

MATHÉMATIQUES

Nom, prénom : _____

Classe : _____

Matériel distribué :

- Feuilles de brouillon : ATTENTION : les feuilles de brouillon ne sont pas corrigées

Matériel autorisé :

- Calculatrice autorisée, règle, équerre, compas, crayons et stylos,
- « Formulaires et tables » de CRM (sans annotation).

Consignes à respecter strictement :

- Durant l'examen, aucun matériel ne circule d'un étudiant à l'autre.
- Sauf indication contraire, toute réponse doit être justifiée.
- Les réponses numériques données en valeurs décimales doivent être arrondies au centième.
- Les solutions seront rédigées proprement au stylo ou à l'encre dans ce cahier. Toutefois les schémas ou croquis peuvent être réalisés au crayon.

Remarques :

- En cas de besoin, des pages supplémentaires se trouvent à la fin du cahier.
- Dans la correction de votre épreuve, il sera tenu compte de la clarté et de la rigueur de vos développements ainsi que de la qualité de votre présentation.

Session de juin 2020

Exercice 1

Partie A

Soient les fonctions réelles f , g et h définies par :

$$f: D_f \rightarrow Im_f \\ x \mapsto y = 4 - x^2$$

$$g: D_g \rightarrow Im_g \\ x \mapsto y = e^{4-x^2}$$

$$h: D_h \rightarrow Im_h \\ x \mapsto y = \ln(4 - x^2)$$

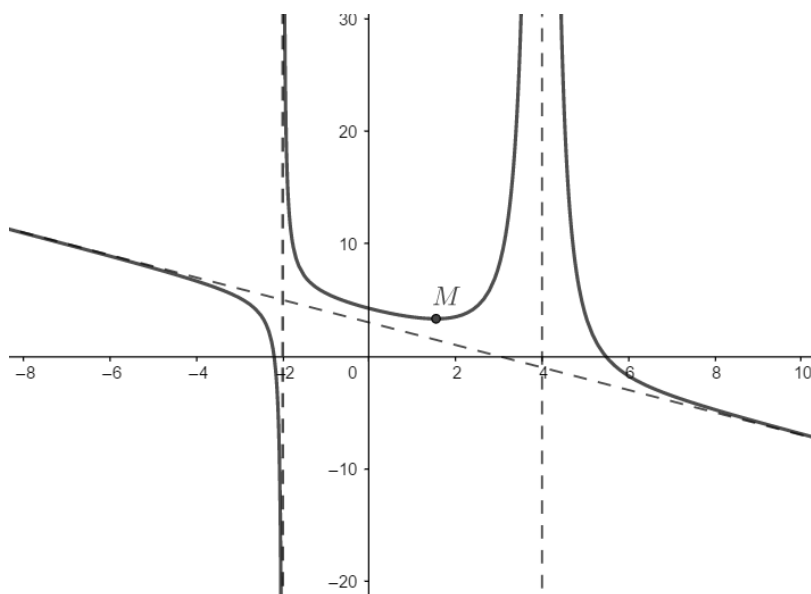
Compléter le tableau ci-dessus afin d'indiquer pour chacune des fonctions, son domaine de définition, ses intersections avec les axes, son ensemble-image et sa dérivée :

Fonction	$f(x) = 4 - x^2$	$g(x) = e^{4-x^2}$	$h(x) = \ln(4 - x^2)$
Domaine de définition	$D_f =$	$D_g =$	$D_h =$
Intersection avec O_x (écrire « aucune » s'il n'y en a pas)			
Intersection avec O_y (écrire « aucune » s'il n'y en a pas)			
Ensemble-Image	$Im_f =$	$Im_g =$	$Im_h =$
Dérivée	$f'(x) =$	$g'(x) =$	$h'(x) =$

Exercice 1

Partie B Attention : Pour cette partie, aucune justification n'est demandée

Soit une fonction f dont le graphe est représenté ci-dessous :



Les asymptotes du graphe de f sont d'équation :

- $x = -2$
- $x = 4$
- $y = -x + 3$

De plus $M\left(\frac{3}{2}; \frac{10}{3}\right)$ est le seul point à tangente horizontale du graphe de f

1) En lisant le graphe, compléter :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f'(x) =$$

Session de juin 2020

2) Dresser un tableau de croissance de la fonction f :

(Ignorer d'éventuelles colonnes superflues)

x									
f'									
f									

3) Que peut-on dire (valeur et signe) de $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (-x + 3))$?

Session de juin 2020

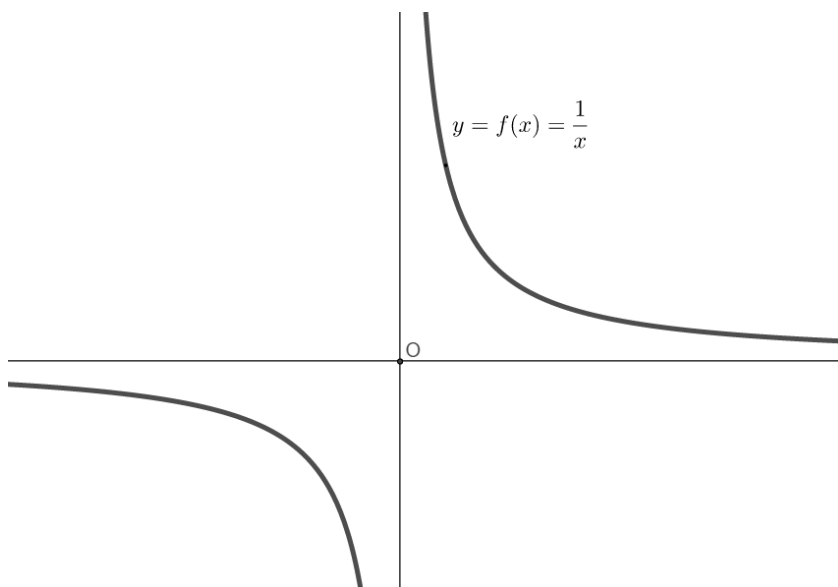
Exercice 1

Partie C

Soit la fonction f définie par $y = f(x) = x^2 e^{1-x}$, résoudre l'équation $f'(x) = 0$

