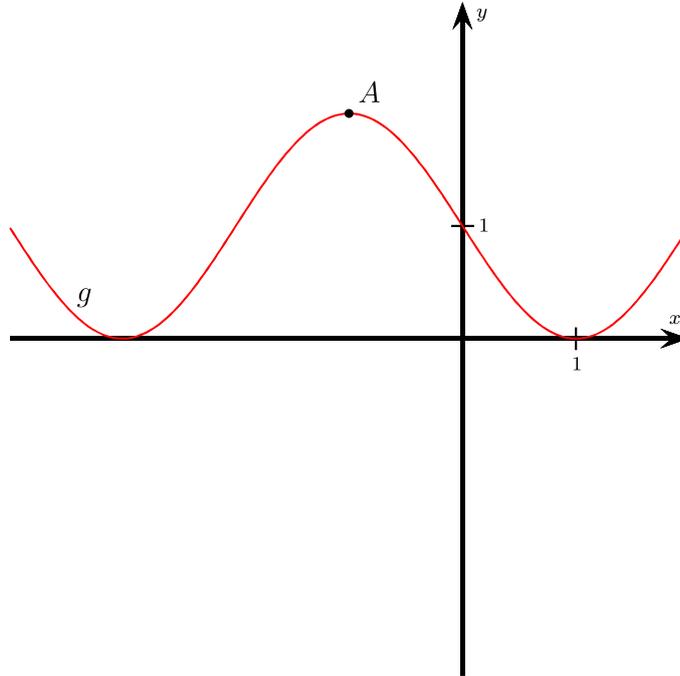


Problème 1 (poids 4)

On considère les fonctions f et g définies par

$$f(x) = (1 - x)e^{2x} \quad \text{et} \quad g(x) = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right).$$

- a) Etudier la fonction f : domaine de définition, intersections du graphe avec les axes, limites de $f(x)$ lorsque $x \rightarrow -\infty$ et lorsque $x \rightarrow \infty$, coordonnées du point à tangente horizontale et graphe dans le repère ci-dessous sur lequel le graphe de g est déjà dessiné.



- b) Calculer les coordonnées du point A .
- c) Trouver une primitive F de la fonction f et une primitive G de la fonction g .
- d) Sur le dessin, hachurer la surface fermée comprise entre les graphes de f et de g dans l'intervalle $[0; 1]$ puis calculer l'aire de cette surface.
- e) Trouver la valeur de $k \in \mathbb{R}$ pour laquelle le graphe de la fonction h définie par

$$h(x) = -xe^{2x} - ke^x - 1$$

n'admet qu'un seul point d'intersection avec le graphe de f . Calculer alors les coordonnées de ce point.

Problème 2 (poids 3)

*Pour les dessins de ce problème, utiliser la feuille annexée.
Dessiner les parties invisibles en traitillé, utiliser plusieurs couleurs.*

► **Première partie**

On donne les plans $\alpha : 3x - 2y - 3 = 0$ et $\beta : 3x + 4y - 12 = 0$.

- a) Dessiner les traces des plans α et β .
- b) Calculer l'angle aigu entre ces deux plans.
- c) Dessiner la droite d'intersection i de ces deux plans, puis donner des équations paramétriques de i .

► **Deuxième partie**

On considère les points $A(1; 0; -1)$, $B(3; 2; 0)$ et $C(-1; 4; 4)$.

- d) Montrer que le triangle ABC est rectangle en B puis déterminer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un rectangle.
- e) Etablir l'équation cartésienne du plan π contenant les points A , B et C .
- f) Trouver l'équation de la sphère \mathcal{S} centrée sur le plan π et passant par les 4 sommets du rectangle $ABCD$.

Pour la suite du problème, on pose $\pi : x - 2y + 2z + 1 = 0$.

- g) On donne le point $P(9; -5; 8)$. Trouver le point P' de π le plus proche de P ainsi que le symétrique P'' de P par rapport à π .
- h) Calculer le volume de la pyramide $PABC$.

Problème 3 (poids 3)

Lorsqu'il a visité la fabrique de chocolat *Superchoc*, Ludovic s'est vu offrir un assortiment de 6 plaques de chocolat, ayant toutes un parfum différent. Il décide d'offrir ces 6 plaques à ses 2 enfants et de donner, au hasard, 3 plaques à chaque enfant.

- a) De combien de manières différentes peut-il répartir les 6 plaques ?
- b) La fille cadette de Ludovic a établi un classement des 6 parfums des plaques de chocolat de la fabrique *Superchoc*, du meilleur au moins bon. Quelle est la probabilité qu'elle reçoive les 3 plaques ayant, pour elle, les meilleurs parfums ?

Pour essayer d'accroître ses ventes, la fabrique *Superchoc* annonce qu'elle mettra, de manière aléatoire, un bon d'achat dans une plaque de chocolat sur six. Les plaques sont toutes sensiblement de même forme et de même poids.

Alexandre, qui est très gourmand, achète 10 plaques de chocolat *Superchoc* et les déballe les unes après les autres.

- c) Quelle est la probabilité qu'il trouve un bon uniquement dans la troisième et la cinquième plaque ?
- d) Quelle est la probabilité qu'il trouve exactement 4 bons dans ses plaques ?

Bernard est également amateur de chocolat et de bons d'achat.

- e) Combien doit-il acheter de plaques de chocolat *Superchoc* pour que la probabilité qu'il trouve au moins un bon soit supérieure à 90 % ?

Un grand magasin achète 18000 plaques de chocolat à la fabrique *Superchoc*.

- f) A l'aide d'une approximation par la loi normale, calculer la probabilité qu'il y ait entre 2950 et 3100 bons d'achat dans ce lot de plaques, 2950 et 3100 y compris.

Le poids des plaques de chocolat *Superchoc* suit une loi normale de moyenne 100 grammes et d'écart type 1.6 grammes.

- g) Calculer la probabilité qu'une plaque pèse plus de 102 grammes.
- h) Sachant que le poids d'une plaque est inférieur à la moyenne, calculer la probabilité qu'elle pèse moins de 98.4 grammes.

A la suite d'un article très négatif paru dans un journal de consommateurs, la direction de *Superchoc* a décidé de ne plus commercialiser les 2.5 % des plaques produites représentant les plus légères. Ces plaques seront offertes aux visiteurs.

- i) A partir de quel poids (au centigramme près) une plaque peut-elle alors être commercialisée ?

Annexe pour le problème 2

Nom et prénom :

Classe :

