



Épreuve d'examen d'admission de mathématiques
1M – Année scolaire 2012-13

Durée de l'épreuve : 3 périodes consécutives, pause incluse

Nom : _____

Prénom : _____

Provenance : _____

Comité

Indications

- ✓ Chaque élève a droit à une calculatrice autorisée
- ✓ Durant l'épreuve, aucun matériel ne circule entre les élèves
- ✓ Les détails des calculs sont rédigés proprement et à l'encre dans les zones libres des pages ou les zones quadrillées de ce cahier, en regard de la donnée. En cas de besoin, des pages quadrillées supplémentaires se trouvent à la fin du cahier.
- ✓ Les éventuelles feuilles de brouillon annexes sont récoltées par le/la surveillant-e mais ne sont pas corrigées.
- ✓ Il sera tenu compte, dans la correction de l'épreuve, de la clarté et de la rigueur des développements.

I. Calcul numérique

Exercice 1

On note « ppmc » le plus petit multiple commun.

Cherche

a. Le ppmc de 36 et 360 = ppmc de 36 et $10 \cdot 36 = 10 \cdot 36 = 360$.

b. Le ppmc de 246 et 247 = $246 \cdot 247 = 60'762$ car le pgdc de 246 et 247 est 1.

Exercice 2

Priorité des opérations

Utiliser les 4 opérations ainsi que les parenthèses (si nécessaire) afin que les égalités ci-dessous soient vérifiées.

1. $1 - 2 - 3 + 4 = 0$

2. $1 \cdot 2 - 3 + 4 = 3$

3. $(5 + 3) \cdot (1 + 1) = 16$

Exercice 3

Compléter.

1. $\frac{32}{56} = \frac{8}{14} = \frac{12}{42} = \frac{20}{70} \left(\frac{8}{14} = \frac{2}{7} \right)$

3. $\frac{7}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{21}{16}$

2. $\frac{4}{3} \cdot \frac{10}{3} = \frac{40}{9}$

4. $\frac{15}{4} \cdot \frac{3}{-2} = \frac{75}{-16}$

Exercice 4

Calculer :

$$12 - (-14 - 13) + (19 - 50) = 12 - (-27) + (-31) = 12 + 27 - 31 = 39 - 31 = 8$$

$$32 - 3(25 - 24 \div 6) = 32 - 3(25 - 4) = 32 - 3 \cdot 21 = 32 - 63 = -31$$

Exercice 5

Effectuer et simplifier (réponse en fraction irréductible).

$$\frac{4}{7} \div \frac{16}{21} = \frac{\overset{1}{4}}{\underset{1}{7}} \cdot \frac{\overset{3}{21}}{\underset{4}{16}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{6} + \left(-\frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{2}{15}\right) = \frac{5}{6} - \frac{4}{5} + \frac{2}{15} = \frac{25}{30} - \frac{24}{30} + \frac{4}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

Exercice 6

Donner la réponse sous forme de puissances, ou, si nécessaire sous forme de produit de puissances.

$$3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$$

$$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$$

$$\frac{2^7}{2^3} = 2^{7-3} = 2^4$$

$$(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 \text{ ou } 6^2$$

$$\left((-3)^2\right)^4 = (-3)^{2 \cdot 4} = (-3)^8 (= 3^8)$$

$$2^{-5} \cdot (2^3 \cdot 2^5)^2 \cdot (2^{-2})^3 = 2^{-5} \cdot (2^8)^2 \cdot 2^{-6} = 2^{-5} \cdot 2^{16} \cdot 2^{-6} = 2^{-5+16-6} = 2^5$$

Exercice 7

Effectuer les transformations d'unités de capacités suivantes.

$$200 \text{ l} = 2 \text{ hl}$$

$$0,35 \text{ cl} = 3,5 \text{ ml}$$

$$0,0145 \text{ t} = 14,5 \text{ kg}$$

$$23 \text{ kg} = 23\,000 \text{ g}$$

Exercice 7

La frontière séparant la Suisse de l'Autriche et du Liechtenstein mesure 190 km. La frontière séparant la Suisse des autres pays limitrophes correspond aux proportions suivantes par rapport à la longueur totale de frontière :

Italie : $\frac{2}{5}$

France : $\frac{3}{10}$

Allemagne : $\frac{1}{5}$

Calculer la longueur de frontière que partage chacun de ces pays avec la Suisse.

$$\text{On a } \frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{3}{5} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}.$$

Ainsi la longueur de la frontière avec l'Autriche et le Liechtenstein est $1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$ de la longueur totale de frontière.

