Evaluation formative sur les droites et les applications du 1er degré

Corrigé

Problème 1 **12(3+2+3+1+3) points**

Déterminer, par **calcul**, l'équation des droites suivantes:

y=mx+h

a) La droite passant par les points (-1;7) et (3;9)

b) La droite de pente- 3 passant par (2 ;7)

c) La droite passant par le point (4;8) parallèle à la droite $2x+3y=5$

d) La droite horizontale passant par (5 ;10)

e) La droite passant par les points (0;5) perpendiculaire à $y=-3x+5$

Problème 2 **4 points**

Calculer le point d'intersection de la droite d_1 : $4x+y=5$ et de la droite d_2 : $y=5x-13$

Problème 3 **5 points**

Lors de la journée du 15 octobre, le parc d'attractions a fait 4'868 entrées payantes.
La recette au guichet était de 111'338 €.
Les adultes paient 23.5€ et les enfants 21€.
Le directeur souhaiterait savoir parmi les personnes qui ont profité du parc ce jour-là combien il y avait d'enfants et d'adultes.

Voir feuilles annexes

Problème 4 **4+2+3 points**

Un fabricant de vélos pour enfants considère ses frais fixes à 22'500 frs par année. Son prix de fabrication pour un vélo est de 75 frs. Il estime qu'il peut vendre chaque vélo 300 frs.

a) Déterminer le nombre de vélos qu'il doit vendre pour atteindre son seuil de rentabilité

b) Dans l'hypothèse qu'il fabrique et vend 180 vélos par an, quel sera son bénéfice en fin d'année ?

c) Quel prix de vente unitaire devra-t-il fixer pour couvrir les coûts de fabrication de 150 vélos après la vente de seulement 90 vélos ?

Problème 5 **11 points**

Les 3 agences A, B et C proposent des visites guidées de Paris. Elles offrent les conditions suivantes aux groupes.

Agence A : 5 euros par participant
Agence B : 3 euros par participant après paiement d'un montant de base de 20 euros
Agence C : forfait de 70 euros

Déterminer **algébriquement** les seuils pour lesquels une proposition est plus avantageuse que les autres

Problème 6 **6+1+2 points**

Les organisateurs d'un marathon lancent un appel d'offres aux entreprises réalisant les chronométrages de compétitions sportives. En général, le prix du chronométrage est composé d'un montant fixe de base (coût de l'installation) auquel s'ajoute un prix unitaire par participant.

Pour 11'000 participants, le coût est de 36'400 € et pour 15'000 participants, le coût est de 40'000€ :

a) Etablir l'équation qui permet d'exprimer le tarif en fonction du nombre de participants

b) Quel est le montant de base ?

c) Quel serait le coût si 22'000 personnes participent ?

Problème 1

a) Dans $y = mx + h$, $m = \text{pente} = \frac{9-7}{3-(-1)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.
Ainsi, l'équation s'écrit $y = \frac{1}{2}x + h$.
Avec $(3;9)$, et donc $x = 3$ et $y = 9$, on obtient $9 = \frac{1}{2} \cdot 3 + h \Rightarrow h = 9 - \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$.
L'équation de la droite est donc $\underline{y = \frac{1}{2}x + \frac{15}{2}}$.

b) Dans $y = mx + h$, $m = \text{pente} = -3$.
Ainsi, l'équation s'écrit $y = -3x + h$.
Avec $(2;7)$, et donc $x = 2$ et $y = 7$, on obtient $7 = 3 \cdot (-2) + h \Rightarrow h = 7 + 6 = 13$.
L'équation de la droite est donc $\underline{y = -3x + 13}$.

c) On a $2x + 3y = 5 \Rightarrow 3y = -2x + 5 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \Rightarrow \text{pente} = -\frac{2}{3}$.
Ainsi, dans la droite parallèle $y = mx + h$, on a $m = \text{pente} = -\frac{2}{3}$.
Par conséquent, l'équation s'écrit $y = -\frac{2}{3}x + h$.
Avec $(4;8)$, et donc $x = 4$ et $y = 8$, on obtient $8 = -\frac{2}{3} \cdot 4 + h \Rightarrow h = 8 + \frac{8}{3} = \frac{32}{3}$.
L'équation de la droite est donc $\underline{y = -\frac{2}{3}x + \frac{32}{3}}$, ou $3y = -2x + 32$ ou $\underline{2x + 3y = 32}$.

d) Dans $y = mx + h$, $m = \text{pente} = 0$.
Ainsi l'équation s'écrit $y = h$.
Avec $(5;10)$, et donc $x = 5$ et $y = 10$, on obtient $10 = h$.
L'équation de la droite est donc $\underline{y = 10}$.

e) Dans $y = -3x + 5$, $m = \text{pente} = -3$. La pente de la droite perpendiculaire est alors $-\frac{1}{-3} = \frac{1}{3}$. Ainsi, l'équation s'écrit $y = \frac{1}{3}x + h$.
Avec $(0;5)$, et donc $x = 0$ et $y = 5$, on obtient $5 = h$.
L'équation de la droite est donc $\underline{y = \frac{1}{3}x + h}$.

Problème 2

Il faut résoudre le système $\begin{cases} 4x + y = 5 \\ y = 5x - 13 \end{cases} \rightarrow 4x + 5x - 13 = 5 \Rightarrow 9x - 13 = 5 \Rightarrow 9x = 18$
$\Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 5 \cdot 2 - 13 = -3$

L'intersection est donc $\underline{(2;-3)}$.

Problème 3

Notons x le nb d'enfants et y le nb d'adultes.

