Evaluation formative sur les inéquations et les systèmes

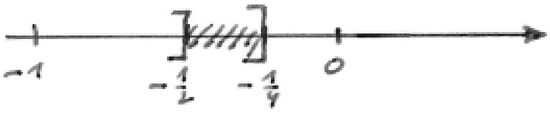
Corrigé

Toutes les étapes amenant aux résultats doivent figurer dans vos solutions.
Toute solution sans justification sera ignorée.
Recopiez les solutions au stylo sur la feuille de données
Pour les graphiques, tirer les traits à la règle.
Durée : 80 minutes Nombre points : 50

Problème 1 **6 points**

Donner les inéquations correspondantes ainsi que la représentation graphique des intervalles suivants :

1) $x \in \left]-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right]$ $\quad -\frac{1}{2} < x \leq -\frac{1}{4}$



2) $x \notin \left]-\infty;-10\right]$ $\quad x > -10$

3) $x \in \left]-\infty;2\right]$ $\quad x \leq 2$

Problème 2 **24 points**

Ecrire sous forme d'intervalle les valeurs de x satisfaisant les inéquations :

1) $2x+10 > 3x-5$

2) $\frac{x-4}{3} - \frac{4x-2}{5} \geq 0$ Voir feuilles annexes

3) $5 > -x+2 > 3$

4) $(x-4)^2 > x(x+12)$

5) $\begin{cases} 2x-1 > x+3 \\ 1-x \geq x-5 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 4x-8 < 2x \\ 3+2x \geq 7 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+1 < \dfrac{x}{3}+4 \\ 5(x+2) > x+2(x+5) \end{cases}$

Problème 3 **12 points**

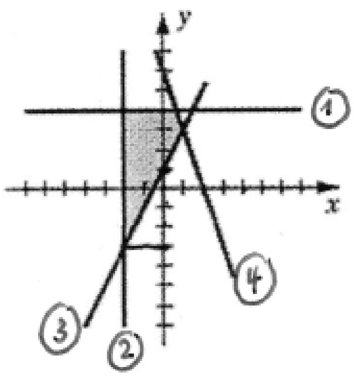
Représenter graphiquement, dans un système d'axes, le système d'inéquations suivant :

$\begin{cases} -x+y \leq -1 \\ -2x \geq -2y-10 \\ 2x+2y \leq 18 \\ y-1 \geq 0 \end{cases}$

Voir feuilles annexes

Problème 4 **8 points**

Déterminer le système d'inéquations qui définit le domaine suivant :
(1 trait = 1 unité)



Voir feuilles annexes

Problème 2

1)

$2x+10 > 3x-5$	$-3x-10$
$-x > -15$	$\cdot(-1)$ ⚠
$x < 15$	

$\Rightarrow \underline{x \in \left]-\infty; 15\right[}$

2) $\frac{x-4}{3} - \frac{4x-2}{5} \geq 0$ Dénominateur commun : 15

$\frac{5x-20}{15} - \left(\frac{12x-6}{15}\right) \geq 0$	$\cdot 15$
$5x-20-(12x-6) \geq 0$	Distributivité
$5x-20-12x+6 \geq 0$	Réduction
$-7x-14 \geq 0$	$+14$
$-7x \geq 14$	$:(-7)$ ⚠
$x \leq -2$	

$\Rightarrow \underline{x \in \left]-\infty; -2\right]}$

3)

$5 > -x+2 > 3$	-2
$3 > -x > 1$	$\cdot(-1)$ ⚠
$-3 < x < -1$	

$\Rightarrow \underline{x \in \left]-3; -1\right[}$

4)

$(x-4)^2 > x(x+12)$	Distributivité + id. remarquable : $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
$x^2-8x+16 > x^2+12x$	$-x^2$
$-8x+16 > 12x$	$+8x$
$16 > 20x$	$:20$
$0{,}8 > x$ ou $x < 0{,}8$	

