# Série 1

## Exercice 1

On donne un triangle par ses trois sommets: $A(2;-1)$, $B(-1;3)$ et $C(-2;-2)$.

a) Trouver les équations cartésiennes des médianes du triangle et montrer qu'elles ont un point commun dont on donnera les coordonnées.

b) Faire une vérification graphique.

## Exercice 2

Dans un repère affin, on donne un triangle $ABC$ par les renseignements suivants:

1. $d_{AB}$: $2x+y+6=0$
2. $G(1;0)$ (centre de gravité)
3. L'ordonnée de $A$ vaut 0
4. $\overrightarrow{BC}$ est parallèle à $\vec{e_1}+2\vec{e_2}$.

Construire le triangle puis calculer les coordonnées de ses sommets.

## Exercice 3

Dans une base orthonormée $\{\vec{u_1};\vec{u_2}\}$, on donne les vecteurs $\vec{a}=2\vec{u_1}-3\vec{u_2}$, $\vec{b}=-2\vec{u_1}$, $\vec{c}=3\vec{u_2}$ et $\vec{d}=-8\vec{u_1}+15\vec{u_2}$.

a) Calculer la norme de ces vecteurs.

b) Calculer $\|\vec{a}+\vec{b}\|$ et $\|\vec{a}+\vec{c}\|$.

c) Calculer tous les produits scalaires possibles avec ces vecteurs. On donnera les résultats sous forme d'un tableau à double entrée.

## Exercice 4

On donne le vecteur $\vec{a}=3\vec{u_1}+4\vec{u_2}$.

a) Trouver un vecteur orthogonal à $\vec{a}$.

b) Trouver un vecteur unité orthogonal à $\vec{a}$.

c) Trouver un vecteur de norme 7 orthogonal à $\vec{a}$.

**Exercice 5**

Dans une base orthonormée $\{\vec{u_1};\vec{u_2}\}$, on donne les vecteurs $\vec{a}=5\vec{u_1}-12\vec{u_2}$ et $\vec{b}=6\vec{u_1}+8\vec{u_2}$. On considère encore les vecteurs $\vec{a_1}$ et $\vec{b_1}$ qui sont respectivement la projection orthogonale de $\vec{a}$ sur $\vec{b}$ et la projection orthogonale de $\vec{b}$ sur $\vec{a}$.

a) Calculer $\|\vec{a_1}\|$, $\|\vec{b_1}\|$ et effectuer une vérification graphique.

b) Décomposer $\vec{a_1}$ dans la base $\{\vec{u_1};\vec{u_2}\}$.

**Exercice 6**

Démontrer les égalités suivantes.

a) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}(\|\vec{a}+\vec{b}\|^2-\|\vec{a}\|^2-\|\vec{b}\|^2)$ b) $\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Rightarrow\|\vec{a}+\vec{b}\|=\|\vec{a}-\vec{b}\|$

c) $\|\vec{a}\|=\|\vec{b}\|\Rightarrow(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$

**Exercice 7**

On donne le vecteur $\vec{a}=8\vec{u_1}+\vec{u_2}$. Trouver, par calcul puis par dessin, deux vecteurs unité dont le produit scalaire avec $\vec{a}$ vaut 4 ($\vec{v}\cdot\vec{a}=4$).

**Exercice 8**

On donne les vecteurs $\vec{a}=4\vec{u_1}+\vec{u_2}$, $\vec{b}=-2\vec{u_1}+3\vec{u_2}$, $\vec{u}=0.6\vec{u_1}+0.8\vec{u_2}$ et $\vec{v}=-0.8\vec{u_1}+0.6\vec{u_2}$.

a) Calculer $\|\vec{a}\|$, $\|\vec{b}\|$ et $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

b) Vérifier que $\{\vec{u};\vec{v}\}$ est une base orthonormée.

c) Décomposer $\vec{a}$ et $\vec{b}$ dans cette base et, avec les nouvelles composantes, recalculer $\|\vec{a}\|$, $\|\vec{b}\|$ et $\vec{a}\cdot\vec{b}$. Commenter les résultats.