4868 entrées payantes $\Rightarrow x+y=4868$.

Recette de 111338 € avec prix enfants 21 € et prix adultes 23,5 € $\Rightarrow$

$$21x+23{,}5y=111338.$$

Il faut donc résoudre le système $\begin{cases} x+y=4868 \\ 21x+23{,}5y=111338 \end{cases} \Rightarrow y=4868-x$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow\ & 21x+23{,}5(4868-x)=111338 && \text{Distributivité} \\
& 21x+114398-23{,}5x=111338 && \text{Réduction} \\
& -2{,}5x+114398=111338 && -114398 \\
& -2{,}5x=-3060 && :(-2{,}5) \\
& x=1224
\end{aligned}$$

$\Rightarrow y=4868-1224=3644.$

Il y a donc eu <u>1224 enfants et 3644 adultes.</u>

Problème 4

a) Revenu par vélo = 300.–. Coûts fixes = 22'500. Coûts variables = 75.– par vélo.

Notons x = le nb de vélo. On doit avoir revenu total = coûts totaux

$\Rightarrow 300x = 22'500 + 75x \Rightarrow 225x = 22'500 \Rightarrow x = 100 \Rightarrow$ <u>100 vélos.</u>

b) Revenu total $= 180 \cdot 300 = 54'000$. Coûts $= 22'500 + 180 \cdot 75 = 36'000$.

Bénéfice = revenu total − coûts $= 54'000 - 36'000 =$ <u>18'000.–.</u>

c) Coûts de fabrication de 150 vélos $= 22'500 + 150 \cdot 75 = 33'750$.–

Notons p le prix de vente unitaire.

On a revenu $= 90 \cdot p$.

On veut revenu = coûts $\Rightarrow 90p = 33'750 \Rightarrow$ <u>$p = 375$.–</u>

Problème 5

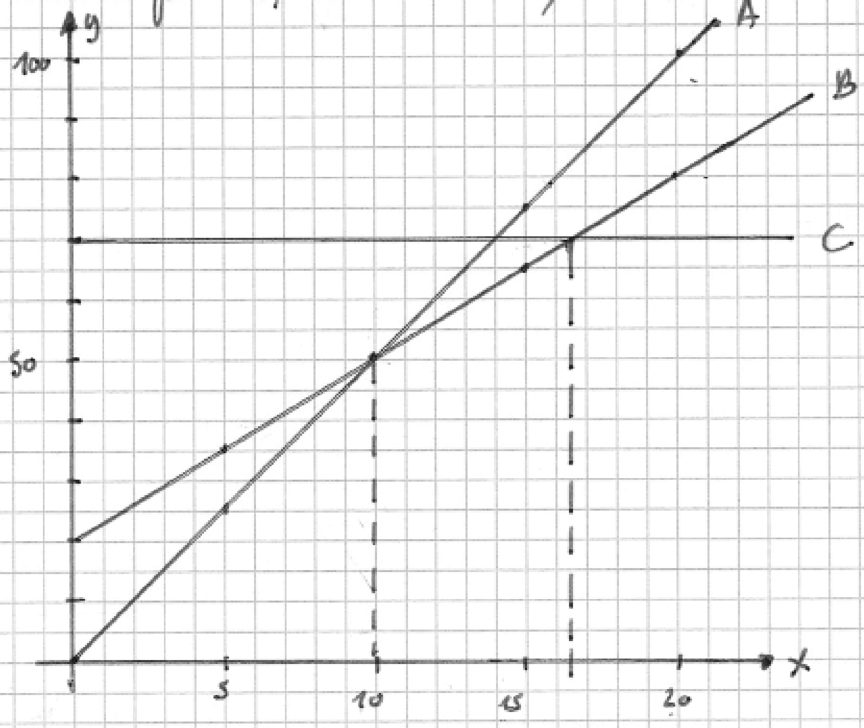
Notons x le nb de participants et y les recettes.

Agence A : $y = 5x$.

Agence B : $y = 3x + 20$.

Agence C : $y = 70$.

Géométriquement, on a la situation suivante :



Intersection de A et B : $y = 5x$ et $y = 3x+20 \Rightarrow 5x = 3x+20 \Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10$.

Intersection de B et C : $y = 3x+20$ et $y = 70 \Rightarrow 3x+10 = 70 \Rightarrow 3x = 50 \Rightarrow x = \frac{50}{3} = 16,\overline{6}$.

Ainsi, si le nb de participants est inférieur à 10, c'est la A ; si le nb de participants est 10, c'est la A ou la B ; si il est entre 11 et 15, c'est la B ; et si il est supérieur ou égal à 16, c'est la C.

Problème 6

a) Notons x le nb de participants et y le tarif.
L'équation est de la forme $y = mx + h$ et les points connus sont $(11'000; 36'400)$ et $(15'000; 40'000)$.
On a $m = \text{pente} = \dfrac{40'000 - 36'400}{15'000 - 11'000} = \dfrac{3600}{4000} = 0,9$.
L'équation s'écrit ainsi $y = 0,9x + h$.
Avec le point $(15'000; 40'000)$, en posant $x = 15'000$ et $y = 40'000$, on obtient
$40'000 = 0,9 \cdot 15'000 + h \implies h = 40'000 - 13'500 = 26'500$.
L'équation est donc $\underline{y = 0,9x + 26'500.}$

b) Le montant de base correspond à $x = 0$ et est donc $y = \underline{26'500 \text{ €}.}$

c) Avec $x = 22'000$, le coût serait $y = 0,9 \cdot 22'000 + 26'500 = \underline{46'300 \text{ €}}$