.2 + 17.3 + 15.4 + 35.5}{100} = \frac{333}{100} = \underline{\underline{3,33}}.$$

Variance = moyenne des carrés − carré de la moyenne =

$$= \frac{19.1^2 + 14.2^2 + 17.3^2 + 15.4^2 + 35.5^2}{100} - 3,33^2 = \frac{1343}{100} - 3,33^2 = 2,3411$$

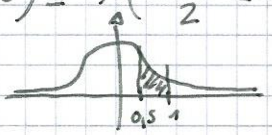
$$\Longrightarrow \text{Écart-type} = \sqrt{\text{variance}} = \sqrt{2,3411} = \underline{\underline{1,53}}.$$

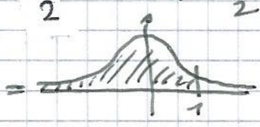
médiane : la médiane correspond à la valeur du 50^e terme si on regarde les effectifs cumulés ; les effectifs cumulés pour les faces 1, 2 et 3 donnent 50 et ceux pour les faces 4 et 5 aussi 50 ; par conséquent, la médiane est entre 3 et 4, donc vaut $\underline{\underline{3{,}5}}$.

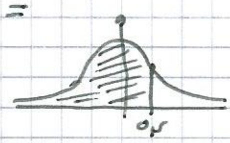
f) On a $h_2 - h_1 \sim N(\mu ; \sigma)$ avec $\mu = 4$ min et $\sigma = 2$ min.

Ainsi $\dfrac{h_2 - h_1 - \mu}{\sigma} = \dfrac{h_1 - h_2 - 4}{2} \sim N(0;1)$, loi normale centrée réduite dont la table est à la page 114 de Formulaires et Tables.

On a alors $P(5 \leq h_2 - h_1 \leq 6) = P\left(\dfrac{5-4}{2} \leq \dfrac{h_2-h_1-4}{2} \leq \dfrac{6-4}{2}\right) =$

$= P\left(0{,}5 \leq \dfrac{h_2-h_1-4}{2} \leq 1\right) =$ 

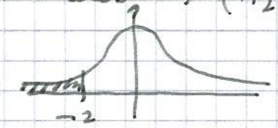
$=$ 

$-$ 

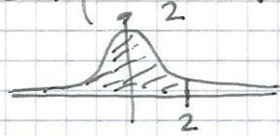
$= 0{,}84134 - 0{,}69146 \cong \underline{\underline{0{,}15}}$.

g) Georges arrive avant James signifie $h_2 - h_1 < 0$.

On a alors $P(h_2 - h_1 < 0) = P\left(\dfrac{h_2-h_1-4}{2} < \dfrac{0-4}{2}\right) = P\left(\dfrac{h_2-h_1-4}{2} < -2\right) =$

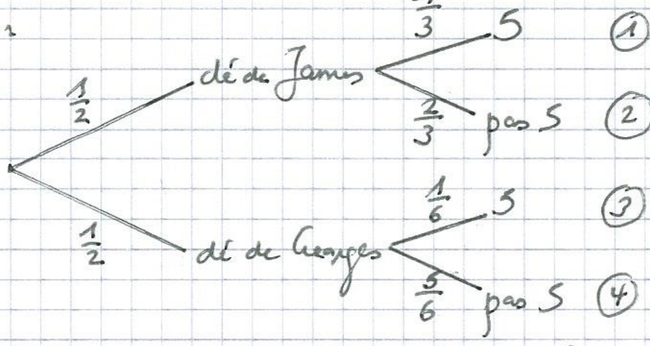
$=$ 

$= 1 -$ 

$= 1 -$ 

$= 1 - 0{,}97725 = \underline{\underline{0{,}02275}}$.

h) On peut faire un arbre :



On cherche une probabilité conditionnelle : $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$, où

A = choisir le dé de James,

B = obtenir 5,

$A \cap B$ = obtenir 5 avec le dé de James,

$P(A \cap B)$ = chemin ① $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ et

$P(B)$ = chemins ① et ③ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$.

Ainsi on a $P(A|B) = \dfrac{1/6}{1/4} = \underline{\underline{\dfrac{2}{3}}}$.

i) On a la situation suivante avec les 4 chiffres obtenus :

___	___	___	___
6 possibilités (de 1 à 6)	6 poss. (de 1 à 6)	5 poss (de 1 à 5)	5 poss (de 1 à 5)

Le nombre de nombres possibles est donc $6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5 = \underline{\underline{900}}$.

j) Ici, on commence par la droite :

___ ___ ___ ___

5 poss (de 1 à 5)

4 poss (de 1 à 5 – celui de droite)

4 poss (de 1 à 6 – les 2 de droite)

3 poss (de 1 à 6 – les 3 de droite)

Le nombre de ces nombres est ici $5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = \underline{\underline{240}}$.