$\Rightarrow \underline{x \in \left]-\infty; 0{,}8\right[}$

5)

$2x-1 > x+3$	$-x+1$	$1-x \geq x-5$	$-x-1$
$x > 4$		$-2x \geq -6$	$:(-2)$ ⚠
		$x \leq 3$	

$x > 4$ et $x \leq 3$ sont incompatibles $\Rightarrow$ <u>aucune solution.</u>

6)

$4x-8 < 2x$	$-2x+8$	$3+2x \geq 7$	-3
$2x < 8$	$:2$	$2x \geq 4$	$:2$
$x < 4$		$x \geq 2$	

$x < 4$ et $x \geq 2 \Rightarrow \underline{x \in \left[2; 4\right[}$

7) $\frac{x}{2}+1 < \frac{x}{3}+4$ | $\cdot 6$

$3x+6 < 2x+24$ | $-2x-6$

$x < 18$

$5(x+2) > x+2(x+5)$ | Distributivité

$5x+10 > x+2x+10$ | $-3x-10$

$2x > 0$ | $:2$

$x > 0$

$x < 18$ et $x > 0 \Rightarrow \underline{x \in \,]0;18[}$

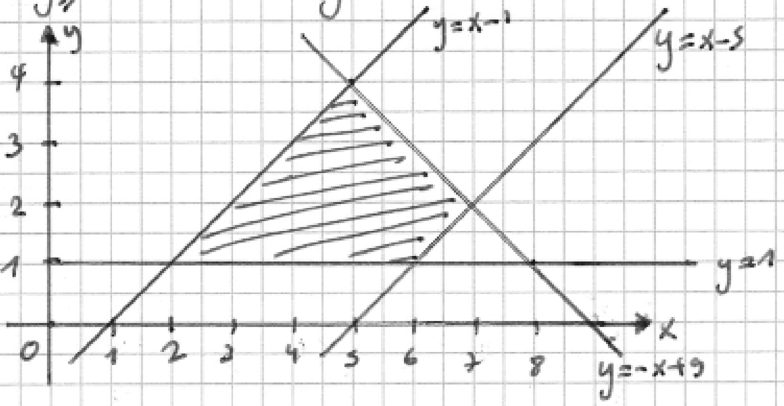
Problème 3

$-x+y \leq -1 \Rightarrow y \leq x-1$: on dessine $y=x-1$ et on est au-dessous.

$-2x \geq -2y-10 \Rightarrow 2y \geq 2x-10 \Rightarrow y \geq x-5$: on dessine $y=x-5$ et on est au-dessus.

$2x+2y \leq 18 \Rightarrow x+y \leq 9 \Rightarrow y \leq -x+9$: on dessine $y=-x+9$ et on est au-dessous.

$y-1 \geq 0 \Rightarrow y \geq 1$: on dessine $y=1$ et on est au-dessus.



Problème 4

① $y=4$ et au-dessous $\Rightarrow y \leq 4$.

② $x=-2$ et à droite $\Rightarrow x \geq -2$.

③ points : $(0;1)$ et $(-2;-3) \Rightarrow$ pente $= \frac{1-(-3)}{0-(-2)} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow y = 2x+h$;
avec $(0;1)$ et donc $x=0$ et $y=1$, on obtient $1=h \Rightarrow y=2x+1$;
au-dessus $\Rightarrow y \geq 2x+1$.

④ points : $(2;0)$ et $(0;6) \Rightarrow$ pente $= \frac{6-0}{0-2} = \frac{6}{-2} = -3 \Rightarrow y=-3x+h$;
avec $(0;6)$ et donc $x=0$ et $y=6$, on obtient $6=h \Rightarrow y=-3x+6$;
au-dessous $\Rightarrow y \leq -3x+6$.

Système d'inéquations :
$$\begin{cases} y \leq 4 \\ x \geq -2 \\ y \geq 2x+1 \\ y \leq -3x+6 \end{cases}$$