Donc $\frac{1}{10}$ de la frontière total vaut 190 km \Rightarrow la frontière totale vaut 1900 km.

$$\text{Italie: } \frac{2}{5} \text{ de } 1900 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1900}{1} = 760 \text{ km}$$

$$\text{Allemagne: } \frac{1}{5} \text{ de } 1900 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1900}{1} = 380 \text{ km.}$$

$$\text{France: } \frac{3}{10} \text{ de } 1900 = \frac{3}{10} \cdot \frac{1900}{1} = 3 \cdot 190 = 570 \text{ km.}$$

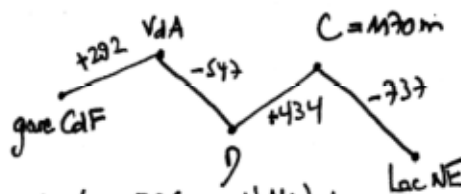
$$\text{On a bien } 190 + 760 + 380 + 570 = 1900 \text{ km.}$$

Exercice 8

Un cycliste part de la gare de La Chaux-de-Fonds, monte de 292 m pour passer La Vue-des-Alpes et redescend de 547 m pour rejoindre Dombresson. Il remonte ensuite de 434 m pour atteindre Chaumont qui se trouve à 1170 m d'altitude. Finalement, il gagne la rive du lac de Neuchâtel qui se trouve 737 m plus bas.

- Quelle est l'altitude de Dombresson, du col de La Vue-des-Alpes et du lac de Neuchâtel ?
- Quelle dénivellation ce cycliste a-t-il parcourue en descente ?
- Quelle est la différence d'altitude entre la gare de La Chaux-de-Fonds et le lac de Neuchâtel ?

a. On a la situation suivante :



Ainsi : Dombresson est à $1170 - 434 = 736$ m d'altitude,
 La Vue des Alpes est à $736 + 547 = 1283$ m d'altitude et
 le lac de Neuchâtel est à $1170 - 737 = 433$ m d'altitude.

b. En descente: $547 + 737 = 1284$ m.

c. Gare CdF: $1283 - 292 = 991$ m; Lac de Neuchâtel = 433 m.

Différence d'altitude = $991 - 433 = 558$ m.

Exercice 9

Un objet coûtait 95 francs l'année passée. Maintenant, il est vendu 112 francs.

1. Calculer l'augmentation en % de l'ancien prix.
2. Calculer l'augmentation en % du nouveau prix.

1. Ancien prix = 100% \Rightarrow $\begin{array}{l} 100\% \leftrightarrow 95.- \\ \square \leftrightarrow 112.- \end{array}$

On utilise la règle de trois: on a $\square = \frac{112 \cdot 100}{95} = 117,895\%$.

L'augmentation en % de l'ancien prix est donc $117,895 - 100 = 17,895\%$.

2. Nouveau prix = 100% \Rightarrow $\begin{array}{l} 100\% \leftrightarrow 112.- \\ \square \leftrightarrow 95.- \end{array}$

On utilise la règle de trois: on a $\square = \frac{95 \cdot 100}{112} = 84,821\%$.

L'augmentation en % du nouveau prix est donc $100 - 84,821 = 15,179\%$.

Exercice 10

Calculer la surface d'un disque ayant un diamètre de 24,12 cm puis arrondir correctement le résultat

Si le diamètre est de 24,12 cm, cela signifie que le rayon est $r = \frac{24,12}{2} = 12,06$.

La surface du disque est donc $\pi r^2 = \pi \cdot 12,06^2 = 456,9245453 \approx 456,925 \text{ cm}^2$.