Partie D

Considérons la fonction f définie par $y = f(x) = \frac{1}{x}$ dont une esquisse du graphe est :



- 1) On considère la ou les tangente(s) au graphe de f dont la pente vaut $m = -\frac{1}{4}$.
 - a) Sur le graphe ci-dessus, esquisser approximativement cette ou ces tangente(s).
 - b) Calculer l'équation de cette ou de ces tangente(s).

- 2) On considère une deuxième fonction g définie par $y = g(x) = ax + 3$ où a est un nombre réel
Calculer les valeurs de a pour qu'il y ait deux points d'intersection entre les graphes de f et de g .

Session de juin 2020

Exercice 2

Relativement à un repère orthonormé $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$,

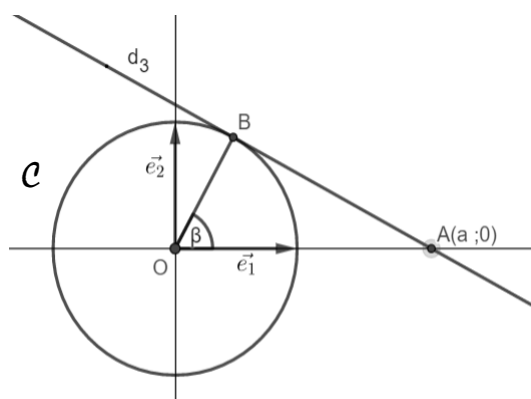
I. On se donne :

- le cercle $\mathcal{C} : x^2 + y^2 = 1$,
- la droite $d_1 : 4x + 3y + 5 = 0$,
- le point $S\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$

- 1) Indiquer les coordonnées du centre du cercle \mathcal{C} ainsi que son rayon.
- 2) Vérifier par calculs que la droite d_1 est tangente au cercle \mathcal{C} .
- 3) Calculer les coordonnées de T , le point de tangence de d_1 avec le cercle \mathcal{C} .
- 4) Vérifier par calculs que le point S est sur le cercle \mathcal{C} .
- 5) Trouver une équation cartésienne de d_2 , la droite tangente au cercle \mathcal{C} en S .

II. On se donne encore le point $A(a; 0)$, avec $a > 1$

Soit d_3 , la droite passant par A et tangente à \mathcal{C} en B . (cf schéma ci-dessous)



Rappel : $\mathcal{C} : x^2 + y^2 = 1$

- 6) Calculer les coordonnées du point B , en fonction de a .

Exercice 3

Relativement à un repère orthonormé $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3)$, on se donne 2 droites, à savoir :

$$d_1: \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = -3 + 6\lambda \\ z = 2 - 2\lambda \end{cases} \quad \text{et} \quad d_2: \begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 15\mu \\ z = 6 + 8\mu \end{cases}$$

- 1) Montrer que d_1 et d_2 sont coplanaires.
- 2) Calculer (réponse en degrés à 0,01 près) l'angle aigu entre les 2 droites.
- 3) Trouver une équation cartésienne du plan π contenant les droites d_1 et d_2 .
(NB : vous devez trouver $\pi: 6x - 2y + 3z - 24 = 0$)
- 4) Trouver des équations paramétriques de la droite d_3 , telle que d_3 soit incluse dans le plan π et que $\begin{cases} d_3 \perp d_1 \\ A(8; 9; -2) \in d_3 \end{cases}$

Exercice 4

NB : Pour cet exercice, les réponses doivent être données sous forme de fractions ou en pourcents arrondies à 0,01

Dans une urne se trouvent 3 boules rouges et 8 boules vertes

L'épreuve E consiste à tirer 3 boules de l'urne sans remise.

- Si on tire 3 boules rouges, on reçoit 100 chf
- Si on tire 3 boules vertes, on reçoit 10 chf
- Si on tire exactement 2 boules rouges, on reçoit 30 chf
- Dans les autres cas, on ne gagne rien.

1) Dessiner l'arbre complet de l'épreuve E

2) Montrer par calculs les probabilités suivantes :

- a) $p(100\text{chf}) \cong 0,61\%$ (Probabilité de recevoir 100 chf)
b) $p(10\text{chf}) \cong 33,94\%$ (Probabilité de recevoir 10 chf)
c) $p(30\text{chf}) \cong 14,55\%$? (Probabilité de recevoir 30 chf)

3) Quelle est la probabilité de tirer au moins une boule rouge ?

4) Sachant que l'on a reçu de l'argent, quelle est la probabilité d'avoir tiré 3 boules de la même couleur ?

=====

On répète **4 fois de suite** l'épreuve E décrite ci-dessus,

5) Quelle est la probabilité d'avoir reçu à chaque fois de l'argent sachant que l'on a reçu au total 80 chf ?

6) Quelle est la probabilité de recevoir au total 80 chf ?