II. Calcul Littéral - Equations

Exercice 1

Développer puis réduire les termes semblables, si possible.

$$\left(3x - \frac{4}{5}\right)(-2x + 3) = -6x^2 + 9x + \frac{8}{5}x - \frac{12}{5} = -6x^2 + \frac{53}{5}x - \frac{12}{5}$$

$$(-x^2 + 2x)(3x^3 + 1) = -3x^5 - x^2 + 6x^4 + 2x = -3x^5 + 6x^4 - x^2 + 2x$$

$$(2x - 7)(x^2 - 3x + 4) = 2x^3 - 6x^2 + 8x - 7x^2 + 21x - 28 = 2x^3 - 13x^2 + 29x - 28.$$

Exercice 2

Développer, réduire et ordonner.

$$1. \quad \underbrace{(x-3)^2}_{x^2-6x+9} + \underbrace{(x+7)^2}_{x^2+14x+49} + \underbrace{(x-8)(x+8)}_{x^2-64} = x^2 - 6x + 9 + x^2 + 14x + 49 + x^2 - 64 = 3x^2 + 8x - 6$$

$$2. \quad \underbrace{4x(x-9)^2}_{x^2-18x+81} + x^4 - 16 - 5x^2 \underbrace{(2x-1)^2}_{4x^2-4x+1} = 4x(x^2-18x+81) + x^4 - 16 - 5x^2(4x^2-4x+1) = 4x^3 - 72x^2 + 324x + x^4 - 16 - 20x^4 + 20x^3 - 5x^2 = -19x^4 + 24x^3 - 77x^2 + 324x - 16.$$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes.

$$1. \quad \frac{3x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{1}{12}(14x + 36)$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{14x}{12} + \frac{36}{12}$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{7x}{6} + \frac{3}{1}$$

$$\frac{9x}{6} - \frac{2x}{6} = \frac{7x}{6} + \frac{18}{6}$$

distributivité

Simplification

Dénominateur commun

.6

$$9x - 2x = 7x + 18$$

$$7x = 7x + 18$$

$$0 = 18$$

impossible

⇒ aucune solution

réduction

-7x

$$2. \quad \frac{2x+10}{4} - \frac{x-8}{5} - 2x = -1$$

Denominator
Common

$$\frac{10x+50}{20} - \frac{4x-32}{20} - \frac{40x}{20} = -\frac{20}{20}$$

· 20

$$10x+50 - (4x-32) - 40x = -20$$

Distributivité

$$10x+50 - 4x + 32 - 40x = -20$$

Réduction

$$-34x + 82 = -20$$

- 82

$$-34x = -102$$

: (-34)

$$x = 3$$

Exercice 4

Un marchand solde un tapis pour 120.-. Quel était le prix initial si le rabais représente le tiers du prix initial?

$x = \text{prix initial}$

rabais = tiers du prix initial = $\frac{x}{3}$

prix final = 120.-

$$\Rightarrow x - \frac{x}{3} = 120$$

$$3x - x = 360$$

$$2x = 360$$

$$x = 180$$

· 3

réduction

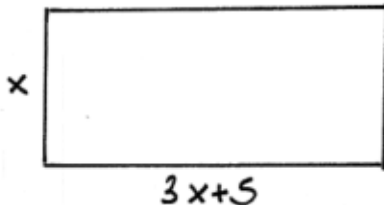
: 2

\Rightarrow le prix initial était de 180.-

Exercice 5

La longueur d'un rectangle représente trois fois sa largeur plus 5 mètres. Le périmètre mesure 106 mètres. Quelles sont les dimensions du rectangle?

On a:



périmètre = 106 m

$$\Rightarrow 2x + 2(3x+5) = 106$$

$$2x + 6x + 10 = 106$$

$$8x + 10 = 106$$

$$8x = 96$$

$$x = 12$$

Distributivité

Réduction

- 10

: 8

Ainsi la largeur du rectangle est de 12 m et la longueur est de $3 \cdot 12 + 5 = 41$ m.

Exercice 6

1. Résoudre le système d'équations suivant :

$$1. \begin{cases} x+2y=8 \\ 3x+y=-1 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \rightarrow x+2y=8 \\ \cdot (-2) \rightarrow \underline{-6x-2y=2} \\ \hline -5x=10 \Rightarrow x=-2 \end{array}$$

Avec $x=-2$, on a $-2+2y=8 \Rightarrow 2y=10 \Rightarrow y=5$.

La solution est donc $x=-2$ et $y=5$.